十一五 配套教材

普通高等教育“十一五”国家级规划教材配套教材

（供临床·基础·检验·预防·护理·口腔·药学等专业用）

医用物理学学习指导

主编 洪 洋 俞 航

高等教育出版社
Higher Education Press

普通高等教育"十一五"国家级规划教材配套教材

（供临床·基础·检验·预防·护理·口腔·药学等专业用）

医用物理学
学习指导

主　编　洪洋　俞航

编　者（以姓氏笔画为序）

王　岚（哈尔滨医科大学）
王桂莲（大连医科大学）
王章金（华中科技大学同济医学院）
文　峻（第四军医大学）
白翠珍（山西医科大学）
刘东华（新乡医学院）
刘志翔（首都医科大学）
江　键（第二军医大学）
冷　冰（南京医科大学）
张　燕（广西医科大学）
赵　静（兰州大学）
侯晓强（郑州大学医学院）
俞　航（中国医科大学）
洪　洋（中国医科大学）
盖立平（大连医科大学）
梁路光（吉林大学）
童家明（青岛大学）
鲍修增（哈尔滨医科大学）

高等教育出版社

内容简介

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材《医用物理学》(第2版)(洪洋主编)的配套教材。

全书按照主教材各章顺序编排，每章包括内容概要、学习园地、典型例题和习题解答四个模块。内容概要概括了本章的知识点，指出基本概念、规律和方法。学习园地旨在激发学生的学习热情、扩展知识结构、培养科学研究兴趣。典型例题列举了本章经典类型习题精解。习题解答则给出对本章基本概念和原理的正确运用，以及具体分析问题和解决问题的思路。

本书是学生学习医用物理学的好帮手，也是教师指导学生、提高教学效果的好工具。

图书在版编目(CIP)数据

医用物理学学习指导/洪洋，俞航主编.—北京：高等教育出版社，2008.5

供临床、基础、检验、预防、护理、口腔、药学等专业用

ISBN 978-7-04-024225-6

Ⅰ.医… Ⅱ.①洪…②俞… Ⅲ.医用物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.R312

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第040178号

策划编辑 秦致中 责任编辑 王文颖 封面设计 张楠 责任绘图 黄建英
版式设计 马敬茹 责任校对 刘莉 责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	购书热线	010-58581118
社　　址	北京市西城区德外大街4号	免费咨询	800-810-0598
邮政编码	100120	网　　址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
总　　机	010-58581000	网上订购	http://www.landraco.com http://www.landraco.com.cn
经　　销	蓝色畅想图书发行有限公司	畅想教育	http://www.widedu.com
印　　刷	北京未来科学技术研究所有限责任公司印刷厂		
开　　本	787×1092　1/16	版　　次	2008年5月第1版
印　　张	15.25	印　　次	2008年5月第1次印刷
字　　数	370 000	定　　价	25.50元

物料号　24225-00

前 言

本书是"十一五"国家级规划教材《医用物理学》(第2版)(洪洋主编)的同步配套教材,由编写主教材的15所院校的编者共同编写。

本书按主教材各章顺序编排,每章分为内容概要、学习园地、典型例题和习题解答四个模块。内容概要又分基本内容、重点提示和难点提示三个子模块,概括了本章的知识点;指出基本概念、规律和方法;并方便学生在学习中分清主次,抓住要点。学习园地通过历史趣闻、前沿链接和医学应用三个子模块激发学生的学习热情,扩展知识结构,培养科学研究兴趣,加强医学应用能力。典型例题列举了本章经典类型习题精解。习题解答则给出对本章基本概念和原理的正确运用,以及具体分析问题和解决问题的思路,使学生通过习题演练,梳理各章知识要点,剖析难点症结,及时清理认识上的误区,掌握正确的解题方法。另外我们在书后还编入了中国医科大学、华中科技大学同济医学院、哈尔滨医科大学、南京医科大学和山西医科大学五所医学院校的医用物理学模拟试题和答案。

在长期教学实践中我们体会到,对于大学一年级的医学生而言,要在较短时间内学完物理学全部内容面临许多困难。一是数学基础较薄弱,限制了对物理规律的掌握和物理思想的理解;二是医学院校课程密度大,几乎每天都要上满8学时甚至更多,自习的时间相对很少,用于数理类课程的自习时间更少。因此知识要点难以掌握,分析解题力不从心。本书针对这种情况,紧密围绕基本要求,系统把握知识脉络,熟练运用思想方法,努力培养创新能力,使学生能够短时间、高效率地学好医用物理学课程。

本书作为面向21世纪医学院校物理教学改革的一种尝试,诚祈得到各位同仁的支持与肯定。由于编者水平有限,时间仓促,书中的缺点和错误在所难免,诚祈读者惠予指正。

洪洋
2008年元旦

目　录

第一章　人体力学的基础知识

一、内 容 概 要

【基本内容】

1. 位移　质点在一段时间内位置的改变称为它在这段时间内的位移. 位移是矢量.

