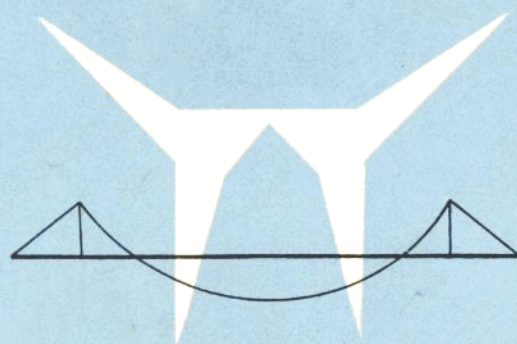


结构力学复习指导 与习题分析提要

清华大学结构力学教研室 雷钟和 主编



辽宁大学出版社

结构力学复习指导 与习题分析提要

清华大学结构力学教研室 雷钟和 主编

辽宁大学出版社

1985年12月

结构力学复习指导与习题分析提要
清华大学结构力学教研室 雷钟和 主编

辽宁大学出版社出版
(沈阳市皇姑区崇山西路三段四号)
中国科学院沈阳分院印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/16 印张8.375 字数: 197,000
印数: 1~20,000
1985年12月第一版 1985年12月第一次印刷

责任编辑: 朱起红
封面设计: 王悦

统一书号: 13429·012 定价: 1.60元
(委托出版)

前 言

本书目的是为帮助学员复习和巩固结构力学课程基本内容，掌握解题思路与解题方法。书中归纳了结构力学各章的内容要点，指出基本要求和学习重点，通过典型例题说明解题方法。习题分析提要部分可作为习题辅导选题之用，也可作为学员的自我检查题。其中大部分给出了解答或提示。在例题和习题中还指出一些容易发生的错误以供参考。

本书初稿曾于1983年在辽宁广播电视大学使用，这次根据中央广播电视大学拟订的1984级工业与民用建筑专业结构力学教学大纲进行了修改。本书可供电大学员参考，也可为自学者辅助学习之用。

辽宁广播电视大学朱起红同志给出了习题分析提要部分的解答和提示，对本书进行了校核，并负责绘图与出版工作，在此表示感谢。

由于时间仓促，编写中不免有错漏之处，望读者予以指正。

编 者

1985年12月



陈
新
莫

目 录

复习指导部分

第一章	绪论	(1)
第二章	结构的几何组成分析	(2)
第三章	静定结构的受力分析	(6)
第四章	虚功原理与结构位移计算	(15)
第五章	力法	(20)
第六章	位移法	(28)
第七章	渐近法和近似法	(33)
第八章	超静定结构总论	(40)
第九章	矩阵位移法	(41)
第十章	影响线	(47)
第十一章	结构的动力计算	(51)
第十二章	结构的极限荷载	(59)

习题分析提要部分

§1	平面体系的几何构造分析	(63)
§2	叠加法作弯矩图与静定多跨梁	(65)
§3	静定平面刚架	(68)
§4	静定平面桁架与组合结构	(71)
§5	静定结构的位移计算	(75)
§6	图乘法与广义位移	(79)
§7	超静定次数与力法方程	(83)
§8	力法—对称性利用与支座位移时的计算	(87)
§9	位移法—转角位移方程与基本未知量	(91)
§10	位移法—基本方程与对称性利用	(95)
§11	力矩分配法	(100)
§12	无剪力分配法	(104)
§13	单元分析及矩阵位移法解连续梁	(107)
§14	平面刚架与桁架矩阵分析	(109)
§15	静力法作影响线	(110)
§16	机动法作影响线及影响线的应用	(113)
§17	单自由度体系的自由振动	(115)
§18	单自由度体系的强迫振动与阻尼的影响	(120)
§19	多自由度体系的振动	(123)
§20	结构的极限荷载	(126)

