



普通高中新课程理论与实践丛书
总主编 刘永康 李志全

高中数学新课程 教学研究

□ 主编 翁凯庆 王希平



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高中新课程理论与实践丛书

总主编 刘永康 李志全

高中数学新课程教学研究

主 编 翁凯庆 王希平

副主编 李昌勇 周思波

高等教育出版社

内容简介

《普通高中新课程理论与实践丛书》在深入研究总结全国普通高中课程改革取得的成果和经验的基础上,对国内外高中课程教学理论和实践进行了系统的思考和研究,力图进一步厘清课程改革的理论脉络,解决在课程改革实践中所遇到的问题和困惑,希望进一步加强对高中课程改革参与者的专业引领和实践指导。丛书既是高中教师新课程培训教材,也可作为高等院校本科生、研究生进行高中课程改革理论与实践学习和研究的参考教材。

《高中数学新课程教学研究》是其中的一册。本书对高中数学新课程的必修课程、选修系列1和选修系列2及部分其他选修课程按照教材分析、教学建议、教学案例展开,对数学新课程教学中的一些关键问题进行了阐述。全书组织了丰富的案例并给出点评。

图书在版编目(CIP)数据

高中数学新课程教学研究/翁凯庆,王希平主编. —北京:
高等教育出版社,2008.5

(普通高中新课程理论与实践丛书/刘永康,李志全总主编)

ISBN 978-7-04-023842-6

I. 高… II. ①翁…②王… III. 数学课—教学研究—高中
IV. G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 035752 号

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
总 机 010-58581000
经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 北京嘉实印刷有限公司

购书热线 010-58581118
免费咨询 800-810-0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787×960 1/16
印 张 20.75
字 数 370 000

版 次 2008年5月第1版
印 次 2008年5月第1次印刷
定 价 29.00元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 23842-00

编写委员会

主 任：周介铭 汪风雄

副 主 任：钟仕伦 张 健

成 员：赵仕林 李树勇 杜 伟 张晓林 刘永康
 李志全 彭蜀晋 徐留兴 陈 辉 靳 彤
 徐作英 张 红 嵇 敏 王力邦

丛书策划：赵仕林 刘永康 李志全 庾光蓉

丛书主编：刘永康 李志全

总 序

我国的普通高中新课程实验自 2004 年启动至今,已有 16 个省份进入高中新课程实验阶段,按照教育部规划,2010 年前全国所有省份的普通高中都将进行新课程实验。本次普通高中新课程改革是一场洋溢着鲜活时代气息的深刻教育变革,是全面贯彻党的教育方针、全面实施素质教育、全面推进以人为本科学发展观的深入实践,是为了中华民族的复兴、为了每位学生的发展而采取的重要举措,具有重大而深远的意义。

基础教育课程集中体现了国家的教育思想和教育观念,基础教育课程改革在教育改革中处于突出位置,是一项复杂细致的系统工程,需要不断完善、不断建设、不断创新。本次普通高中课程改革就在转变课程功能,改革课程结构、课程内容、课程实施、课程评价、课程管理等方面提出了具体要求。全国高中新课程从实施以来已在很多方面取得了新的突破,如新理念得到学生、家长 and 学校的普遍认同,初步形成了良好的政策环境,营造了积极的社会舆论氛围,探索了有效的工作机制,创造了适用的实施策略,教学活动出现了许多新气象,实验工作正在有序地向纵深发展。随着实验的推进,实施过程中一些深层次问题也不断显露,如教师培训的实效性、课堂教学的有效性、模块化教材的适应性、三维目标的整体性、课程资源的适切性、专业指导与支持的紧迫性、考试评价制度改革的支持度等,这些问题需要从理论和实践层面进行理性、冷静和辩证的分析和研究,并作出及时、有效和科学的回应,以使课程改革顺利推进。

