



2009年 全国硕士研究生 入学统一考试 数学考试大纲

● 教育部考试中心



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

2009 年全国硕士研究生入学统一考试

数学考试大纲

教育部考试中心



高等教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲 /
教育部考试中心. —北京: 高等教育出版社, 2008. 7
ISBN 978 - 7 - 04 - 024230 - 0

I. 2… II. 教… III. 高等数学 - 研究生 - 入学考试 -
考试大纲 IV. 013 - 41

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 098054 号

策划编辑 刘 佳 责任编辑 雷旭波 封面设计 王凌波
责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010 - 58581118
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	免费咨询	800 - 810 - 0598
邮政编码	100120	网 址	http://www.hep.edu.cn
总 机	010 - 58581000		http://www.hep.com.cn
		网上订购	http://www.landaco.com
经 销	蓝色畅想图书发行有限公司		http://www.landaco.com.cn
印 刷	国防工业出版社印刷厂	畅想教育	http://www.widedu.com
开 本	880 × 1230 1/32	版 次	2008 年 7 月第 1 版
印 张	7.25	印 次	2008 年 7 月第 1 次印刷
字 数	200 000	定 价	22.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 24230 - 00

修订说明

随着我国高等教育的发展,本科教育在培养目标和教学理念上都发生了重大转变,培养知识面宽、基础扎实、能力强、素质高的专门人才成为共识。为适应目前高等院校课程改革的形势,经广泛调研和充分论证,教育部决定从2009年起,将原数学三、数学四进行整合,整合后称为“数学三”。原使用数学三或数学四的招生专业从2009年开始使用新的“数学三”。

新“数学三”的考试内容和考试要求调整如下:

1. 新“数学三”的考试内容为微积分、线性代数、概率论与数理统计,其分数比例依次约为56%、22%和22%。

2. 新“数学三”较原数学四的变化有:

(1) 增加了无穷级数的相关内容;

(2) 增加了线性微分方程解的性质及解的结构定理、二阶微分方程及差分方程的相关内容;

(3) 增加了数理统计的基本概念、点估计的概念、矩估计法及最大似然估计的相关内容。

3. 新“数学三”较原数学三的变化有:

(1) 降低了无穷级数中部分考试内容的考试要求;

(2) 降低了常微分方程与差分方程中二阶微分方程、差分方程的考试要求;

(3) 降低了概率论中切比雪夫不等式的考试要求;

(4) 降低了数理统计的基本概念中部分考试内容的考试要求;

(5) 降低了参数估计中点估计等概念的考试要求;

(6) 删除了参数估计中估计量的评选标准和区间估计的考试内容;

(7) 删除了假设检验的全部考试内容。

4. 新“数学三”的参考试题根据考试内容和考试要求的变化做了相应调整。

郑 重 声 明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

反盗版举报传真：(010) 82086060

E-mail：dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮编：100120

购书请拨打读者服务部电话：(010) 58581115/58581116/
58581117/58581118

特别提醒：“中国教育考试在线”<http://www.eduexam.com.cn>是高教版考试用书专用网站。网站本着真诚服务广大考生的宗旨，为考生提供了名师导航、试题宝库、在线考场、图书浏览等多项增值服务。高教版考试用书配有本网站的增值服务卡，该卡为高教版考试用书正版书的专用标识，广大读者可凭此卡上的卡号和密码登录网站获取增值信息，并以此辨别图书真伪。

目 录

I. 考试性质	1
II. 考查目标	1
III. 试卷分类及使用专业	1
IV. 考试形式和试卷结构	2
V. 考试内容和考试要求	3
数学一	3
数学二	16
数学三	23
VI. 参考试题及其参考解答	33
参考试题	33
参考解答	49
附录	85
2007 年全国硕士研究生入学统一考试	85
数学一试题	85
数学一试题参考解答	90
数学二试题	103
数学二试题参考解答	108
数学三试题	120
数学三试题参考解答	125
数学四试题	138
数学四试题参考解答	143
2008 年全国硕士研究生入学统一考试	156
数学一试题	156
数学一试题参考解答	159
数学二试题	172
数学二试题参考解答	176
数学三试题	187



数学三试题参考解答	191
数学四试题	204
数学四试题参考解答	208



I. 考试性质

全国硕士研究生入学数学考试是为招收工学、经济学、管理学硕士研究生而设置的具有选拔功能的水平考试. 它的指导思想是既要有利于国家对高层次人才选拔, 也要有利于促进高等学校各类数学课程教学质量的提高.