2. 平均速度　质点的位移与所经历的时间的比值. 速度是矢量.

3. 加速度　质点的运动速度对时间的变化率. 加速度是矢量.

4. 牛顿第一定律　任何物体都保持静止或匀速直线运动的状态,直到其他物体所作用的力迫使它改变这种状态为止.

5. 牛顿第二定律　物体受到外力作用时,物体所获得的加速度的大小与合外力的大小成正比,与物体的质量成反比,加速度的方向与合外力的方向相同,即 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{F}/m$.

6. 牛顿第三定律　当物体 A 以力 $\boldsymbol{F}_1$ 作用在物体 B 上时,物体 B 也必定同时以力 $\boldsymbol{F}_2$ 作用在物体 A 上;$\boldsymbol{F}_1$ 和 $\boldsymbol{F}_2$ 作用在同一直线上,大小相等而方向相反.

7. 动量　物体的质量 m 和速度 $\boldsymbol{v}$ 的乘积,表示为 $\boldsymbol{p}=m\boldsymbol{v}$.

8. 冲量　$\boldsymbol{I}=\int_{t_1}^{t_2}\boldsymbol{F}\mathrm{d}t$,表示力 $\boldsymbol{F}$ 在时间 t_1 到 t_2 之间的累积量.

9. 动量定理　在运动过程中,物体所受合外力的冲量,等于其动量的增量.

10. 动量守恒定律　如果系统不受外力或所受外力的矢量和为零(即 $\sum_i \boldsymbol{F}_i=0$),那么,系统的总动量保持不变.

11. 功　力在位移方向上的分量与位移大小的乘积.

12. 动能　能量是物体作功本领的量度. 物体由于运动,也就是物体由于具有速度而具有的能量,这种能量称为动能,可表示为$\frac{1}{2}mv^2$.

13. 动能定理　合外力对物体所作的功等于物体动能的增量.

14. 势能　能量的大小决定于物体之间的相互作用和相对位置.

15. 保守力　当系统内的物体在某种力的作用下从初位置 A 沿任意路径移动到末位置 B 时,该力所作的功只与物体的始末位置有关,而与物体所经过的路径无关,则该力称为保守力.

16. 功能原理　机械能的增量等于外力和非保守内力作功的总和.

17. 机械能守恒定律　一个系统内只有保守力作功,其他内力和一切外力都不作功(或其他

内力和一切外力的总功为零），那么，系统内各物体的动能和势能可以互相转换，但是它们的总和保持不变.

18. 能量守恒定律　能量不能够消失，也不能够创造，只能从一种形式转化为另一种形式.

19. 刚体　大小和形状在任何情况下都不发生改变的物体.

20. 定轴转动　刚体在转动过程中，转轴的空间位置保持不变.

21. 角速度　角位移对时间的变化率.

22. 角加速度　角速度对时间的变化率.

23. 旋进　刚体的自转轴绕着另一条轴线的转动.

24. 形变　物体在外力作用下所发生的形状和大小的改变.

25. 弹性形变　物体所受外力去掉后，在外力作用下所发生的形变能够完全消失的形变.

26. 杨氏模量　在拉伸形变的正比极限范围内，拉伸应力与拉伸应变之比，即 $E=\frac{\sigma}{\varepsilon}$.

27. 体积模量　附加压强与体应变的比值，即 $K=-\frac{p}{\theta}$. 负号表示压强增加时体积减小.

28. 切变模量　剪切应力与剪切应变之比，即 $G=\frac{\tau}{\gamma}$.

29. 张力　在弹性膜腔内部气体的均匀压强作用下，膜内各部分之间产生的附加引力；张力的方向是沿膜的切平面.

30. 球面弹性膜的拉普拉斯公式　$p=\frac{2T}{R}$. 式中 p 为球面弹性膜腔内外的压强差，在医学上称为跨膜压.

31. 管状弹性膜的拉普拉斯公式　$p=\frac{T}{R}$.

【重点提示】

1. 转动惯量　反映刚体转动惯性大小的物理量. $J=\int r^2\,\mathrm{d}m=\int r^2\rho\mathrm{d}V$.

2. 刚体的转动定理　在定轴转动中，刚体转动的角加速度与刚体相对于该转轴的转动惯量成反比，与作用于刚体的外力矩成正比.

