

水利电测技术

石怀理 主编

陕西科学技术出版社

水利电测技术

石怀理 主编

陕西科学技术出版社

(陕) 新登字第 002 号

水利电测技术

石怀理 主编

陕西科学技术出版社出版发行

(西安北大街 131 号)

新华书店经销 陕西机械学院印刷厂印刷

787×1092 毫米 16 开本 26 印张 54 万字

1994 年 2 月第 1 版 1994 年 2 月第 1 次印刷

印数: 1-1500

ISBN 7-5369-1964-6/TV.8

定 价: 14.15 元

前 言

随着水利水电事业的发展,电测技术已在水利水电科研和生产中得到了广泛应用,受到高度重视,但迄今为止,尚无这方面较全面的专著。为了系统地介绍“水利电测技术”,作者参考国内外有关文献和专著,根据十多年来为硕士研究生讲授该课程的经验,和从事科学研究的实践经验,编写成本书。

本书针对水利水电类研究生的特点及进行硕士论文实验工作的需要,在内容编排上按测试任务来划分章节,而不是按传统的方法以传感器工作原理来划分章节,便于相互对比。在内容阐述方面,力求物理概念清晰,而省去繁杂的数学推导和电子线路的细部工作过程,由浅入深,循序渐进。在内容选择上,既注意到目前水利电测技术的现状,又考虑到今后的发展趋势。

全书共14章,第1章介绍测量仪器的静、动态特性。第2~5章介绍应变片测量及应变式传感器,并系统的介绍了静态、动态和超动态应变仪及常用的显示记录仪器,是本书的基础部分。第6~8章介绍各种预埋仪器、位移测量及振动测量。第9、10章介绍声波探测及同位素技术。第11、12章介绍水力参数测量。第13章介绍数据处理。第14章介绍计算机在水利电测中的应用技术。其中前言、绪论及第1~9章由石怀理编写。第10章由党志良编写。第11、12两章由石怀理和田长山共同编写。第13章由刘恭忍编写。第14章由郭长武编写。全书由石怀理统稿。

本书作为水利水电类硕士研究生教材,亦可作为水利水电类专业本科生教材。对从事水利水电研究、教学和生产的同行也有参考价值。

在编写过程中,得到孙振天教授和王文焰教授的指导,杨致中同志给予了很大的支持和帮助,在此表示感谢。

由于作者水平有限,经验不足,书中错误和不妥之处难免,敬请批评指正。

目 录

结论	(1)
第1章 测量仪器特性	(4)
§ 1.1 测量仪器的静态特性	(4)
§ 1.2 测量仪器的动态特性	(5)
第2章 应变片	(16)
§ 2.1 应变片的工作原理	(16)
§ 2.2 应变片的结构	(18)
§ 2.3 应变片的工作特性	(20)
§ 2.4 应变片的种类及选用原则	(25)
§ 2.5 粘结剂	(30)
第3章 应变仪	(35)
§ 3.1 应变仪的种类和组成	(35)
§ 3.2 应变仪的测量电路	(37)
§ 3.3 静态电阻应变仪	(52)
§ 3.4 静态数字应变仪	(60)
§ 3.5 动态应变仪	(62)
§ 3.6 超动态应变仪	(69)
第4章 显示记录仪器	(71)
§ 4.1 光线示波器	(71)
§ 4.2 磁带记录器	(90)
§ 4.3 笔式记录仪	(105)
§ 4.4 电子示波器	(108)
§ 4.5 数字电压表	(110)
§ 4.6 瞬态记录仪	(112)
§ 4.7 数字打印机的原理	(115)
第5章 应变测量及应用	(118)
§ 5.1 电阻应变片的选择、安装与防护	(118)
§ 5.2 应变片的布置与接桥	(126)
§ 5.3 应变测量	(135)
§ 5.4 砧表面应变测量	(145)
§ 5.5 旋转体上的应变测量	(147)
§ 5.6 液压下的应变测量	(151)
§ 5.7 残余应力测量	(154)