第一章 绪 论

基本内容

1. 结构的计算简图

在进行力学分析时，对结构进行科学的抽象，在忽略次要因素后，用以代替实际结构的简化图形，称为计算简图。

(1) 支座计算简图

滚轴支座：反力方向垂直于支承面（图 1—1a）。

铰支座：在垂直于铰轴的平面内有两个反力分量（图 1—1b）。

固端支座：在平面内有两个反力分量和一个反力矩（图 1—1c）。

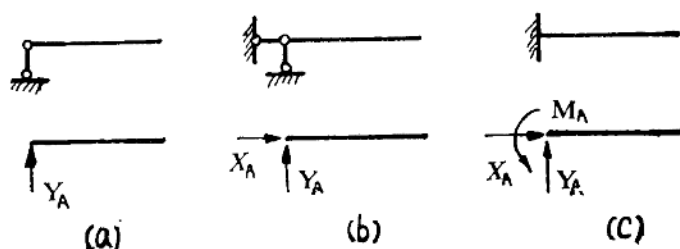


图 1—1

(2) 结点计算简图

铰结点：交于结点的各杆可以绕结点自由转动（图 1—2a）。

刚结点：交于结点的各杆在结点处无相对转角（图 1—2b）。

组合结点：铰结点与刚结点的组合（图 1—2c）。

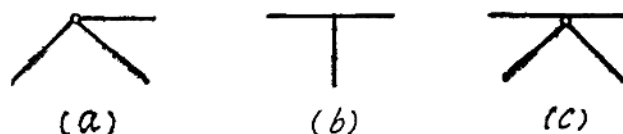


图 1—2

(1) 按构件的几何特征分类

杆件结构：杆件的长度远大于其截面的高度与宽度。

板壳结构：厚度远小于长度和宽度。

实体结构：长、宽、厚尺寸相当。

(2) 杆件结构按结构形式和受力特点分类

梁：受弯构件，轴线通常为直线。

拱：轴线为曲线，受力特点是在竖向荷载下有水平支座反力。

桁架：由链杆（两端为铰的直杆）组成，结点为理想铰，荷载作用在结点上，杆中

只有轴力。

刚架：由一些杆件主要用刚结点组成，内力主要为弯矩。

组合结构：由梁式杆与链杆混合组成，包含组合结点。链杆中只有轴力，梁式杆中还有弯矩和剪力。

（3）按空间观点分类

平面结构：各杆轴线与外力作用线在同一平面内。

空间结构：各杆轴线不在同一平面内，或各杆轴线虽在同一平面内，而外力作用线却不在此平面内。

（4）按静力特性分类

静定结构：未知反力数 = 静力平衡方程数，反力和内力可由平衡条件完全确定。

超静定结构：未知反力数 > 静力平衡方程数，反力和内力不能由平衡条件完全确定。

3. 荷载分类

根据不同特征，可以有如下不同的分类：

（1）根据荷载分布的情况，可分为集中荷载与分布荷载（包括均布荷载）。

（2）根据荷载作用时间的久暂，可分为恒载与活载。

（3）根据荷载位置是否变化，可分为固定荷载与移动荷载。

（4）根据荷载作用的性质，可分为静力荷载与动力荷载。

4. 结构力学的发展（略）

第二章 结构的几何组成分析

一、基本内容

1. 机动分析中的几个概念

（1）几何不变体系与几何可变体系

几何形状固定不变的刚片系称为几何不变体系，几何形状可以变化的刚片系称为几何可变体系。

（2）平面体系的自由度

一个体系的自由度，就是体系运动时可以独立改变的坐标数，也就是完全确定体系的位置所需要的独立坐标数。

（3）约束与多余约束

少减体系自由度的装置称为约束。在去掉某个约束以后，体系仍保持几何不变时，该约束即为多余约束。

一支杆（或链杆）相当于一个约束（图 2—1）。

一个单铰相当于两个约束（图 2—2）。一个复铰相当于 $(n-1)$ 个单铰， n 为联结于复铰的刚片数（图 2—3）。

一刚性联结相当于三个约束（图 2—4）。



图2-1

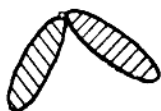


图2-2

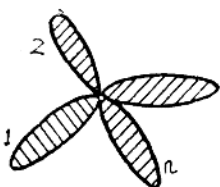


图2-3

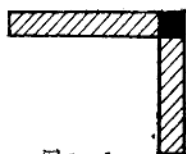


图2-4

(4) 瞬铰

两刚片由两根链杆相联结，这两根链杆的约束作用等效于在链杆交点处的一个铰的约束作用（图2-5）。

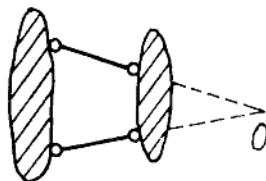


图2-5

2. 平面体系的计算自由度 W （内部可变量 V ）

(1) 计算公式

刚片系自由度

$$W = 3M - 2H - 3R - S$$