3. 角动量　$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$.

4. 角动量定理　作定轴转动的刚体所受到的冲量矩等于刚体对该转轴的角动量的增量.

5. 角动量守恒定律　当定轴转动的刚体所受外力对转轴的合力矩为零时，刚体对该转轴的角动量不随时间变化.

6. 应变　弹性体在外力作用下所发生的相对形变量.

7. 拉伸应变　弹性体在外力的拉伸下产生的长度变化与物体原来长度的比值，即 $\varepsilon=\frac{\Delta l}{l_0}$.

8. 体应变　弹性体在受到压力时体积的改变量与原来的体积的比值，即 $\theta=\frac{\Delta V}{V_0}$.

9. 剪切应变　在力偶的作用下，平行截面间相对滑动位移与两截面垂直距离之比，即 $\gamma=\frac{\Delta x}{d}=\tan\varphi$.

10. 应力　单位面积上的附加内力.

11. 拉伸应力　单位横截面积上的附加内力，即 $\sigma=\dfrac{dF}{dS}$.

12. 剪切应力　单位面积上所受到的附加切向内力，即 $\tau=\dfrac{dF}{dS}$.

【难点提示】

旋进　刚体的自转轴绕着另一条轴线的转动，是两种转动行为的叠加，是两种力学状态矢量的叠加.

二、学习园地

【历史趣闻】

牛　　顿

艾萨克·牛顿(Isaac Newton，1642 年 12 月 25 日—1727 年 3 月 20 日)，英国最负盛名的物理学家、数学家、天文学家和自然哲学家，同时是英国当时炼金术的热衷者.

牛顿的主要成就如下：

1. 力学方面的贡献

牛顿在伽利略等人工作的基础上进行深入研究，总结出了物体运动的三个基本定律(牛顿运动定律)，为力学奠定了坚实的基础，并对其他学科的发展产生了巨大影响. 牛顿第一定律的内容伽利略曾提出过，后来笛卡儿作过形式上的改进. 伽利略也曾非正式地提到牛顿第二定律的内容. 牛顿第三定律的内容则是牛顿在总结雷恩、沃利斯和惠更斯等人的结果之后得出的.

牛顿是万有引力定律的发现者. 他在 1665—1666 年开始考虑这个问题. 1679 年，胡克在写给他的信中提出，引力应与距离平方成反比，地球高处抛体的轨道为椭圆，假设地球有缝，抛体将回到原处，而不是像牛顿所设想的轨道是趋向地心的螺旋线. 牛顿没有回信，但采用了胡克的见解. 在开普勒行星运动定律以及其他人的研究成果上，他用数学方法导出了万有引力定律.

牛顿把地球上物体的力学和天体力学统一到一个基本的力学体系中，创立了经典力学理论体系，正确地反映了宏观物体低速运动的宏观运动规律，实现了自然科学的第一次大统一. 这是人类对自然界认识的一次飞跃.

牛顿指出流体粘性阻力与剪切率成正比. 他认为：如果其他条件都相同，流体部分之间由于缺乏润滑性而引起的阻力，与流体部分之间分离速度成比例. 现在把符合这一规律的流体称为牛顿流体，其中包括最常见的水和空气，不符合这一规律的称为非牛顿流体.

2. 数学方面的贡献

17世纪以来,原有的几何和代数已难以解决当时生产和自然科学所提出的许多新问题.牛顿将古希腊以来求解无穷小问题的种种特殊方法统一为两类算法:正流数术(微分)和反流数术(积分),反映在1669年的《运用无限多项方程》、1671年的《流数术与无穷级数》、1676年的《曲线求积术》三篇论文和《自然哲学的数学原理》一书中,以及被保存下来的1666年10月他写的在朋友们中间传阅的一篇手稿《论流数》中.与此同时,他还在1676年首次公布了他发明的二项式展开定理.牛顿利用它还发现了其他无穷级数,并用来计算面积、积分、解方程等.1684年莱布尼兹从对曲线的切线研究中引入了拉长的S作为微积分符号,从此牛顿创立的微积分学得到迅速推广.

微积分的出现,成了数学发展中除几何与代数以外的另一重要分支——数学分析(牛顿称之为“借助于无限多项方程的分析”),并进一步发展为微分几何、微分方程、变分法等,这些又反过来促进了理论物理学的发展.