II. 考查目标

要求考生比较系统地理解数学的基本概念和基本理论, 掌握数学的基本方法, 具备抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力.

III. 试卷分类及使用专业

根据工学、经济学、管理学各学科、专业对硕士研究生入学所应具备的数学知识和能力的不同要求, 硕士研究生入学统考数学试卷分为 3 种, 其中针对工学门类的为数学一、数学二, 针对经济学和管理学门类的为数学三. 招生专业须使用的试卷种类规定如下:

一、须使用数学一的招生专业

1. 工学门类中的力学、机械工程、光学工程、仪器科学与技术、冶金工程、动力工程及工程热物理、电气工程、电子科学与技术、信息与通信工程、控制科学与工程、计算机科学与技术、土木工程、水利工程、测绘科学与技术、交通运输工程、船舶与海洋工程、航空航天科学与技术、兵器科学与技术、核科学与技术、生物医学工程等 20 个一级学科中所

有的二级学科、专业。

2. 授工学学位的管理科学与工程一级学科。

二、须使用数学二的招生专业

工学门类中的纺织科学与工程、轻工技术与工程、农业工程、林业工程、食品科学与工程等 5 个一级学科中所有的二级学科、专业。

三、须选用数学一或数学二的招生专业(由招生单位自定)

工学门类中的材料科学与工程、化学工程与技术、地质资源与地质工程、矿业工程、石油与天然气工程、环境科学与工程等一级学科中对数学要求较高的二级学科、专业选用数学一,对数学要求较低的选用数学二。

四、须使用数学三的招生专业

1. 经济学门类的各一级学科。

2. 管理学门类中的工商管理、农林经济管理一级学科。

3. 授管理学学位的管理科学与工程一级学科。

IV. 考试形式和试卷结构

一、试卷满分及考试时间

各卷种试卷满分均为 150 分,考试时间为 180 分钟。

二、答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

三、试卷内容结构

分值比例 考试 内容	卷种		
	数学一	数学二	数学三
高等数学(或微积分)	56%	78%	56%
线性代数	22%	22%	22%
概率论与数理统计	22%	—	22%

四、试卷题型结构

各卷种试卷题型结构均为:

单项选择题 8 小题,每小题 4 分,共 32 分

填空题 6 小题,每小题 4 分,共 24 分

解答题(包括证明题) 9 小题,共 94 分

V. 考试内容和考试要求

数 学 一

高 等 数 学

一、函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法 函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性
复合函数、反函数、分段函数和隐函数 基本初等函数的性质及其图形
初等函数 函数关系的建立
数列极限与函数极限的定义及其性质 函数的左极限和右极限
无穷小量和无穷大量的概念及其关系 无穷小量的性质及无穷小量的比较
极限的四则运算 极限存在的两个准则:单调有界准则和夹逼准则
两个重要极限:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

函数连续的概念 函数间断点的类型 初等函数的连续性 闭区间上连续函数的性质

考试要求

1. 理解函数的概念,掌握函数的表示法,会建立应用问题的函数关系,

2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
3. 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念.
5. 理解极限的概念,理解函数左极限与右极限的概念以及函数极限存在与左极限、右极限之间的关系.
6. 掌握极限的性质及四则运算法则.
7. 掌握极限存在的两个准则,并会利用它们求极限,掌握利用两个重要极限求极限的方法.
8. 理解无穷小量、无穷大量的概念,掌握无穷小量的比较方法,会用等价无穷小量求极限.
9. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.
10. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理),并会应用这些性质.