§ 5.8 电阻应变式传感器	(156)
第6章 预埋仪器	(167)
§ 6.1 电阻应变式预埋仪器	(169)
§ 6.2 差动电阻式预埋仪器	(172)
§ 6.3 振弦式预埋仪器	(186)
第7章 位移测量	(199)
§ 7.1 电阻式位移计	(199)
§ 7.2 应变式位移传感器	(202)
§ 7.3 电感式位移传感器	(204)
§ 7.4 电容式位移测量仪器	(212)
§ 7.5 数字式位移传感器	(217)
第8章 振动测量	(224)
§ 8.1 机械振动的分类及表征参数	(224)
§ 8.2 测振仪器及测量系统	(229)
§ 8.3 惯性式(绝对式)测振仪的原理	(230)
§ 8.4 常用几种测振传感器及其测量仪器	(235)
§ 8.5 测振仪器的标定	(249)
§ 8.6 激振设备	(250)
§ 8.7 爆破振动测量	(252)
§ 8.8 转速测量	(253)
第9章 声波测试技术在水利工程中的应用	(255)
§ 9.1 波型和波速	(255)
§ 9.2 声波在介质中的传播	(257)
§ 9.3 声波的发射和接收	(261)
§ 9.4 声波测试的工作方法	(265)
§ 9.5 声波在岩土特性测试中的应用	(270)
§ 9.6 声波在混凝土探测中的应用	(274)
第10章 放射性同位素在水利水电测试中的应用	(281)
§ 10.1 放射性同位素测量的基础知识	(281)
§ 10.2 γ 射线测量在水利量测中的应用	(286)
§ 10.3 中子技术在水利工程量测中的应用	(302)
第11章 水位、浪高和压力测量	(304)
§ 11.1 自动跟踪式水位仪	(304)
§ 11.2 电容式水位计	(306)
§ 11.3 其他水位计	(309)
§ 11.4 水位传感器的标定	(310)
§ 11.5 水压力测量	(311)
§ 11.6 压力传感器的标定	(312)

§ 11.7 压力传感器的自振频率的估算和标定	(314)
§ 11.8 其他压力传感器	(319)
第12章 流速和流量测量	(321)
§ 12.1 光电式旋浆流速仪	(321)
§ 12.2 热线流速仪	(323)
§ 12.3 激光流速仪	(326)
§ 12.4 超声多普勒流速仪	(332)
§ 12.5 流速仪的标定	(333)
§ 12.6 压差式流量计	(334)
§ 12.7 涡轮流量计	(335)
§ 12.8 电磁流量计	(338)
§ 12.9 超声波流量计	(342)
§ 12.10 转子流量计	(343)
§ 12.11 流量计的标定	(344)
§ 12.12 掺气浓度及含沙量的测量	(345)
第13章 数据处理	(348)
§ 13.1 数据处理的基本理论	(348)
§ 13.2 静态测量数据处理	(362)
§ 13.3 动态测量数据处理	(371)
第14章 计算机在水利电测中的应用技术	(379)
§ 14.1 概述	(379)
§ 14.2 模拟量采集的信号调理(预处理)	(380)
§ 14.3 模拟多路开关	(385)
§ 14.4 可编程放大器	(386)
§ 14.5 采样与保持器	(387)
§ 14.6 数/模转换技术	(388)
§ 14.7 模/数转换技术	(391)
§ 14.8 开关量的输入	(496)
§ 14.9 数据采集系统设计	(498)
§ 14.10 计算机控制系统	(401)

绪 论

实验是进行科学研究必不可少的手段，一项科学研究往往要通过多次反复的试验工作，获得足够数量的数据和信息。对这些数据和信息进行科学的处理和研究之后，才能对所研究事物的本质，内在规律及相互关系与影响逐步有所认识，最后，获得可靠有用的结论。而量测技术是取得科学实验的数据和信息的专门技术，因此，先进的量测技术是科学实验不可缺少的条件和手段，是科学实验现代化的重要标志之一。

水利水电工程投资大，工期长，涉及面广，难度大，特殊问题多，关系到千百万人民生命财产的安危。因此，从工程论证，规划、设计、施工到运行，都必须进行一系列的科学实验。诸如工程水力学、结构应力、岩土力学、建筑材料、施工技术、施工机械和水力机械等方面，都要进行大量试验研究工作。在这些试验中，有很多非电物理量如水位、流速、流量、应力、应变、弹性模量，强度、位移、振动速度和加速度，频率和荷载等数据的数值大小及其变化规律都必须获得。有些实验在实验室进行，有些则是在野外现场或原型建筑物上进行。可见，先进的量测技术能促进水工实验向高精度，高速度发展。量测技术水平直接反映水工实验水平。