3. 光学方面的贡献

牛顿曾致力于颜色的现象和光的本性的研究.1666年,他用三棱镜研究日光,得出结论:白光是由不同颜色(即不同波长)的光混合而成的,不同波长的光有不同的折射率.在可见光中,红光波长最长,折射率最小;紫光波长最短,折射率最大.牛顿的这一重要发现成为光谱分析的基础,揭示了光色的秘密.牛顿还曾把一个磨得很精、曲率半径较大的凸透镜的凸面,压在一个十分光洁的平面玻璃上,在白光照射下可看到,中心的接触点是一个暗点,周围则是明暗相间的同心圆圈.后人把这一现象称为“牛顿环”.他创立了光的“微粒说”,从一个侧面反映了光的运动性质,但牛顿对光的“波动说”并不持反对态度.1704年,他出版了《光学》一书,系统地阐述了他在光学方面的研究成果.

4. 热学方面的贡献

牛顿确定了冷却定律,即当物体表面与周围有温差时,单位时间内从单位面积上散失的热量与这一温差成正比.

5. 天文学方面的贡献

1672年牛顿创制了反射望远镜.他用质点间的万有引力证明,密度呈球对称的球体对外的引力都可以用同质量的质点放在中心的位置来代替.他还用万有引力原理说明潮汐的各种现象,指出潮汐的大小不但同月球的相位有关,而且同太阳的方位有关.牛顿预言地球不是正球体.岁差就是由于太阳对赤道突出部分的摄动造成的.

6. 哲学方面的贡献

牛顿的哲学思想基本属于自发的唯物主义,他承认时间、空间的客观存在.如同历史上一切伟大人物一样,牛顿虽然对人类做出了巨大的贡献,但他也不能不受时代的限制.例如,他把时间、空间看做是同运动着的物质相脱离的东西,提出了所谓绝对时间和绝对空间的概念;他对那些暂时无法解释的自然现象归结为上帝的安排,提出一切行星都是在某种外来的“第一推动力”作用下才开始运动的说法.

1687年出版的《自然哲学的数学原理》一书是牛顿最重要的著作.该书总结了他一生中许多重要发现和研究成果,其中包括万有引力定律以及他的牛顿运动定律.牛顿一生中留下了50多万字的炼金术手稿和100多万字的神学手稿.

【医学应用】

人体力学知识点滴

人体的运动形式多种多样，但大多数是杠杆原理的运用.杠杆是一个能绕支点转动的杆.杠杆有三种基本形式：平衡杠杆，支点位于阻力作用点与力点之间；省力杠杆，阻力作用点位于支点和力点之间；速度杠杆，力点位于阻力作用点与支点之间.人体运用最多的是速度杠杆原理，但也有平衡杠杆和省力杠杆原理.

头颈部是最典型的平衡杠杆原理.手持重物是速度杠杆原理.人在站立时，人体的重心一般位于第二骶椎前方约 7 cm 处；但同样是站立，如果将手臂举过头顶，重心就会相应上升；并且人体的重心也受性别、年龄、身体结构特点的制约.如站立时，女性的重心一般在身高的 55%处，而男性的重心约在身高的 56%～57%处，儿童因为其头和躯干较重，重心位置比成人高，上肢发达的体操运动员比下肢发达的足球运动员的重心位置高.人体的重心越高，稳定性就越差.

正常人的脊柱分为颈椎、胸椎、腰椎、骶椎和尾椎 5 个部分.颈椎有 7 个，胸椎有 12 个，腰椎有 5 个，骶椎有 5 个，尾椎有 4 个，共计 33 个脊椎骨.到了成年，5 个骶椎长在一起成为骶骨，4 个尾椎也互相融合成为尾骨.因此，实际上可以活动的椎骨仅 26 个.它们通过周围的肌肉、韧带和关节囊组成一个能活动的、具有强大支撑力量的中轴，起着保护脊髓，维持人体活动，并将头颈与躯干的负荷传导到骨盆的作用.椎骨与椎骨之间存在椎间盘，但环椎、枢椎、骶椎、尾椎间不存在椎间盘，因此全身的椎间盘只有 23 个.椎间盘位于两个椎体之间.腰部的椎间盘最厚，约为 9 mm.椎间盘是身体负荷最重的部分.人到 20 岁以后，腰椎间盘开始退行性变，髓核中的含水量逐渐减少，伴随着髓核脱水，髓核张力减低，椎间盘变薄，同时髓核中的蛋白多糖含量下降，胶原纤维增多，髓核失去弹性.因此随着年龄增大，腰椎间盘的结构老化，其弹性和抗负荷能力也随着减退.实际上，椎间盘是一个充满液体的有弹性的容器，当脊柱运动时，椎间盘的主要变化是液体在容器内流动，而使椎间盘变形，但不是压缩，这样可以平均分布由椎体传来的压力.