二、一元函数微分学

考试内容

导数和微分的概念 导数的几何意义和物理意义 函数的可导性与连续性之间的关系 平面曲线的切线和法线 导数和微分的四则运算 基本初等函数的导数 复合函数、反函数、隐函数以及参数方程所确定的函数的微分法 高阶导数 一阶微分形式的不变性 微分中值定理 洛必达(L'Hospital)法则 函数单调性的判别 函数的极值 函数图形的凹凸性、拐点及渐近线 函数图形的描绘 函数的最大值与最小值 弧微分 曲率的概念 曲率圆与曲率半径

考试要求

1. 理解导数和微分的概念,理解导数与微分的关系,理解导数的几何意义,会求平面曲线的切线方程和法线方程,了解导数的物理意义,会用导数描述一些物理量,理解函数的可导性与连续性之间的关系.
2. 掌握导数的四则运算法则和复合函数的求导法则,掌握基本初等函数的导数公式.了解微分的四则运算法则和一阶微分形式的不变

性,会求函数的微分.

3. 了解高阶导数的概念,会求简单函数的高阶导数.

4. 会求分段函数的导数,会求隐函数和由参数方程所确定的函数以及反函数的导数.

5. 理解并会用罗尔(Rolle)定理、拉格朗日(Lagrange)中值定理和泰勒(Taylor)定理,了解并会用柯西(Cauchy)中值定理.

6. 掌握用洛必达法则求未定式极限的方法.

7. 理解函数的极值概念,掌握用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法,掌握函数最大值和最小值的求法及其应用.

8. 会用导数判断函数图形的凹凸性(注:在区间 (a, b) 内,设函数 $f(x)$ 具有二阶导数.当 $f''(x) > 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凹的;当 $f''(x) < 0$ 时, $f(x)$ 的图形是凸的),会求函数图形的拐点以及水平、铅直和斜渐近线,会描绘函数的图形.

9. 了解曲率、曲率圆与曲率半径的概念,会计算曲率和曲率半径.

三、一元函数微分学

考试内容

原函数和不定积分的概念 不定积分的基本性质 基本积分公式 定积分的概念和基本性质 定积分中值定理 积分上限的函数及其导数 牛顿-莱布尼茨(Newton-Leibniz)公式 不定积分和定积分的换元积分法与分部积分法 有理函数、三角函数的有理式和简单无理函数的积分 反常(广义)积分 定积分的应用

考试要求

1. 理解原函数的概念,理解不定积分和定积分的概念.

2. 掌握不定积分的基本公式,掌握不定积分和定积分的性质及定积分中值定理,掌握换元积分法与分部积分法.

3. 会求有理函数、三角函数有理式和简单无理函数的积分.

4. 理解积分上限的函数,会求它的导数,掌握牛顿-莱布尼茨公式.

5. 了解反常积分的概念,会计算反常积分.

6. 掌握用定积分表达和计算一些几何量与物理量(平面图形的面积、平面曲线的弧长、旋转体的体积及侧面积、平行截面面积为已知的

立体体积、功、引力、压力、质心、形心等)及函数的平均值.

四、向量代数和空间解析几何

考试内容 向量的概念 向量的线性运算 向量的数量积和向量积 向量的

混合积 两向量垂直、平行的条件 两向量的夹角 向量的坐标表达式及其运算 单位向量 方向数与方向余弦 曲面方程和空间曲线方程的概念 平面方程 直线方程 平面与平面、平面与直线、直线与直线的夹角以及平行、垂直的条件 点到平面和点到直线的距离 球面 柱面 旋转曲面 常用的二次曲面方程及其图形 空间曲线的参数方程和一般方程 空间曲线在坐标面上的投影曲线方程