随着电子技术和计算机技术的发展，非电量电测技术在水利试验中的应用得到了迅速发展。这种量测技术有以下优点：

- 1.能连续测量并自动记录。
- 2.惯性小，响应快，不仅适于静态测量，而且适于动态测量。
- 3.测量精度高，灵敏度高，测量范围大。
- 4.便于多点测量、远距离传递、集中控制和遥控。
- 5.便于小型化、自动化。
- 6.便于计算机进行控制和数据处理。

数十年来，大量的水工实验工作逐渐形成一门专门技术——水利电测技术。水利电测系统如图所示。

被测的非电物理量由传感器转换成电量，经测量仪器后，由记录显示仪器显示记录，必要时用专门仪器对测量结果进行数据处理。

传感器：是一种用来把非电物理量转换成电量或电参数（R、L、C）的装置。要求它既能感受电量，又能够把非电量转换成电量或电参数。直接与被测对象发生联系，传感器常称为一次仪表，它由敏感元件和转换元件组成。敏感元件又称为预变换器。它将被测非电量预先变换为另一种易于转换成电量的非电量，在传感器中，各种类型的弹性元件常被称为敏感元件。转换元件是能将所感受到的非电量直接转换为电量的器件，如应变片，压电晶体等，并不是所有传感器都包括敏感元件和变换元件。有一些传感器不需要预变换，自然就不需要敏感元件，如热敏电阻、光电器件等。另外一些传感器，其敏感元件和变换元件合二为一，如固态压阻式压力传感器等。

按其工作原理, 传感器可分为参量式和发生式两大类。参量式如电阻式、电感式、电容式、电位计式、应变计式, 热电阻式和压敏电阻式等。这类传感器属于无源传感器。本身并不是一个换能器, 被测非电量仅对传感器中的能量起控制或调制作用。所以, 它必须具有辅助电源。由于它不能进行能量转换, 因此一般不可逆。发生式传感器包括压电式、电动式、电磁式、光电式、热电偶、电致伸缩式等。这类传感器属有源式, 是一种能量变换器, 它将非电量直接变换成电量, 一般附有力学系统, 只能在接触式测量中应用, 以便于能量的传递。其中有一些传感器是可逆的。

测量电路: 其功能是对传感器输出的信号进行加工处理, 如放大、衰减、调制与解调、滤波、运算和数字化等。根据变换器的不同, 测量电路亦有所不同。对电阻式、电容式和电感式等参量型传感器, 多数采用载波放大电路 (包括调幅式、调频式和调相式)。对发生传感器, 常采用直接放大电路, 如电压放大器、电荷放大器等。按输出数据的性质不同, 测量电路还可分为模拟电路和数字电路。在静态及变化十分缓慢的动态测量中愈来愈多地采用数字电路。

显示记录仪器也可分为模拟式和数字式两大类: 模拟式如指针式仪表、笔记录仪、光线示波器, 模拟磁带机、电子示波器等。数字式如直流数字电压表, 数字打印机和瞬态波贮器等。