M —刚片数， H —单铰数， R —单刚结数， S —支杆数。

链杆系自由度

$$W = 2N - D$$

N —结点数， D —链杆与支杆总数

体系的内部可变量

$$\text{刚片系 } V = 3M - 2H - 3R - 3$$

$$\text{链杆系 } V = 2N - D - 3$$

(2) 计算结果分析

若 $W > 0$ （或 $V > 0$ ），体系几何可变。

若 $W \leq 0$ （或 $V \leq 0$ ），体系满足几何不变的必要条件，但不一定几何不变，还应具体进行几何构造分析。

3. 几何不变体系的组成规律

规律一：一个刚片和一个点用两根不共线的链杆相联结，组成没有多余约束的几何不变体系。

规律二：两个刚片用一个铰和一根不通过该铰的链杆相联结，组成没有多余约束的几何不变体系。

规律三：三个刚片用不共线的三个铰两两相联结，组成没有多余约束的几何不变体系。

规律四：两个刚片用三根不共点的链杆相联结，组成没有多余约束的几何不变体系。

四条规律本质相同，可以归结为一条基本规律三角形规律：若三个铰不共线，则铰结三角形形状不变，且无多余约束。

4. 瞬变体系

原为几何可变，在发生微小变形后又成为几何不变的体系，称为瞬变体系。例如三

铰共线 (图2—6a)、不等长的三链杆平行 (图2—6b) 三链杆共点 (图2—6c)、等情形。

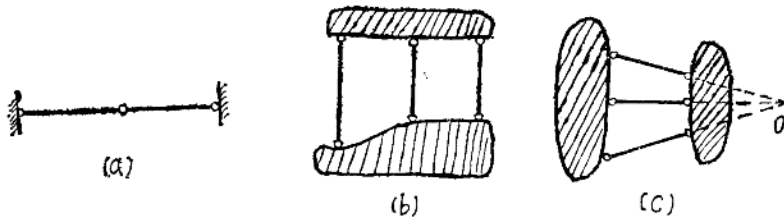


图 2—6

当 $W=0$ 时, 瞬变体系在与瞬变运动不同的方向上必有一多余约束, 而在运动方向上缺少一约束, 故称“体系瞬变, 有多余约束”。

瞬变体系不可以作结构。

二、解题方法与例题

1. 对体系进行几何构造分析时, 首先寻找其中的构造单元, 由构造单元逐步组装成整体。组装的顺序可以是:

(1) 从地基开始, 组成第一个 (或两个以上) 构造单元, 在此基础上按构造规律逐步组成整体。

(2) 由体系内部开始先组成第一个 (或两个以上) 构造单元, 将它们看作大刚片, 再利用构造规律组成整体。

2. 利用约束的等效代换

(1) 复杂形状 (曲线、折线形) 链杆可用直链代替 (图2—7a、b)。

(2) 联结两刚片的两根链杆, 可用其交点处的瞬铰代替 (图2—5)。

〔例2—1〕试对图2—8(a)所示体系进行机动分析。

解: (1) 计算自由度按刚片系考虑,

$$M=4, H=3, S=6.$$

$$W=3M-2H-S=3 \times 4-2 \times 3-6=0$$

体系满足几何不变的必要条件。

(2) 几何构造分析见图2—8(b)。首先考虑地基 I (G点已固定于地基) 及刚片 II, I、II 之间用链杆 1、2 及折线形链杆 GEF 相联结, 而 GEF 的约束作用可用等效链杆 GF 所代替, 链杆 1、2 及 GF 不共点, 也不完全平行, 所以 I、II 组成几何不变的构造单元。将此构造单元 (包括地基在内) 作为一刚片, 它与刚片 III (杆 BD) 以铰 D 和不过 D 的链杆相联结, 组成几何不变部分。再将这部分和刚片

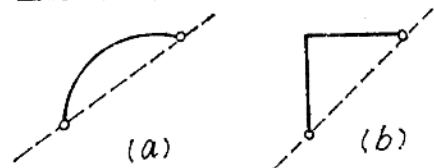


图 2—7

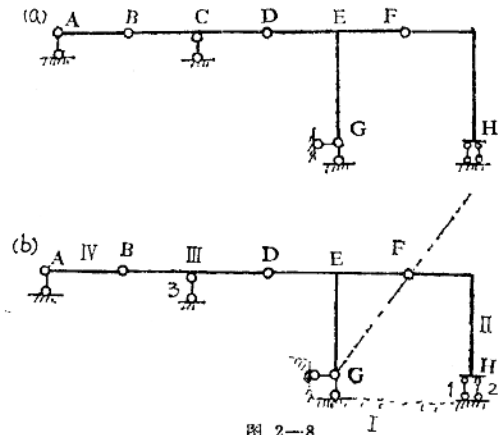


图 2—8

IV (杆AB) 用铰B和不过B的链杆 4 相联结, 得到几何不变的整体。

∴ 体系几何不变, 且无多余约束。

(3) 若从体系的左边部分开始分析, 找不到第一个构造单元, 可采用排除二元体的方法 (不共线的两链杆连一结点, 称为二元体), 先去掉AB与杆 4, 再去掉 BD 与杆 3, 最后分析右边余下的部分。若右部不变, 则左部也不变, 若右部可变, 则左部也随之可变。