正常时脊柱不是一条直线，它有三个弯曲：颈椎前凸、胸椎后凸、腰椎前凸.这三个曲线相遇于重力作用线，来保持身体的平衡.（人体之所以可以前后左右弯曲、旋转，主要依靠脊柱）如果这些生理曲线有所改变或变直，将会产生身体的不适或者腰背疼痛.由于部位不同，活动度也不一样，颈椎活动度最大，胸椎活动度最小，腰椎介于两者之间.

通过了解人体的一些力学知识，可以正确地进行人体的各种活动，从而能够更好地保护人体.

三、典型例题

例 1　有一密度为 ρ 的细棒，长度为 l，其上端用细线旋着，下端紧贴着密度为 ρ' 的液体表面.现将悬线剪断，求细棒在恰好全部没入液体中时的沉降速度.设液体没有粘性.

解法一　根据已知条件，液体没有粘性，所以在下落时细棒只受到两个力：一是重力 G，方向

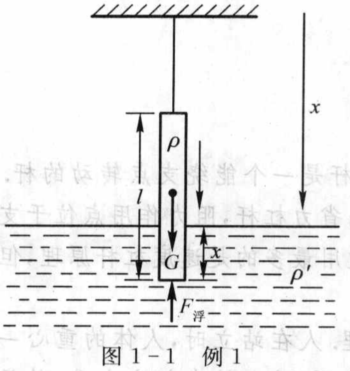

图 1-1 例 1

竖直向下；另一个是浮力 $F_浮$，方向竖直向上，如图 1-1 所示. 其中浮力 $F_浮$ 是变力，当棒的浸没长度为 x 时，$F_浮=\rho' xSg$（设棒的横截面积为 S）. 设竖直向下为 x 轴的正方向，则棒所受的合外力为

$$F=G-F_浮=\rho lSg-\rho' xSg$$

根据牛顿第二定律有

$$(\rho l-\rho' x)Sg=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

由 $v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，有 $\mathrm{d}t=v^{-1}\mathrm{d}x$，代入上式，并整理成如下形式：

$$(\rho l-\rho' x)Sg\mathrm{d}x=mv\mathrm{d}v$$

对等式两边进行积分，有

$$\int_0^l(\rho l-\rho' x)Sg\,\mathrm{d}x=\int_0^v mv\,\mathrm{d}v=\rho lS\int_0^v v\,\mathrm{d}v$$

最后求得棒恰好全部没入液体中时的沉降速度为

$$v=\sqrt{\frac{(2\rho-\rho')lg}{\rho}}$$

解法二 细棒下落过程中，合外力对它所作的功为

$$A=\int_0^l F\mathrm{d}x=\int_0^l(\rho l-\rho' x)Sg\,\mathrm{d}x=\left(\rho-\frac{1}{2}\rho'\right)l^2Sg$$

根据动能定理，因细棒初速度为 0，末速度为 v，有

$$\left(\rho-\frac{1}{2}\rho'\right)l^2Sg=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\rho lSv^2$$

得

$$v=\sqrt{\frac{(2\rho-\rho')lg}{\rho}}$$

比较上述两种解法，结果相同，但解法二简便得多.

例 2 如图 1-2 所示，两物体的质量分别为 m_1 和 m_2，滑轮的转动惯量为 J，半径为 r，求在以下两种情况下系统的加速度 a 及绳中的张力 F_1 和 F_2（设绳子与滑轮无相对滑动）.

（1）物体与桌面间的摩擦系数为 μ；

（2）物体与桌面间为光滑接触.

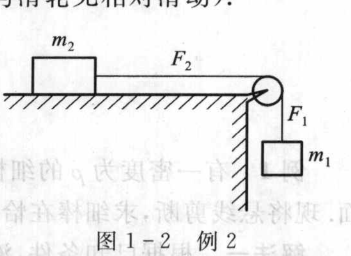

图 1-2 例 2

解 滑轮受到两边绳子的拉力对转轴的力矩，作定轴转动. 根据转动定理和牛顿运动定律，可分别得到它们的运动规律. 由于绳子不可伸长且与滑轮无相对滑动. 因此滑轮两边的张力不再相等，两物体具有相同的速度和加速度大小.

(1) 物体 m_2 水平方向受到向左的摩擦力 $\mu m_2 g$，向右的拉力 F_2；竖直方向受到桌面对它竖直向上的支撑力 F_{N2}，竖直向下的重力 $m_2 g$，二者大小相等. 滑轮受到两边绳子的拉力 F_2（向右）及 F_1（竖直向下）. 物体 m_1 受到绳子对它竖直向上的拉力 F_1 及竖直向下的重力 $m_1 g$.