磁带机和波贮器的输出可以和计算机及专用数据处理机配用。利用专门程序进行数据处理。其他记录仪器, 记录波形图其数据处理无法使用计算机, 只能依靠人工处理。

随着科学技术的发展, 传感器向数字化、固态化和非接触化的方向发展。

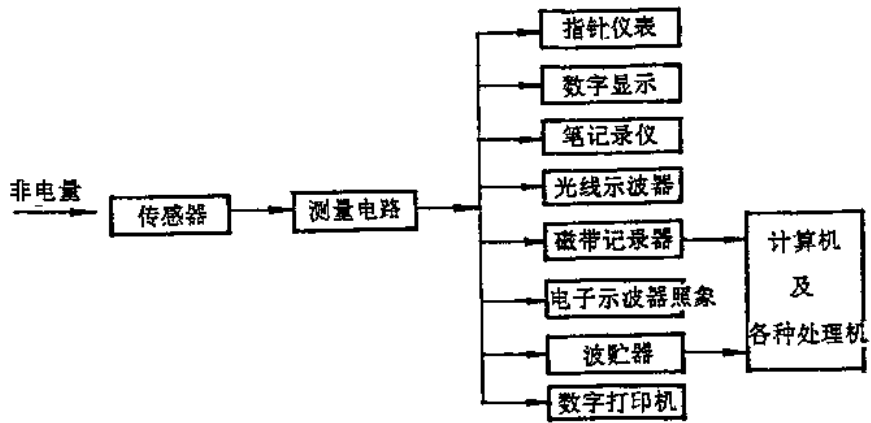
数字化是指, 传感器的输出不再是模拟量而是数字量, 其测量准确度不受模拟信号分辨率的限制, 提高了信号在传输过程中的抗干扰能力和测量精度, 便于和计算机接口相连接。固态化是利用半导体材料作敏感元件与集成电路做在同一基片上, 使敏感元件变成集成电路的一个组成部分。还可以将电子补偿电路、计算电路和温度补偿电路做在一个基片上, 使传感器结构紧凑, 灵敏度高, 性能稳定, 反应快、体积小和工作可靠。非接触化是传感器不介入被测介质, 既避免对被测介质的影响, 提高测量准确性, 同时, 使传感器的寿命增加。

计算机的广泛应用, 给电测技术带来新的生机, 特别是微处理器, 具有体积小, 重量轻, 功耗小, 价格便宜, 并有信息存储, 数据运算功能, 将它直接用于测量仪器中, 成为“智能”仪器。微处理器把控制测量进行, 数据采集、运算和数据处理集于一身, 而且, 还能改进测量方法, 诸如自动平衡, 自动校准, 自动调节, 使测量仪器功能扩大, 精度提高, 结构简单, 灵敏方便, 价格低廉, 可靠性提高, 从根本上改变测量仪器的传统面貌, 大大促进了测量自动化。

水利电测技术是一门年轻专业技术, 但涉及面广, 直接有关的课程有“物理学”、“电子技术”、“计算机应用”。随着高新技术的发展, 必然促进“水利电测技术”更快的发展和成熟, 成为促进水利水电科学研究事业发展的重要手段。

学习“水利电测技术”的目的, 是要掌握测量原理, 正确制定测量方案, 选择合适的测量系统, 正确的使用传感器, 测量仪器和记录仪器, 正确的处理实验数据。学习这门课程, 不仅要学好基本理论, 同时要重视实践环节的训练, 方能有效的掌握, 正确的使

用.



水利电测系统图

第1章 测量仪器的特性

测量的任务是利用仪器把被测物理量进行检出和变换，使之成为人们能感知的量以及进行分析研究。通常，把被测物理量称为输入，把变换后的量称为输出。研究仪器特性就是研究仪器输入和输出之间关系。我们希望，一个测量仪器的输出能够正确的反映输入而不被歪曲。

一般测量仪器的性能可分为静态特性和动态特性两种。用以测量不变的或变化很慢的量的仪器，只需要规定一套静态特性来表达仪器的质量；用以测量变化较快的量的仪器，则必须考虑仪器输入和输出之间的动态关系。这种关系一般用线性微分方程研究，根据动态关系得出的准则称为动态特性。