〔例2—2〕对图2—9(a)所示体系进行机动分析。

解: (1) 计算自由度按链杆系公式, $N=7$ 、 $D=14$ 。

$W=2N-D=2 \times 7-14=0$ 体系满足几何不变的必要条件。

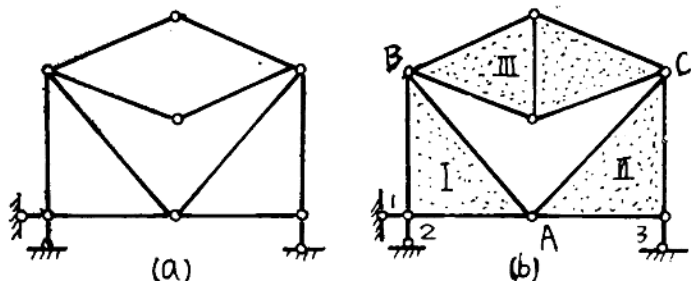


图 2—9

(2) 几何构造分析如图 (b)。若从地基开始, 无法找到第一个单元。此时, 可先由内部开始, 利用三角形规律组成刚片 I、II、III, 这三个刚片用铰A、B、C联结, 而三铰不共线, 组成内部不变部分。这部分与地基用不共点的三链杆 1、2、3 联结, 仍为几何不变。

∴ 图示体系几何不变, 无多余约束。

〔例2—3〕试对图2—10a所示体系进行机动分析。

解: (1) 计自由度 看作刚片系, $M=5$, $H=6$, $R=1$, $S=3$ 。

$$W=3 \times 5 - 2 \times 6 - 3 \times 1 - 3 = -3$$

满足几何不变的必要条件。

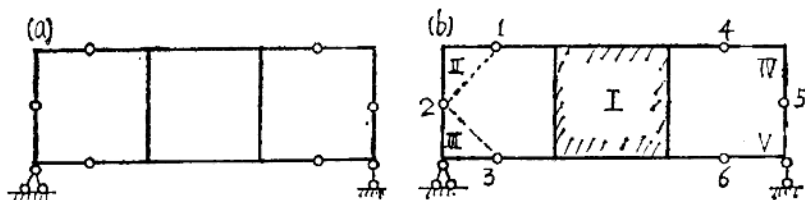


图 2—10

(2) 几何构造分析先看内部构造, 刚片 I、II、III 由不共线的三个简单铰 1、2、3 两两相连, 组成内部不变单元。这一单元与刚片 IV、V 又以不共线的三个简单铰 4、5、6 两两相连, 组成几何不变的整体。该体系与地基用不共点的三支杆相连, 仍几何不变。但闭合框 I 的内部有三个多余约束。

∴体系几何不变，有三个多余约束。

(3) 容易发生的错误是忘掉闭合框内部的多余约束，计算W时不计入 $R=1$ 。

〔例2—4〕对图2—11 (a) 所示体系进行机动分析。

解：(1) 计算自由度按链杆系， $N=8$ ， $D=13$ 。

$$V=2N-D-3=2\times 8-13-3=0$$

满足体系内部不变的必要条件。

(2) 几何构造分析示于图 (b)。按三角形规律是组成刚片 I、II，杆 AB 为刚片 III。刚片 I、II 由互相平行的链杆 1、2 (等效于无穷远处的瞬铰 O_1) 联结；刚片 II、III 由互相平行的链杆 3、4 (等效于瞬铰 O_2) 联结；刚片 I、III 由平行链杆 5、6

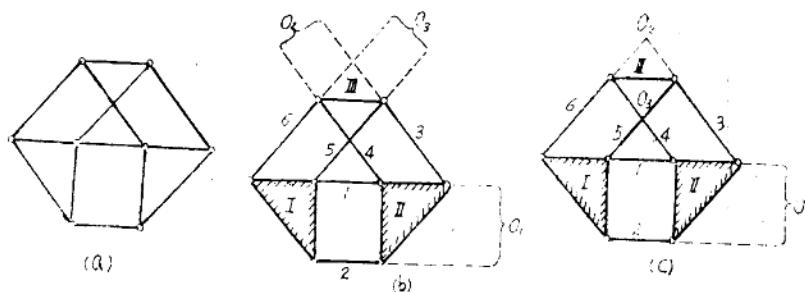


图 2—11

(等效于瞬铰 O_3) 联结。无穷远处的三点 O_1 ， O_2 ， O_3 在一直线上。

∴体系瞬变，有多余约束。

(3) 容易产生的错误的分析方法如图(c)所示：链杆 1、2 相当于瞬铰 O_1 ，链杆 3、6 相当于瞬铰 O_2 ，链杆 4、5 相当于瞬铰 O_3 ，而 O_2 与 O_3 的连线不通过 O_1 ，故体系为几何不变的。在这里把 O_2 与 O_3 当作瞬铰是错误的。因为杆 3 与杆 6 联结的不是两个刚片，而是三个刚片，不能形成瞬铰 O_2 。同理，杆 4、5 也不能形成瞬铰 O_3 。

第三章 静定结构的受力分析

一、基本内容

1. 杆件的受力分析

(1) 隔离体平衡 (截面法) 求指定截面内力 M ， Q ， N

(a) 内力正负号规定 (图3—1)：

N ——拉力为正；

Q ——绕邻近截面顺时针转为正；

M ——水平杆以下侧受拉为正，一般杆的 M 图竖距画在

杆受拉纤维一边。

隔离体上已知力按实际方向画出，未知力一律假设为正号方向。

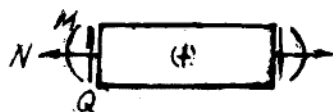


图 3—1

(b) 平面内利用隔离体的三个平衡方程 $\Sigma X = 0$, $\Sigma Y = 0$, $\Sigma M = 0$, 即可求出截面上的三个未知力。