设物体的加速度大小为 a，滑轮角加速度为 α，并设 m_1 向下为运动的正方向. 根据牛顿第二定律

$$m_1 g - F_1 = m_1 a$$

$$F_2 - \mu m_2 g = m_2 a$$

由刚体的转动定理有

$$F_1 r - F_2 r = J\alpha$$

由于加速度的大小与滑轮边缘点的切向加速度大小相等，因此有

$$a = a_t = \alpha r$$

联立以上四个方程，解得

$$a = \frac{(m_1 - \mu m_2) g}{m_1 + m_2 + J/r^2}$$

$$F_1 = \frac{m_1 (m_2 + \mu m_2 + J/r^2) g}{m_1 + m_2 + J/r^2}$$

$$F_2 = \frac{m_2 (m_1 + \mu m_1 + \mu J/r^2) g}{m_1 + m_2 + J/r^2}$$

(2) 将 $\mu = 0$ 代入以上结果，即得物体与桌面间为光滑接触时系统的加速度 a 及绳中的张力 F_1 和 F_2：

$$a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2 + J/r^2}$$

$$F_1 = \frac{m_1 (m_2 + J/r^2) g}{m_1 + m_2 + J/r^2}$$

$$F_2 = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2 + J/r^2}$$

例 3 在自由转动的水平圆盘上站一质量为 m 的人. 圆盘的半径为 R，转动惯量为 J，角速度为 ω. 如果这人由盘边走到盘心，求圆盘角速度的变化及此系统能量的变化.

解 取人和圆盘为定轴转动系统. 人与圆盘的相互作用力为系统内力，系统所受到的外力为重力，但对转轴的力矩为零，故系统的角动量守恒.

当人站在盘边缘时，人与圆盘具有相同的角速度 ω，此时系统的角动量为

$$L = (J + mR^2)\omega$$

当人走到盘心时，系统的角速度为 ω'. 由于人已在转轴处，所以 ω' 就是圆盘的角速度，系统的角动量为

$$L' = J\omega'$$

由角动量守恒定律 $(J+mR^2)\omega=J\omega'$

得
$$\omega'=\frac{J+mR^2}{J}\omega$$

角速度的变化为
$$\Delta\omega=\omega'-\omega=\frac{mR^2}{J}\omega$$

系统动能的变化为

$$\Delta E_k=\frac{1}{2}J\omega'^2-\frac{1}{2}(J+mR^2)\omega^2=\frac{(J+mR^2)}{2J}mR^2\omega^2$$

例 4 一根横截面积为 2 cm^2 的塑料圆杆上有一与轴线成 30°夹角的粘结断面，粘结剂抗拉伸强度为 15.0 N/mm^2，抗剪切强度为抗拉伸强度的 1/3. 求在杆受拉时的最大承受作用力.

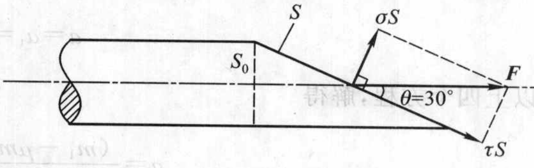

图 1-3 例 4

解 如图 1-3 所示，杆受拉时，拉应力 F/S 可沿粘结面分解为正应力 σ 和切应力 τ，而

$$\tau S=F\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}F$$

$$\sigma S=F\sin\theta=\frac{1}{2}F$$

$$\tau:\sigma=(\tau S):(\sigma S)=\sqrt{3}:1$$

得到
$$\tau=\sqrt{3}\sigma$$

因为已知 $\tau_{\max}=\frac{1}{3}\sigma_{\max}$，所以杆受拉力增大时，粘结面首先受到剪切破坏，从而有杆承受的最大拉伸作用力为

$$F_{\max}=\frac{2}{\sqrt{3}}\tau_{\max}S=\frac{2}{\sqrt{3}}\tau_{\max}\cdot 2S_0$$

$$=\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{1}{3}\times 15.0\ \mathrm{N/mm^2}\times 2\times 200\ \mathrm{mm^2}=2.3\times 10^3\ \mathrm{N}$$

四、习题解答

1-1 一半径为 $R=0.5$ m 的飞轮以角速度 $\omega=8\pi$ rad·s^{-1} 绕中心轴转动，转动惯量 $J=2$ kg·m^2，现在飞轮边缘施加一沿圆周切线方向的制动力 $F=8$ N，使飞轮均匀减速直到停止. 求：(1) 飞轮加速度的大小；(2) 从制动到飞轮停止转动所经过的时间及飞轮转过的圈数.