§ 1.1 静态特性

当输入信号不随时间变化时，测量仪器输出与输入间的关系称为测量仪器的静态特性。静态特性参数主要的有灵敏度、直线性和滞后量。

1.1.1 灵敏度

当测量仪器的输入量 x 有一个变化 Δx 时，引起输出 y 发生变化，在 y 达到稳态后其变化量为 Δy ，则灵敏度 k 为：

$$k = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

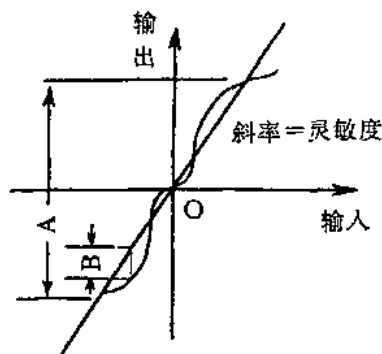


图1-1 测量仪器的线性

当输出和输入量纲相同时，常用“放大倍数”一词来代替“灵敏度”。

对于有些仪器，其灵敏度为：

$$k = \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

它表示，在给定指示量的变化下被测量变化多少，如记录仪的灵敏度 k 表示，在记录上记录笔移动 1cm 需要输入量变化 0.05V 。

$$k = 0.05\text{V} / \text{cm}$$

可见，仪器灵敏度表示其输出和输入之间的对应关系。

1.1.2 直线性

在静态测量中, 测量仪器的输入 x 和输出 y 之间的关系曲线称为标定曲线, 如图 1-1。在理想情况下, 测量仪器的输出和输入间的关系应为一一直线, 即灵敏度为常数; 实际上都是程度不同的曲线。直线性表示在输出及输入变化范围内两者的关系。直线性的好坏用线性度表示,

$$\text{线性度} = \frac{B}{A} \times 100\%$$

其中 A —— 输出信号的变化范围, B —— 标定曲线与直线的最大偏差, 以输出量计。

图 1-1 中直线是用回归分析方法确定的, 与标定曲线偏差最小的直线。

1.1.3 滞后差

对于同一个输入量, 由小增大和由大减小时, 将得到大小不同的输出量, 如图 1-2 所示。在测量全范围中, 这种差别最大的值称为滞后差。

产生滞后差的原因, 主要是测量装置的内摩擦、齿隙、机械材料和电气材料的滞后特性等。

1.1.4 静态特性的测量方法:

为使测量结果正确, 要求测量仪器有足够的灵敏度, 线性度与滞后差要尽可能小。

欲求得测量仪器的静态参数, 对所采用的测量仪器加入一系列已知的输入信号, 分别测出对应的输出信号; 对所得数据, 用回归分析法, 求出进、回程的标定回归直线。由对应同一输入信号的二输出信号最大差求得滞后差由标定曲线和回归直线求出线性度; 由输出和输入之比求得灵敏系数 k 。

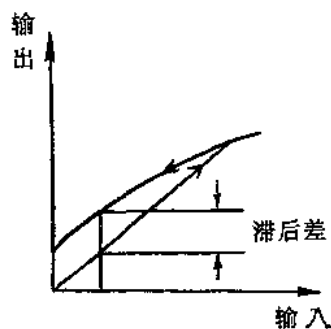


图 1-2 滞后差

§ 1.2 测量仪器的动态特性

当输入是随时间变化的信号时, 测量仪器的输出和输入之间的关系称为测量仪器的动态特性。

当测量仪器的输入是随时间变化的信号 x_i 时, 相应输出随时间变化的信号为 x_o 。一般情况下, x_o 和 x_i 是不一致的, 这种差异称为动误差。我们研究测量仪器的动态特性, 就是要了解其动误差并研究引起的原因, 从而减小动误差。

动态特性的研究通过研究其阶跃响应和频率响应进行。当输入阶跃信号时, 其对应的输出称阶跃响应。当已知阶跃响应后, 便可推算出任意时间变化的输入信号所对应的

输出。可见，阶跃响应在时间域中完全表达了测量系统的动特性，当输入为一系列不同频率正弦信号时，输出随频率的变化称为频率响应。当输入信号是由若干次谐波组成时，则系统的频率响应在频率域中完全表达了测量系统的动特性。因此，通常用测量仪器的阶跃响应和频率响应来表达其动态特性。

在研究仪器的动态特性时，必须建立其输入和输出间关系的微分方程式，即数学模型。由于测量仪器一般为线性系统，所以，数学模型常是线性常微分方程式。测量仪器数学模型就是其传递函数（又称传输函数），传递函数定义为输出信号对输入信号之比。当传递函数是一阶微分方程者称为一阶测量仪器；是二阶微分方程者称为二阶测量仪器。