考试要求

1. 理解空间直角坐标系,理解向量的概念及其表示.
2. 掌握向量的运算(线性运算、数量积、向量积、混合积),了解两个向量垂直、平行的条件.
3. 理解单位向量、方向数与方向余弦、向量的坐标表达式,掌握用坐标表达式进行向量运算的方法.
4. 掌握平面方程和直线方程及其求法.
5. 会求平面与平面、平面与直线、直线与直线之间的夹角,并会利用平面、直线的相互关系(平行、垂直、相交等)解决有关问题.
6. 会求点到直线以及点到平面的距离.
7. 了解曲面方程和空间曲线方程的概念.
8. 了解常用二次曲面的方程及其图形,会求简单的柱面和旋转曲面的方程.
9. 了解空间曲线的参数方程和一般方程,了解空间曲线在坐标平面上的投影,并会求该投影曲线的方程.

五、多元函数微分学

考试内容 多元函数的概念 二元函数的几何意义 二元函数的极限与连续

的概念 有界闭区域上多元连续函数的性质 多元函数的偏导数和全微分 全微分存在的必要条件和充分条件 多元复合函数、隐函数的



求导法 二阶偏导数 方向导数和梯度 空间曲线的切线和法平面
曲面的切平面和法线 二元函数的二阶泰勒公式 多元函数的极值和
条件极值 多元函数的最大值、最小值及其简单应用

考试要求

1. 理解多元函数的概念,理解二元函数的几何意义.
2. 了解二元函数的极限与连续的概念以及有界闭区域上连续函数的性质.
3. 理解多元函数偏导数和全微分的概念,会求全微分,了解全微分存在的必要条件和充分条件,了解全微分形式的不变性.
4. 理解方向导数与梯度的概念,并掌握其计算方法.
5. 掌握多元复合函数一阶、二阶偏导数的求法.
6. 了解隐函数存在定理,会求多元隐函数的偏导数.
7. 了解空间曲线的切线和法平面及曲面的切平面和法线的概念,会求它们的方程.
8. 了解二元函数的二阶泰勒公式.
9. 理解多元函数极值和条件极值的概念,掌握多元函数极值存在的必要条件,了解二元函数极值存在的充分条件,会求二元函数的极值,会用拉格朗日乘数法求条件极值,会求简单多元函数的最大值和最小值,并会解决一些简单的应用问题.

六、多元函数积分学

考试内容

二重积分与三重积分的概念、性质、计算和应用 两类曲线积分的概念、性质及计算 两类曲线积分的关系 格林(Green)公式 平面曲线积分与路径无关的条件 二元函数全微分的原函数 两类曲面积分的概念、性质及计算 两类曲面积分的关系 高斯(Gauss)公式 斯托克斯(Stokes)公式 散度、旋度的概念及计算 曲线积分和曲面积分的应用

考试要求

1. 理解二重积分、三重积分的概念,了解重积分的性质,了解二重积分的中值定理.

2. 掌握二重积分的计算方法(直角坐标、极坐标),会计算三重积分(直角坐标、柱面坐标、球面坐标).

3. 理解两类曲线积分的概念,了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系.

4. 掌握计算两类曲线积分的方法.

5. 掌握格林公式并会运用平面曲线积分与路径无关的条件,会求二元函数全微分的原函数.

6. 了解两类曲面积分的概念、性质及两类曲面积分的关系,掌握计算两类曲面积分的方法,掌握用高斯公式计算曲面积分的方法,并会用斯托克斯公式计算曲线积分.

7. 了解散度与旋度的概念,并会计算.

8. 会用重积分、曲线积分及曲面积分求一些几何量与物理量(平面图形的面积、体积、曲面面积、弧长、质量、质心、形心、转动惯量、引力、功及流量等).