解 (1) 由转动定律 $\vec{M}=J\alpha$，飞轮的角加速度为

$$\alpha=\frac{M}{J}=\frac{FR}{J}=\frac{8\ \mathrm{N}\times0.5\ \mathrm{m}}{2\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}=2\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-2}$$

（2）从制动到飞轮停止转动所经过的时间为

$$t=\frac{\omega_0}{\alpha}=\frac{8\pi}{2}\ \mathrm{s}=4\pi\ \mathrm{s}$$

因为

$$\omega_0^2=2\alpha\theta$$

飞轮转过的角度为

$$\theta=\frac{\omega_0^2}{2\alpha}=\frac{(8\pi\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1})^2}{2\times2\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-2}}=16\pi^2\ \mathrm{rad}$$

由此得飞轮转过的圈数为

$$n=\frac{\theta}{2\pi}=\frac{16\pi^2}{2\pi}=8\pi(\text{圈})$$

1-2 质量为 m 和 $3\ m$ 的两个小球，固定在一根质量为 $2\ m$，长度为 l 的均匀细杆两端，系统绕距质量为 $3\ m$ 的小球 $l/3$ 位置并垂直于细杆的轴在水平面上转动. 求：(1) 该系统对该轴的转动惯量；(2) 当质量为 $3\ m$ 的小球速度为 v 时，系统的角动量.

解 (1) 根据题意作图 1-4，系统绕过 O 点的轴转动. 系统对轴的转动惯量为

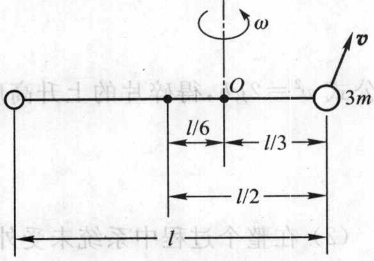

图 1-4 习题 1-2

$$I=m\left(\frac{2}{3}l\right)^2+3m\left(\frac{1}{3}l\right)^2+\frac{1}{12}\times2ml^2+2m\left(\frac{1}{6}l\right)^2=ml^2$$

其中后两项是应用平行轴定理得到的细杆的转动惯量.

（2）由 $v=\omega r$，有系统的角速度为

$$\omega=\frac{v}{r}=\frac{v}{l/3}=\frac{3v}{l}$$

由此得系统的角动量为

$$L=I\omega=ml^2\cdot\frac{3v}{l}=3mvl$$

1-3 一根质量为 m_0、长为 $2\ l$ 的均匀细棒，可以在垂直平面内绕通过质心 O 的水平轴转动. 开始时，细棒静止在水平位置上. 有一质量为 m 的小球，以速度 u 垂直落在棒的端点. 设小球与棒作弹性碰撞，求碰撞后小球的速度 v 及棒的角速度.

解 依题意作图 1-5.

由角动量守恒定律，有

$$mul=I\omega+mvl$$

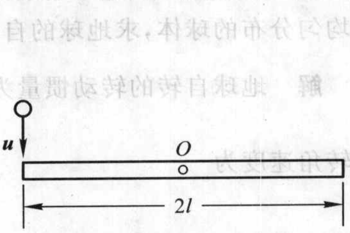

图 1-5 习题 1-3

由能量守恒定律，有

$$\frac{1}{2}mu^2=\frac{1}{2}I\omega^2+\frac{1}{2}mv^2$$

联立以上方程，解得

$$v=\frac{3m-m_0}{m_0+3m}u,\quad \omega=\frac{6mu}{(m_0+3m)l}$$

若 $3m>m_0$，则碰撞后小球的速度方向与原速度方向相同.

若 $3m<m_0$，则碰撞后小球反弹，速度方向与原速度方向相反.

1-4 电动机带动一个转动惯量为 $J=50\ \mathrm{kg\cdot m^2}$ 的系统作定轴转动，在 0.5 s 内由静止开始，最后达到 $120\ \mathrm{r\cdot min^{-1}}$ 的转速. 假定在这一过程中转速是均匀增加的，求电动机对转动系统施加的力矩.

解 由角动量定理 $M\mathrm{d}t=\mathrm{d}L$，可求得电动机对转动系统施加的力矩为

$$M=\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(J\omega)}{\mathrm{d}t}=\frac{50\ \mathrm{kg\cdot m^2}\times(2\pi\times120\div60)\ \mathrm{rad/s}}{0.5\ \mathrm{s}}=4\pi\times10^2\ \mathrm{N\cdot m}$$

1-5 一质量为 m_0、半径为 R、密度均匀分布的圆盘状飞轮. 在以角速度 ω 旋转过程中，有一质量为 m 的碎片从飞轮的边缘上破裂飞出. 假定碎片脱离飞轮时的速度恰好竖直向上，求：(1) 碎片的上升高度；(2) 飞轮剩余部分的角速度、角动量和转动动能.