1.2.1 传递函数

1. 一阶测量仪器的传递函数

图 1-3 为一简化的机械系统，系统质量被忽略，B 为阻尼器的阻尼系数，k 为弹簧的刚性系数，f 为外力（输入信号），x 为位移（输出信号）。其平衡方程为：

$$B \frac{dx}{dt} + kx = f$$

$$\frac{B}{k} \frac{dx}{dt} + x = \frac{1}{k} f$$

$$\text{令 } \tau = \frac{B}{k} \quad \text{则}$$

$$\tau \frac{dx}{dt} + x = \frac{1}{k} f$$

用微分算子 $D = d/dt$ 代入，则上式可改写为

$$(\tau D + 1)x = \frac{1}{k} f$$

$$\frac{xk}{f} = \frac{1}{\tau D + 1}$$

输出信号和输入信号之比，即为质量等于 0 的简化机械系统的传递函数。写成一般形式为

$$\frac{\text{输出}}{\text{输入}} = \frac{1}{\tau D + 1} \quad (1-1)$$

因为式 (1-1) 的分母是 D 的一次式，故为一阶测量仪器原传递函数， τ 定义为时间常数。

2. 二阶测量仪器的传递函数

图 1-4 表示的动圈式测量仪器，说明了建立数学模型的方法，进而求出二阶测量仪器传递函数的一般形式。图中，i 为流过动圈的电流，即输入信号，指针偏转角 θ 为

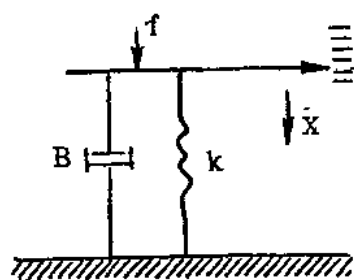


图1-3 忽视质量的简化机械系统

输出信号, J 为正机可动部分的惯性矩, k_s 为游丝的刚度系数。

当动圈中流过电流的时候, 对动圈产生转矩 $k_i i$ (k_i 为电流灵敏度系数), 与惯性力矩、阻尼力矩、游丝反力矩相平衡, 则有

$$J \frac{d^2 \theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + k_s \theta = k_i i$$

用微分算子 $D = d/dt$ 代入, 则上式可写为

$$(JD^2 + BD + k_s)\theta = k_i i$$

则动圈式测量仪器的传递函数为

$$\begin{aligned} \frac{\theta}{i} &= \frac{k_i}{JD^2 + BD + k_s} = \frac{k_i}{J} / (D^2 + \frac{B}{J}D + \frac{k_s}{J}) \\ &= \frac{k\omega_n^2}{D^2 + 2\zeta\omega_n D + \omega_n^2} \end{aligned}$$

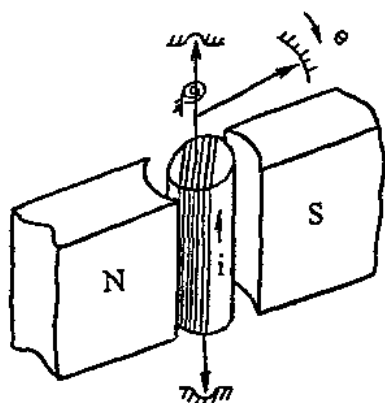


图1-4 动圈式测量仪器的原理

式中, $\zeta = \frac{B}{2\sqrt{Jk_s}}$; $\omega_n = \sqrt{\frac{k_s}{J}}$; $k = \frac{k_i}{k_i}$ 传递函数的分母为 D 的二次式, 为二阶测量仪器。二阶测量仪器传递函数的一般式为

$$\frac{\text{输出}}{\text{输入}} = \frac{k\omega_n^2}{D^2 + 2\zeta\omega_n D + \omega_n^2} \quad (1-2)$$