(2) 荷载与内力的关系

(a) 微分关系 (图3-2)

$$\frac{dQ}{dx} = -q$$

$$\frac{dM}{dx} = Q$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = -q$$

(b) 增量关系

集中力 P 作用处 (图3-1)

3a) :

$$\Delta Q = -P$$

$$\Delta M = 0$$

集中力偶 m 作用处 (图3-3b) :

$$\Delta M = m$$

$$\Delta Q = 0$$

(3) 叠加法作弯矩图

结构中任取一直杆段 AB (图3-4), 其 M 图作法是: 先由 A 、 B 两截面的弯矩 M_A 、 M_B 作虚直线 $\bar{M}$ 图, 然后以此直线为基线, 叠加相应简支梁 AB 在跨间荷载下的 M^0 图。

(4) 斜杆受力分析

简支斜梁在竖向荷载下 (图3-5) 的反力: $y_A = y_A^0$, $y_B = y_B^0$, 任一截面内力:

$$M_c = M_c^0$$

$$Q_c = Q_c^0 \cos \phi$$

$$N_c = -Q_c^0 \sin \phi$$

其中, y_A^0 , y_B^0 , M_c^0 , Q_c^0 为代梁的反力与内力。

在一般荷载下, 斜梁截面法求出。

(5) 曲杆受力分析

简支曲梁 (图3-6) 在竖向荷载下的反力、内力公式与简支斜梁相同。不同点是, 斜梁 $\phi = \text{常量}$, 曲梁 ϕ 是 x 的函数。以 x 轴为始边, 反时针旋转的夹角 ϕ 为正, 顺时针 ϕ 为负。

一般荷载下, 直接用截面法求反力与内力。

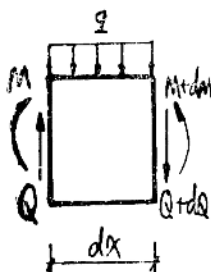


图 3-2

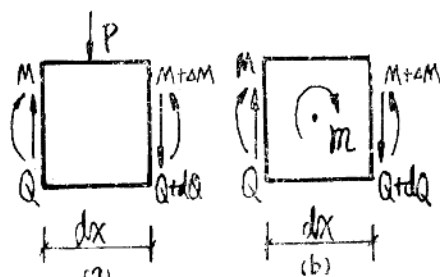


图 3-3

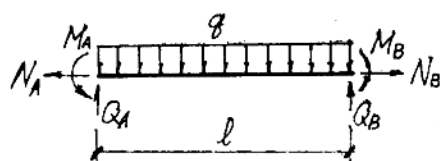


图 3-4

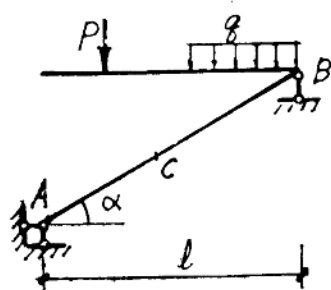


图 3-5

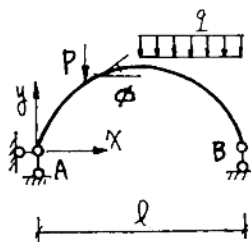


图 3-6

2. 静定多跨梁

静定多跨梁包含基本部分与附属部分。计算的原则是：先计算附属部分，再计算基本部分，在附属部分与基本部分联结处，后者为前者提供支承反力。这个反力在反向后，就是加于基本部分的荷载。将各段（单跨梁）的内力图连在一起，就是多跨梁的内力图。

3. 静定平面刚架

刚架是由直杆全部或部分用刚结点组成的结构。

(1) 支座反力的求法

悬臂型刚架可以不求反力，也能画内力图。

简支型刚架用三个平衡方程可求三个反力。

三铰型刚架有四个支座反力（图3—7）。除三个整体平衡条件外，还增加了 $M_C = 0$ 的条件，可解四个反力。其中利用半边平衡的力矩方程 $\sum M_C = 0$ 可解出一个水平反力。

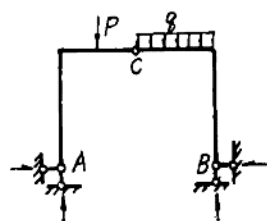


图 3—7

(2) 刚架内力图求法

先用截面法求出各杆端弯矩，然后用叠加法作各杆弯矩图。竖距画在杆受拉的一侧。利用各杆的平衡条件，可由杆端弯矩求得杆端剪力；利用结点平衡条件可由剪力求轴力。剪力图与轴力图要注明正负号。