教师是课程改革实验工作的关键。高中教师作为普通高中新课程改革的实施主体,他们对新课程的认知程度、实施能力和实施水平是高中新课程改革成败的关键性因素。为进一步加强高中教师的专业引领和实践指导,帮助高中教师正确地把握和实践高中新课程,四川师范大学以所承担的四川省哲学社会科学“十一五”规划重点课题“普通高中新课程理论与实践研究”为载体,组织课题组成员深入全国高中新课程实验省(区),对课程改革中取得的经验、存在的问题、产生的困惑、出现的误区等作了深入的调研,在此基础上对目前普通高中新课程推进中的理论和实践问题进行了系统、深入的思考和研究,编写了这套《普通高中新课程理论与实践丛书》。本丛书对国内外相关研究文献资料作了系统

的研究,力图进一步厘清课程改革的理论脉络,较好地体现科学性和前瞻性;同时,对各实验区取得的成果和经验加以总结,对遇到的问题,特别是对典型案例进行研究,希望加强对高中课程改革理论和实践问题的探索,解决在实践过程遇到的具体问题和困惑;本丛书在内容编排上基本按照思考研讨、理论概述、案例分析、资源链接、教学反思五个部分展开,力求体现理论与实践的统一,凸显应用取向。本丛书是对当前高中新课程教师培训资源的有益补充,既可供高中教师新课程培训和后续研修使用,也可作为高等院校本科生、教育硕士生了解、研究普通高中新课程的教材。

本课题的研究及本丛书的编写得到了部分省市(区)高中课程改革实验区教育行政部门、教育教学研究机构、高等师范院校和高中学校有关领导、专家和老师的精心指导和大力支持,在此,向他们表示衷心的感谢和崇高的敬意! 高等教育出版社基础教育与教师教育分社的领导和编辑为丛书编写、出版付出了艰辛的努力,对此我们表示深深的感谢! 在丛书编写过程中,我们参考了国内外许多学者的著作、论文,有的已征得了同意,在此致以诚挚的谢意! 因种种原因,尚未联络到的学者,请致电(028)84760596 或发电子邮件至 scsdkyc@sicnu.edu.cn 联系付稿酬事宜。由于水平所限,丛书肯定存在疏漏之处,恳请广大教师予以批评指正。

编委会
2008年3月

前 言

当前,普通高中数学新课程已在全国轰轰烈烈地进行实验,但广大一线中学教师对新课程存在很多疑问,如何实施新课程的的教学也是大家关心的问题。为此我们以高校教师为主,结合一批中学高级教师成立“高中数学新课程实施与四川数学教师培训”课题组,由张红教授负责开展相关课题研究。通过大量调研、讨论,完成初稿。之后高等教育出版社组织了审稿会,提出了中肯的建设性意见,课题组根据这些意见再次讨论研究并重新修改,其间很多部分可以说是几易其稿。

本册教材是数学学科培训教材,除了注意有本系列丛书的共性之外,我们还特别关注本学科面临的具体的问题和学科特点,使教材更具有针对性和操作性。具体地说,有如下特点:

第一,我们注意吸收中学数学教师的参与,本书作者中有很大部分都是来自中学教学实践一线,从而使本书的内容更加贴近中学数学教学实际。

第二,将教材内容作深入细致的分析,有利于把握其教材的编写意图。

第三,每一讲均撰写了教学案例(或片段),并加以点评,便于使用者借鉴。

本书的写作分工如下:

第1讲由成都玉林中学杨柳青、乔惠建编写;第2讲由成都七中张世永、罗林丹、殷晓婷编写;第3讲由四川师范大学数学与软件科学学院赵凌、广东省汕头市华侨中学陈鹏编写;第4讲由成都航天中学马景云、四川师范大学数学与软件科学学院邵利编写;第5讲由四川大学附属中学周祝光编写;第6讲由四川师范大学数学与软件科学学院周思波编写;第7讲由成都玉林中学张平福、四川师范大学附属中学张跃平编写;第8讲由四川师范大学数学与软件科学学院张开敏编写;第9讲由四川省遂宁市第一中学唐振钧编写;第10讲由成都八中付勤、黄永祥编写;第11讲由成都双流中学曹军才编写;第12讲由四川师范大学数学与软件科学学院李昌勇编写;第13讲由成都七中许勇编写。全书由四川师范大学数学与软件科学学院的翁凯庆、成都七中的王希平统稿。

