高等学校教学用书

线性代数练习

邵建峰　刘彬　编

化学工业出版社

高等学校教学用书

线性代数练习

邵建峰　刘　彬　编

化学工业出版社

·北京·

线性代数是大学理工科与经济、管理等学科的一门基础课程。现将课外练习与自我测试题部分集为一册出版，以使学习者完成练习更加便利。

本书是配套教材《线性代数》（第二版）（邵建峰　刘彬　编）的学生用练习册，共两大部分。第一部分是线性代数前七章的习题与每章自测题；第二部分是模拟试题与解答。每章既有一定量的习题，又有作者精心挑选的自测题，并附有习题和自测题参考答案。书后附有六套测试试题及详解和一套模拟试题，以帮助学生理解教材的基本概念，提高分析问题和解决问题的能力。

本练习册与线性代数教材和学习指导书配套使用。本书特殊的装订形式方便学生作业使用，也可供考研人员复习时练习使用。

图书在版编目（CIP）数据

线性代数练习/邵建峰，刘彬编．—北京：化学工业出版社，2008.7

高等学校教学用书

ISBN 978-7-122-03468-7

Ⅰ．线…　Ⅱ．①邵…②刘…　Ⅲ．线性代数-高等学校-习题　Ⅳ．O151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 114928 号

责任编辑：唐旭华　　　　文字编辑：宋　薇

责任校对：凌亚男　　　　装帧设计：韩　飞

出版发行：化学工业出版社（北京市东城区青年湖南街 13 号　邮政编码 100011）

印　　刷：北京市振南印刷有限责任公司

装　　订：三河市宇新装订厂

787mm×1092mm　1/16　印张 7　字数 169 千字　　2008 年 9 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询：010-64518888（传真：010-64519686）　售后服务：010-64518899

网　　址：http://www.cip.com.cn

凡购买本书，如有缺损质量问题，本社销售中心负责调换。

定　　价：13.00 元

目　录

目　　录

第一章　行列式

第一章习题

1. 计算行列式：

(1) $\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega^2 & 1 & \omega \\ \omega & \omega^2 & 1 \end{vmatrix}$，其中 $\omega=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$；

(3) $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$；

(4) $\begin{vmatrix} a & 1 & 0 & 0 \\ -1 & b & 1 & 0 \\ 0 & -1 & c & 1 \\ 0 & 0 & -1 & d \end{vmatrix}$。

2. 计算行列式：

(1) $\begin{vmatrix} a & b & a+b \\ b & a+b & a \\ a+b & a & b \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \\ 4 & -1 & 0 & -3 \\ 1 & 2 & -6 & 3 \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$；　(4) $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+x \end{vmatrix}$。

3. 证明：

(1) $\begin{vmatrix} ax+by & ay+bz & az+bx \\ ay+bz & az+bx & ax+by \\ az+bx & ax+by & ay+bz \end{vmatrix}=(a^3+b^3)\begin{vmatrix} x & y & z \\ y & z & x \\ z & x & y \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}=(a+b+c)(b-a)(c-a)(c-b)$。

4. 已知

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

求下列各行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$； (2) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 3x & 3y+4 & 3z+6 \\ x+1 & y+1 & z+1 \end{vmatrix}$。

5. 计算 n 阶行列式

(1) $\begin{vmatrix} x & y & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & y \\ y & 0 & 0 & \cdots & 0 & x \end{vmatrix}$； (2) $\begin{vmatrix} x_1-m & x_2 & \cdots & x_n \\ x_1 & x_2-m & \cdots & x_n \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_1 & x_2 & \cdots & x_n-m \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-1 & n \\ 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-1 & -(n-1) \end{vmatrix}$；

(4) $\begin{vmatrix} 1-a_1 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 1-a_2 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1-a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1-a_{n-1} & a_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1-a_n \end{vmatrix}$。

6. 证明：

(1) $$\begin{vmatrix} x & -1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & x & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & -1 \\ a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_2 & x+a_1 \end{vmatrix} = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1} x + a_n;$$

(2) $$\begin{vmatrix} \cos\theta & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 2\cos\theta & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2\cos\theta & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2\cos\theta & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 2\cos\theta \end{vmatrix} = \cos(n\theta)。$$

7. 利用 n 阶范德蒙行列式计算：

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}$；　　(2) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ b+c & c+a & a+b \end{vmatrix}$。

8. 用克莱姆法则解下列线性方程组（可以利用 MATLAB 计算行列式的值）：

$$\begin{cases} x_1+x_2+5x_3+7x_4=14 \\ 4x_1+6x_2+7x_3+x_4=0 \\ 5x_1+7x_2+x_3+3x_4=4 \\ 7x_1+x_2+3x_3+5x_4=16 \end{cases}$$