七、无穷级数

考试内容

常数项级数的收敛与发散的概念 收敛级数的和的概念 级数的基本性质与收敛的必要条件 几何级数与 p 级数及其收敛性 正项级数收敛性的判别法 交错级数与莱布尼茨定理 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 函数项级数的收敛域与和函数的概念 幂级数及其收敛半径、收敛区间(指开区间)和收敛域 幂级数的和函数 幂级数在其收敛区间内的基本性质 简单幂级数的和函数的求法 初等函数的幂级数展开式 函数的傅里叶(Fourier)系数与傅里叶级数 狄利克雷(Dirichlet)定理 函数在 $[-l, l]$ 上的傅里叶级数 函数在 $[0, l]$ 上的正弦级数和余弦级数

考试要求

1. 理解常数项级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念,掌握级数的基本性质及收敛的必要条件.

2. 掌握几何级数与 p 级数的收敛与发散的条件.

3. 掌握正项级数收敛性的比较判别法和比值判别法,会用根值判



别法.

4. 掌握交错级数的莱布尼茨判别法.
5. 了解任意项级数绝对收敛与条件收敛的概念以及绝对收敛与收敛的关系.
6. 了解函数项级数的收敛域及和函数的概念.
7. 理解幂级数收敛半径的概念,并掌握幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域的求法.
8. 了解幂级数在其收敛区间内的基本性质(和函数的连续性、逐项求导和逐项积分),会求一些幂级数在收敛区间内的和函数,并会由此求出某些数项级数的和.
9. 了解函数展开为泰勒级数的充分必要条件.
10. 掌握 e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ 及 $(1+x)^a$ 的麦克劳林(Maclaurin)展开式,会用它们将一些简单函数间接展开为幂级数.
11. 了解傅里叶级数的概念和狄利克雷收敛定理,会将定义在 $[-l, l]$ 上的函数展开为傅里叶级数,会将定义在 $[0, l]$ 上的函数展开为正弦级数与余弦级数,会写出傅里叶级数的和函数的表达式.

八、常微分方程

考试内容

常微分方程的基本概念 变量可分离的微分方程 齐次微分方程 一阶线性微分方程 伯努利(Bernoulli)方程 全微分方程 可用简单的变量代换求解的某些微分方程 可降阶的高阶微分方程 线性微分方程解的性质及解的结构定理 二阶常系数齐次线性微分方程 高于二阶的某些常系数齐次线性微分方程 简单的二阶常系数非齐次线性微分方程 欧拉(Euler)方程 微分方程的简单应用

考试要求

1. 了解微分方程及其阶、解、通解、初始条件和特解等概念.
2. 掌握变量可分离的微分方程及一阶线性微分方程的解法.
3. 会解齐次微分方程、伯努利方程和全微分方程,会用简单的变量代换解某些微分方程.
4. 会用降阶法解下列形式的微分方程: $y^{(n)} = f(x)$, $y'' = f(x, y')$ 和

$$y'' = f(y, y').$$

5. 理解线性微分方程解的性质及解的结构.
6. 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法, 并会解某些高于二阶的常系数齐次线性微分方程.
7. 会解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数以及它们的和与积的二阶常系数非齐次线性微分方程.
8. 会解欧拉方程.
9. 会用微分方程解决一些简单的应用问题.

线性代数

一、行列式

考试内容

行列式的概念和基本性质 行列式按行(列)展开定理

考试要求

1. 了解行列式的概念, 掌握行列式的性质.
2. 会应用行列式的性质和行列式按行(列)展开定理计算行列式.

二、矩阵

考试内容

矩阵的概念 矩阵的线性运算 矩阵的乘法 方阵的幂 方阵乘积的行列式 矩阵的转置 逆矩阵的概念和性质 矩阵可逆的充分必要条件 伴随矩阵 矩阵的初等变换 初等矩阵 矩阵的秩 矩阵的等价 分块矩阵及其运算

考试要求

1. 理解矩阵的概念, 了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵以及它们的性质.
2. 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置以及它们的运算规律, 了解方阵的幂与方阵乘积的行列式的性质.
3. 理解逆矩阵的概念, 掌握逆矩阵的性质以及矩阵可逆的充分必要条件, 理解伴随矩阵的概念, 会用伴随矩阵求逆矩阵.
4. 理解矩阵初等变换的概念, 了解初等矩阵的性质和矩阵等价的