(3) 内力图校核

利用结点平衡条件校核 M 图。

利用微分关系、增量关系校核荷载与 M、Q 图的关系。

4. 三铰拱 (图 3—8)

(1) 竖向荷载下支座反力公式：

$$V_A = V_A^0, V_B = V_B^0$$

$$H = M_C^0 / f$$

(2) 竖向荷载下内力公式

$$M = M^0 - Hy$$

$$Q = Q^0 \cos \phi - H \sin \phi$$

$$N = -Q^0 \sin \phi - H \cos \phi$$

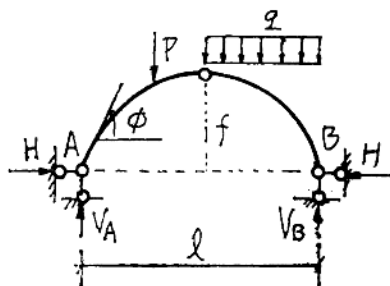


图 3—8

其中， V_A^0 、 V_B^0 为代梁反力， M_C^0 、 M^0 、 Q^0 ，为代梁内力。

在一般荷载作用下，不能随意套用上述公式，而应直接用截面法求反力与内力。

(3) 压力线

三铰拱上外力合力的作用形成的合力多边形（索多边形）称为压力线。

压力线特点：通过 A、B、C 三铰；与荷载大小、方向、作用线有关，与拱轴形状无关。

(4) 合理轴线

在一定荷载下使各截面弯矩都为零的拱轴线（即压力线与拱轴重合）称为合理拱轴。竖向荷载下合理拱轴方程为

$$y(x) = \frac{M^0(x)}{H}$$

在沿水平分布的均布荷载 q 作用下, 三铰拱的合理轴线为二次抛物线; 在均匀水压力作用下, 三铰拱合理轴线为圆弧曲线。

5. 静定平面桁架

(1) 数解法

结点法: 以结点为隔离体, 其上作用汇交力系, 未知力有两个, 由投影平衡方程 $\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0$ 可解。

截面法: 截取两个以上结点为隔离体, 其上作用平面力系, 未知力有三个, 由平衡方程 $\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0, \Sigma M = 0$ 可解。

计算时, 桁架中斜杆轴力 N 应以其分量 X 与 Y 代替, 它们与杆长及其投影成比例关系:

$$\frac{N}{l} = \frac{X}{l_x} = \frac{Y}{l_y}$$

结点法适用于解简单桁架, 截面法适用于解联合桁架以及只计算少量杆内力的情况。

(2) 零杆的判断

(a) 不共线的两杆结点上无外荷载时, 两杆都是零杆。

(b) 不共线的两杆结点, 如外力沿一杆作用时, 则另一杆为零杆。

(c) 无荷载的三杆结点, 若两杆在一直线上, 则第三杆为零杆。

(3) 组合结构

组合结构由两类杆件组成: 链杆中只有轴力, 梁式杆截面上有弯矩、剪力和轴力。内力计算的顺序是: 先计算链杆的轴力, 然后计算梁式杆的内力。

6. 静定空间桁架

(1) 结点法

以结点为隔离体, 其上作用空间汇交力系, 未知力有三个, 可用三个平衡方程 (x, y, z 轴的投影方程或力矩方程) 求解。

斜杆轴力 N 分解为三个分量 X, Y, Z , 它们与斜杆长度 l 及其分量 l_x, l_y, l_z 的关系为

$$\frac{N}{l} = \frac{X}{l_x} = \frac{Y}{l_y} = \frac{Z}{l_z}$$

结点平衡的特殊情况:

(a) 除一力 N 外, 其余各力共面, 则 $N = 0$ 。

(b) 不共面的三杆结点无荷载, 则三杆内力均等于零。

(c) 除共线而反向的两力 P 与 N 外, 其余各力共面, 则 $N = P$ 。

(2) 截面法

用截面截断六根不交于直线的链杆, 得到包含两个以上结点的隔离体, 未知力有六个, 可用空间六个平衡方程 ($\Sigma X = 0, \Sigma Y = 0, \Sigma Z = 0, \Sigma M_x = 0, \Sigma M_y = 0, \Sigma M_z = 0$) 求解。

(3) 分解为平面桁架法

空间桁架若由几个平面桁架组成,则可将荷载分解到各平面桁架所在的平面内,按平面桁架计算,公共杆内力由叠加得到。

7. 静定结构的特性

静定结构的几何特性:几何不变,无多余约束。

静定结构的静力特性:满足平衡条件的内力解答是唯一的。

静定结构的具体性质:

(1) 平衡力系加于静定结构的某个局部若能维持平衡,则其余部分内力为零。

推论:荷载加于结构的基本部分,则附属部分内力为零。

(2) 在静定结构内部不变部分上,荷载作等效变换时,其余部分内力不变。

(3) 静定结构内部不变部分作构造变换时,其余部分内力不变。

(4) 温度变化、支座移动、制造误差等非荷载因素在静定结构中不引起内力。

二、解题方法与例题

静定结构求解内力的基本方法为截面法,即隔离体平衡的方法,其一般步骤是:截取隔离体,暴露结构的反力和内力,列出隔离体平衡方程,求解。

求解静定结构时应注意下面几点:

(1) 截取单元的次序应与几何组成的次序相反。对静定多跨梁、静定多跨(或多层)刚架,先算附属部分,后算基本部分。对简单桁架,取结点的次序与组成桁架时添加结点的次序相反。对联合桁架,先截断联结杆求出其内力,再计算其它杆。对组合结构,先求链杆轴力,再算梁式杆内力。

(2) 求静定刚架M图时,应注意不同支座的反力性质,利用特殊截面(自由端,简支端,铰结点邻近截面等)的M值,并利用叠加法作M图的原理及荷载与内力的微分、增量关系。在利用结点平衡条件时,要注意结点上的外力偶。

(3) 用数解法计算桁架时,首先判断零杆,以简化计算。截面法(或结点法)求内力时,应适当选择力矩中心和投影轴,以做到用一个平衡方程即求出一个未知力,避免解联立方程。斜杆轴力可以在杆轴线的任一点上分解为两个分量。轴力与其分量间的换算应用三角形各边的比例关系,避免计算杆的倾角。

(4) 对称结构在对称荷载或反对称荷载下,只需计算半边结构即可,而一般荷载可分解为对称与反对称两组分量。

(5) 校核反力和内力时,要使用在求解过程中没有用过的平衡条件。校核刚架内力图,通常用结点平衡条件,以及荷载与内力的微分关系。

〔例3—1〕求图3—9(a)所示静定多跨梁的M、Q图。

解:根据几何组成,将梁分解为基本部分与附属部分BC(图b)。先计算简支梁BC。C点集中荷载4kN对BC无影响,可直接加于基本部分CF上。BC的反力为

$$y_B = -2\text{kN} \downarrow, \quad y_C = 2\text{kN} \uparrow$$

y_B 反向加于AB上, y_C 反向加于CF上, 求出

$$y_A = 6\text{kN} \uparrow, \quad M_A = 4\text{kN} \cdot \text{m} \curvearrowright,$$

$$y_D = 17\text{kN} \uparrow, \quad y_E = 11\text{kN} \uparrow$$

校核反力：考虑整体平衡（图a），

$$\Sigma Y = 6 + 17 + 11 - 4 \times 2 - 5 \times 4 - 4 - 2 = 0, \text{ 正确。}$$

作M图：先求出控制截面A、D、E的M值，画出竖距。无荷载段联直线，AB、BC、DE各段用叠加法作M图（如图C）。在均布荷载作用段，如无特殊要求，不必求M的极值，只需标明该段中点M值即可。

作Q图（如图d）。

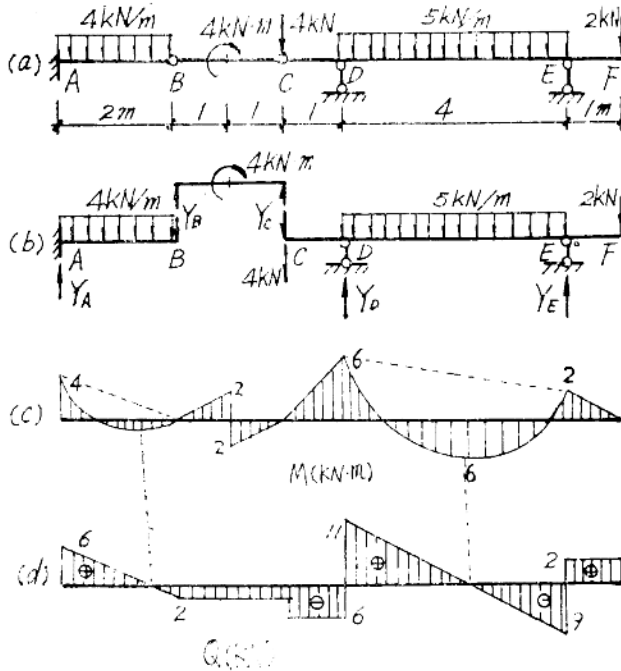


图 3—9

校核：Q图各段均符合 $\frac{dQ}{dx} = -q$ 关系。在有集中力的C、D、E三处，符合增量关系

$$\Delta Q = -P。M图各段符合 \frac{d^2M}{dx^2} = -q \text{ 及 } \frac{dM}{dx} = Q \text{ 的关系。在G处，符合增量关系 } \Delta M =$$