解 (1) 设碎片上升的高度为 h，碎片飞出时的速度为 v，则

$$v=R\omega$$

由公式 $v^2=2gh$，得碎片的上升高度为

$$h=\frac{v^2}{2g}=\frac{R^2\omega^2}{2g}$$

(2) 在整个过程中系统未受外力矩作用，因而角动量守恒，而角速度不变，剩余部分的角速度仍为 ω，转动惯量为

$$J=\frac{1}{2}m_0R^2-mR^2$$

剩余部分的角动量为
$$L=J\omega=\frac{1}{2}(m_0-2m)\omega R^2$$

剩余部分的转动动能为
$$E_\mathrm{k}=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{4}(m_0-2m)\omega^2R^2$$

1-6 设地球的质量为 m_E，半径为 R，自转周期为 T，太阳的质量为 m_S，地心与日心的距离为 r，地球与太阳之间的万有引力常数为 G. 若将地球绕太阳的运动视为圆周运动，将地球视为密度均匀分布的球体，求地球的自转角动量和地球绕太阳运动的轨道角动量.

解 地球自转的转动惯量为
$$J=\frac{2}{5}mR^2$$

自转角速度为
$$\omega=\frac{2\pi}{T}$$

由此得地球的自转角动量为
$$L=J\omega=\frac{2}{5}mR^2\cdot\frac{2\pi}{T}$$

太阳对地球的引力为
$$F=\frac{Gm_{\mathrm{S}}m_{\mathrm{E}}}{r^2}$$

地球绕太阳公转，有
$$F=m_{\mathrm{E}}\frac{v^2}{r}=m_{\mathrm{E}}r\omega'^2$$

地球的公转角速度为
$$\omega'=\sqrt{\frac{F}{m_{\mathrm{E}}r}}=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{Gm_{\mathrm{S}}}{r}}$$

地球公转的转动惯量为
$$I'=m_{\mathrm{E}}r^2$$

由此式得地球绕太阳运动的轨道角动量为
$$L'=I'\omega'=m_{\mathrm{E}}r^2\cdot\frac{1}{r}\sqrt{\frac{Gm_{\mathrm{S}}}{r}}=m_{\mathrm{E}}\sqrt{Gm_{\mathrm{S}}r}$$

1-7 质量为 500 g，直径为 40 cm 的圆盘，绕通过盘心的垂直轴转动，转速为 1 500 r·min^{-1}. 要使它在 20 s 内停止转动，假定这一过程中转速是均匀减小的，求圆盘原来的转动动能、制动力矩的大小和该力矩的功.

解 圆盘对盘心的转动惯量为
$$J=\frac{1}{2}mr^2=\frac{1}{2}\times 0.5\ \mathrm{kg}\times(0.2\ \mathrm{m})^2=0.01\ \mathrm{kg\cdot m^2}$$

圆盘的角速度
$$\omega=2\pi\times\frac{1\,500}{60}\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}=50\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$

由此得圆盘原来的转动动能为
$$E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}J\omega^2=\frac{1}{2}\times 0.01\ \mathrm{kg\cdot m^2}\times(50\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}})^2=12.5\pi^2\ \mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-2}}=123\ \mathrm{J}$$

由角动量定理 $M\mathrm{d}t=\mathrm{d}L$，得制动力矩为
$$M=\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(J\omega)}{\mathrm{d}t}=\frac{\frac{1}{2}\times 0.01\ \mathrm{kg\cdot m^2}\times 50\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}}{20\ \mathrm{s}}=7.85\times 10^{-2}\ \mathrm{N\cdot m}$$

由功能原理，力矩的功等于圆盘转动动能的减少，即
$$A=\Delta E_{\mathrm{k}}=E_{\mathrm{k}}=123\ \mathrm{J}$$

1-8 直径为 0.3 m，质量为 5.0 kg 的飞轮边缘绕有绳子. 现以恒力拉绳子，使之由静止均匀地加速，经 10 s 后转速达 10 r·s^{-1}. 设飞轮的质量均匀地分布在外周上，求：(1) 飞轮的角加速度和在这段时间内转过的转数；(2) 拉力和拉力所作的功.

解 (1) 由匀角加速运动公式 $\omega_t=\alpha t$，得飞轮的角加速度为
$$\alpha=\frac{\omega_t}{t}=\frac{2\pi\times 10}{10}\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}=2\pi\ \mathrm{rad\cdot s^{-2}}$$