式中, k 为灵敏度, 由静态特性测量可知。 ζ 为阻尼率, ω_n 系统的固有频率, 可见动态特性取决于 ζ 和 ω_n 。

1.2.2 一阶测量仪器的动特性

1. 一阶仪器的阶跃响应

阶跃信号的形状如图 1-5, 求在阶跃信号 $Au(t)$ 输入下, 测量仪器的阶跃响应。

将 $x_i = Au(t)$ 代入一阶测量仪器的传递函数式中, 得

$$(\tau D + 1)x_o = Au(t) \quad (1-3)$$

对这一线性一阶非齐次微分方程求解

首先, 求齐次方程的通解 x_{0c} , 它的特征方程为

$$\tau D + 1 = 0$$

则 D 的根 γ

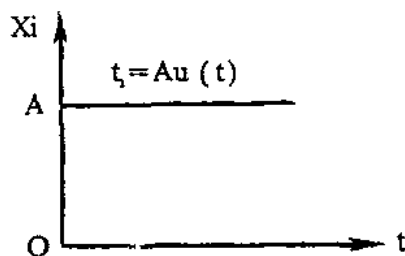


图 1-5 高度为 A 的阶跃信号

$$\gamma = -\frac{1}{\tau}$$

所以, 通解 x_{0c} 为

$$x_{0c} = ke^{\gamma t} = ke^{-\frac{t}{\tau}} \quad (1-4)$$

其次, 求非齐次方程的特性 x_{0p} , 采用待定系数法, 根据函数 $Au(t)$ 为零次多项式, 设特解为

$$x_{0p} = C(t > 0)$$

将 x_{0p} 代入式 (1-3), 则定出系数 $C = A$

所以, 非齐次方程的解为

$$x_0 = x_{0c} + x_{0p} = ke^{-\frac{t}{\tau}} + A \quad (1-5)$$

把初始条件 $x_0(0) = 0$ 代入式 (1-5), 得, $t = 0$ 时 $k = -A$

最后, 得出线性一阶非齐次方程在阶跃输入下的解

$$x_0 = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (1-6)$$

即是一阶测量仪器的阶跃响应函数。用曲线表示如图 1-6, 可见一阶测量仪器的阶跃响应有如下性质:

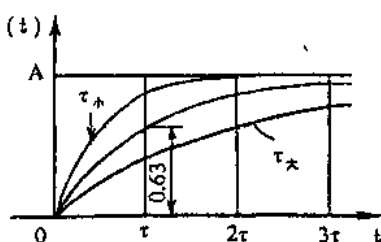


图 1-6 一阶系统的阶跃响应

(1) 阶跃响应函数为指数曲线, 初始值为零, 随时间 t 的增大而增大, 输出值不能马上达到输入值, 而是需要经过一段时间。输出和输入有明显的差异, 这种差异就造成了动误差, 称为过渡响应动误差。

(2) 指数曲线的变化规律取决于常数 τ , τ 值愈大, 曲线趋近于 A 的时间越长, 输出输入差异愈大; τ 值愈小, 曲线趋近于 A 的时间愈短, 输出输入之差也越小。可见 τ 有决定响应速度的重要作用, 故定义 τ 为时间常数。当 $t = \tau$ 时, $x_0 = 0.63A$, 即输出达输入的 63%, 当 $t = 4\tau$ 后才达到 98%, 故常用 4τ 的时间表示响应的快慢。可见, 尽量采用小的时间常数将能减小动误差。

2. 一阶测量仪器的频率响应

一阶测量仪器的传递函数

$$\frac{x_0}{x_i} = \frac{1}{\tau D + 1} \quad (1-7)$$

求 $x_i = A \cos \omega t = A e^{j\omega t}$ 输入下测量仪器的频率响应。

把 $x_i = A e^{j\omega t}$ 代入式 (1-7), 得

$$(\tau D + 1)x_0 = A e^{j\omega t} \quad (1-8)$$

式 (1-8) 为一线性非齐次微分方程, 其解包括通解和特解两部分。

先求式(1-8)齐次方程的通解 x_{0c} ，其特征方程为

$$\tau D + 1 = 0$$

D 的根 γ 为 $\gamma = -\frac{1}{\tau}$

则解为 $x_{0c} = k e^{\gamma t} = k e^{-\frac{t}{\tau}}$ (1-9)

响应的这一部分按负指数规律衰减，当 t 增大时， x_{0c} 趋于 0，所以， x_{0c} 是过渡部分，时间常数 τ 愈小，输出更趋近输入。由于研究频率响应是在进入稳态阶段进行的，因此，频率响应只要求式(1-8)非齐次方程的特解即可。

现在求式(1-8)的特解 x_{0p} ，采用待定系数法，微分方程右边为 $A e^{j\omega t}$ 形式，则特解 x_{0p} 为

$$x_{0p} = B e^{j(\omega t + \Phi)}$$

此为测量仪器在稳态阶段的响应，式中 B 为稳态阶段输出信号的振幅， Φ 为输出比输入的相位差。

现在，求 B/A ， Φ 随 ω 变化关系的频率响应函数。

$$\because x_{0p} = B e^{j(\omega t + \Phi)}$$

$$\therefore \frac{dx_{0p}}{dt} = j\omega B e^{j(\omega t + \Phi)} = j\omega x_{0p} = D x_{0p}$$