$4\text{KN}\cdot\text{m}。$

容易出错的地方，是在画M图时，在B点的曲线M图的切线和右边的直线不重合，画出转折。由于B点没有集中荷载，在其左右邻近处M图斜率应相同。

〔例3—2〕求图3—10(a)刚架的M、Q、N图。

(1) 求反力

先求附属部分DE的反力： $Y_D = 4\text{KN} \uparrow$ ， $X_D = 0$ ， $Y_E = 4\text{KN} \uparrow$ 。

解基本部分ABC： Y_D 反向加于基本部分上， $\Sigma M_B = 0$ ， $Y_A = 8\text{KN} \uparrow$

$$\Sigma M_A = 0, Y_B = 14\text{KN} \uparrow$$

考虑隔离AC平衡， $\Sigma M_C = 0$ ， $X_A = 0$

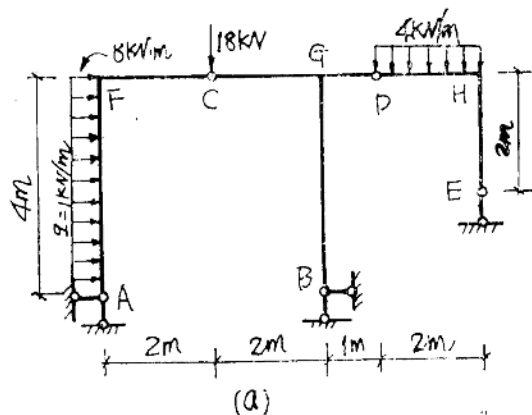


图 3-10

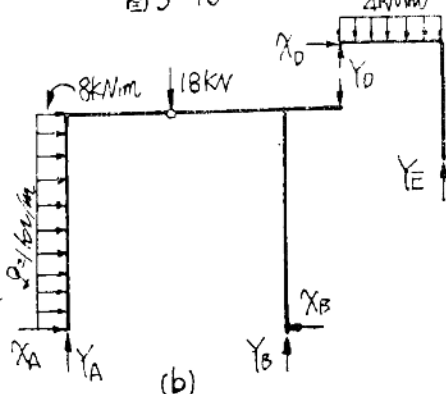
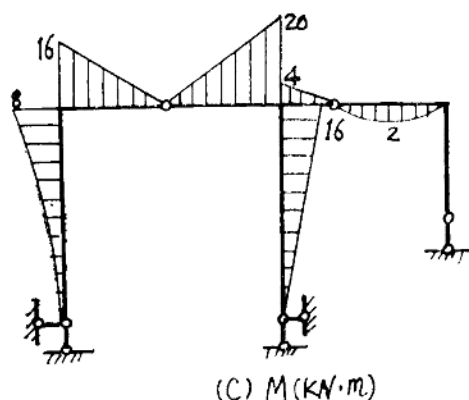


图 3-10



(c) $M(\text{kN}\cdot\text{m})$

再由整体平衡, $\Sigma X = 0$, $X_B = 4\text{KN} \leftarrow$

(2) 求M图

先求控制截面M值, 为截面一边所有外力对截面形心力矩的代数和。

$M_{AF} = 0$, $M_{FA} = 8\text{KN}\cdot\text{m}$ (左边受拉),

$M_{FC} = 16\text{KN}\cdot\text{m}$ (上边受拉),

$M_{CF} = M_{CG} = 0$,

$M_{GC} = 20\text{KN}\cdot\text{m}$ (上边受拉),

$M_{GD} = 4\text{KN}\cdot\text{m}$ (上边受拉),

$M_{GB} = 16\text{KN}\cdot\text{m}$ (右边受拉),

$M_{BG} = M_{DE} = M_{DH} = 0$, $M_{HD} = 0$

AF、DH各段用叠加法作M图(如图C)。

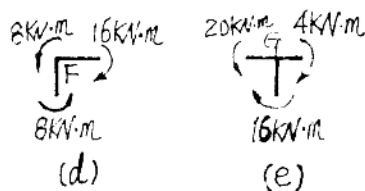
校核: 结点F(图d), $\Sigma M_F = 16 - 8 - 8 = 0$,

结点G(图e), $\Sigma M_G = 4 + 16 - 20 = 0$,

满足结点平衡条件(结点上外力偶不要漏掉)。

(3) 求Q图

AF、BG、EH、HG各段控制截



面的剪力, 用截面一边所有外力在截面切向投影代数和求得:

$$Q_{AF} = 0, Q_{AF} = -4\text{KN}, Q_{BG} = Q_{GB} = 4\text{KN}, Q_{EH} = Q_{HE} = 0,$$

$$Q_{AD} = -4\text{KN}, Q_{DH} = Q_{DG} = Q_{GD} = 4\text{KN},$$

由FG平衡求 Q_{FG} 与 Q_{GF} (图f):

$$Q_{FG} = 1/4 (16 + 18 \times 2 - 20) = 8\text{KN}, Q_{GF} = 1/4 (16 - 18 \times 2 - 20) = -10\text{KN},$$