9. 求 k 的值，使下列齐次线性方程组有非零解（能利用 MATLAB 计算符号行列式吗?）：

$$\begin{cases} kx+y+z=0 \\ x+ky-z=0 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}$$

10. 求二次插值多项式 $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2$，使得 $f(-1)=7$，$f(1)=-1$，$f(2)=1$。

第一章自测题

1. 填充与选择题

（1）设 $A=(A_1 \quad A_2 \quad A_3)$是按列分块表示的 3 阶方阵，且$|A|=-2$，则下列行列式$|A_3-2A_1 \quad 3A_2 \quad A_1|=$__________。

（2）设 4 阶行列式$|A|=|\alpha \quad \gamma_2 \quad \gamma_3 \quad \gamma_4|=3$和$|B|=|\beta \quad \gamma_2 \quad \gamma_3 \quad \gamma_4|=1$，则行列式$|A+B|=$__________。

（3）行列式$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ b & 0 & 0 & a \end{vmatrix}$的值为（　　）。

(A) 0　　(B) a^4-b^4　　(C) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$　　(D) $(a^2-b^2)^2$

（4）设 $A=(A_1 \quad A_2 \quad A_3)$ 是 3 阶方阵，其中 $A_i(i=1,2,3)$是它的列，则 $|A|=$（　　）。

(A) $|A_3 \quad A_2 \quad A_1|$　　(B) $|-A_1 \quad -A_2 \quad -A_3|$

(C) $|A_1 \quad A_1+A_2 \quad A_1+A_2+A_3|$　　(D) $|A_1+A_2 \quad A_2+A_3 \quad A_3+A_1|$

2. 计算行列式：

（1）$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$；　　（2）$D_n=\begin{vmatrix} x & a & \cdots & a \\ a & x & \cdots & a \\ \multicolumn{4}{c}{\cdots\cdots\cdots\cdots} \\ a & a & \cdots & x \end{vmatrix}$；

（3）$D_n=\begin{vmatrix} 2 & 1 & & & & \\ 1 & 2 & 1 & & & \\ & 1 & 2 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & 1 & 2 & 1 \\ & & & & 1 & 2 \end{vmatrix}$。

3. 求三次多项式 $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3$，使得 $f(-1)=0$，$f(1)=4$，$f(2)=3$，$f(3)=16$。

第一章习题与自测题答案

习　题

1. 计算行列式

（1）1；　（2）0；　（3）$a_{14}a_{23}(a_{32}a_{41}-a_{31}a_{42})$；　（4）$abcd+ab+cd+ad+1$。

2. 计算行列式

（1）$-2(a^3+b^3)$；　（2）0；　（3）160；　（4）x^4+4x^3。

4.（1）1　；（2）2。

5.（1）$x^n+(-1)^{n+1}y^n$；　（2）$(-1)^{n-1}m^{n-1}(x_1+x_2+\cdots+x_n-m)$；

（3）$(-1)^{n-1}\dfrac{(n+1)!}{2}$；

（4）（提示：依最后一列展开）$1+(-1)a_1+(-1)^2a_1a_2+\cdots+(-1)^na_1a_2\cdots a_n$。

7.（1）12；　（2）$(a+b+c)(b-a)(c-a)(c-b)$。

8.（1，-1，0，2）。

9. $k_1=-1$，$k_2=4$。

10. $a_0=1$，$a_1=-4$，$a_2=2$。

自测题

1.（1）6；　（2）32；　（3）（D）；　（4）（C）。

2.（1）化上三角，117；　（2）$[x+(n-1)a](x-a)^{n-1}$；

（3）按第一行展开，得到$=2D_{n-1}-D_{n-2}$，于是递推可得 $D_n=(n+1)$。

3. 提示：可以手工计算（有一定的计算量），也可以利用 MATLAB 计算行列式，甚至还可以借助于已有的 MATLAB 函数命令 polyfit 更简捷地求解，可得 $a_0=7$，$a_1=0$，$a_2=-5$，$a_3=2$。

第二章　矩阵

第二章习题

1. 已知

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0 & -2 & 1\\ 1 & 1 & 3\\ 3 & 0 & 4\end{pmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1 & 4 & -1\\ 0 & 2 & 3\\ -1 & 3 & 0\end{pmatrix}$$

求 $\boldsymbol{A}'\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{AB}-2\boldsymbol{BA}$。

2. 求下列矩阵的乘积：

(1) $\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 3 & -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 2\\ 1 & 3\\ -1 & 4\end{pmatrix}$；

(2) $\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\ -1 & 3 & 5\\ 2 & 5 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\ -1\\ 1\end{pmatrix}$；

(3) $\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\\ 4\end{pmatrix}(-1\quad 1\quad 0\quad 2)$；

(4) $(3\quad 2\quad 1)\begin{pmatrix}1\\ 4\\ 7\end{pmatrix}$；