将上二式代入(1-8)，得

$$\begin{aligned} (j\omega\tau + 1)B e^{j(\omega t + \Phi)} &= A e^{j\omega t} \\ \frac{B e^{j(\omega t + \Phi)}}{A e^{j\omega t}} &= \frac{B}{A} e^{j\Phi} = \frac{1}{j\omega\tau + 1} \end{aligned} \quad (1-10)$$

把这个输出、输入比

$$\frac{1}{j\omega\tau + 1} \quad (1-11)$$

定义为一阶测量仪器的频率响应函数。它是一个复数，由式(1-10)可见，其幅值为输出、输入振幅比 B/A ，等于复数实部、虚部平方和的开方，即

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 \tau^2 + 1}} \quad (1-12)$$

式(1-12)表示振幅比与频率的关系，是一阶测量系统的幅频特性表达式。

式(1-10)复数的相角为输出、输入间的相位差 Φ ，它等于复数虚部同实部之比的反正切，即

$$\Phi = -\tan^{-1} \omega\tau \quad (1-13)$$

负号表示输出滞后于输入。此式表示相位差与频率的关系，是一阶测量仪器的相频

特性表达式。

把幅频特性式 (1-12) 和相频特性式 (1-13) 用曲线表示, 如图 1-7, 横坐标都是 $\omega\tau$, 纵坐标分别为 B/A 和 Φ 。

由图可见, 一阶测量仪器频率响应有如下性质:

(1) 振幅比 B/A 随 ω 增大而减小; 相位差随 ω 增大而增大。 B/A 和 Φ 表示输出和输入间的差异, 称为稳态响应动误差。

(2) 仪器的频率响应取决于时间常数 τ 。只要给定 τ , 则测量仪器的幅频特性和相

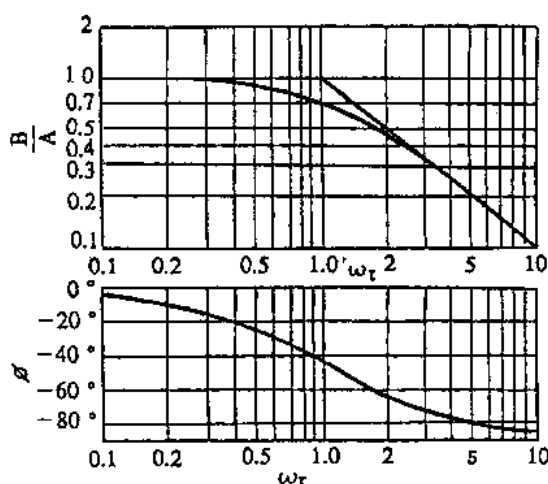


图 1-7 一阶测量仪器的频率响应特性

频特性就完全被确定。将图 1-7 的横坐标 $\omega\tau$ 除以 τ 即变为 ω , 可见 τ 愈小, 失真小的工作频率范围越宽, 反之, τ 愈大, 此工作频率范围越窄。例如在图中 $\omega\tau = 0.3$ 范围内, 振幅失真和相位失真都很小, 当 $\tau = 0.3$ 时, 对应的频率范围 $\omega = 1 \text{ rad/s}$, 而当 $\tau = 3$ 时对应频率范围 $\omega = 0.1 \text{ rad/s}$ 。

1.2.3 二阶测量仪器的动特性

1. 二阶测量仪器的阶跃响应

已知二阶测量仪器的传递函数为

$$\frac{x_0}{x_1} = \frac{k\omega_n^2}{D^2 + 2\zeta\omega_n D + \omega_n^2}$$

现在在阶跃信号 $Au(t)$ 输入下二阶测量仪器的阶跃响应。

将 $x_1 = Au(t)$ 代入上式, 得

$$(D^2 + 2\zeta\omega_n D + \omega_n^2)x_0 = k\omega_n^2 Au(t) \quad (1-14)$$

解线性二阶非齐次方程

首先, 式 (1-14) 的特征方程为

$$D^2 + 2\zeta\omega_n D + \omega_n^2 = 0$$

则 D 的根 γ_1, γ_2

$$\gamma_1 = (-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n$$