总之,我们的目标是使本书在分析教材方面既具有较高的理论视角,又具有很强的实践针对性,同时也想更加贴近中学老师的风格。不过,目标是否实现或

者在怎样的程度上得到实现,我们只能期待读者的评判。另外,我们对本书所期待的目标也是一种探索工作,缺点甚至错误都在所难免,因此,我们希望读者对本书的缺点和错误提出批评或建议。

在编写过程中,四川师范大学数学与软件科学院、科研处及总课题组提供了有力支持,高等教育出版社为本书的出版提供了很多便利条件,在此表示衷心感谢,同时对关心、支持本书出版的所有同行和同志们表示深深感谢。

编者

2008年3月

目 录

前言	I
第 1 讲 数学 1 内容及教学研究	1
§ 1 集合与函数概念	1
§ 2 基本初等函数(I)	12
§ 3 函数的应用	19
第 2 讲 数学 2 内容及教学研究	26
§ 1 立体几何初步	26
§ 2 平面解析几何初步	36
第 3 讲 数学 3 内容及教学研究	46
§ 1 统计	46
§ 2 概率	53
§ 3 算法	63
第 4 讲 数学 4 内容及教学研究	74
§ 1 三角函数	74
§ 2 平面向量	83
§ 3 三角函数变换	90
第 5 讲 数学 5 内容及教学研究	98
§ 1 解三角形	98
§ 2 数列	106
§ 3 不等式	111
第 6 讲 选修系列 1 内容及教学研究	118
§ 1 常用逻辑用语	118
§ 2 圆锥曲线与方程	122
§ 3 导数及其应用	126
§ 4 统计案例	131
§ 5 推理与证明	136
§ 6 数系的扩充与复数的引入	141
§ 7 框图	144
第 7 讲 选修系列 2 内容及教学研究	149

§ 1 常用逻辑用语	149
§ 2 圆锥曲线与方程	153
§ 3 空间向量与立体几何	157
§ 4 导数及其应用	162
§ 5 推理与证明	171
§ 6 数系的扩充与复数的引入	180
§ 7 计数原理	183
§ 8 随机变量及其分布	187
§ 9 统计案例	192
第 8 讲 数学史选讲内容及教学研究	198
第 9 讲 球面上的几何内容及教学研究	214
第 10 讲 几何证明选讲内容及教学研究	247
§ 1 相似三角形的判定和有关性质	247
§ 2 直线和圆的位置关系	254
§ 3 圆锥曲线性质的探讨	261
第 11 讲 矩阵与变换内容及教学研究	267
第 12 讲 数列与差分内容及教学研究	288
第 13 讲 不等式选讲内容及教学研究	307
参考文献	316

第1讲

数学1内容及教学研究

本讲依据人民教育出版社出版的普通高中课程标准实验教科书数学1A版教材,出现的例题和公理与教材对应.数学1内容在教材中分为三章:集合与函数概念、基本初等函数(I)、函数的应用,它们是学习后继必修系列和选修系列的基础.

§1 集合与函数概念



教材分析

一、教学内容及地位、作用

“集合与函数概念”一章介绍了集合的基本知识,函数的概念与基本性质.集合语言是现代数学的基本语言,使用集合语言,可以简洁、准确地表达数学的一些内容.该章中只将集合作为一种语言来学习,学生将学会使用最基本的集合语言去表示有关的数学对象,发展运用数学语言进行交流的能力.

函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型.高中阶段不仅把函数看成变量之间的依赖关系,同时还用集合与对应的语言来刻画函数,函数的思想方法将贯穿于高中数学课程的始终.

集合语言是现代数学的基本语言.在高中数学课程中,它也是学习、掌握和使用数学语言的基础,因此把它安排在了高中数学的起始章.教科书从学生熟悉的集合(有理数的集合、直线或圆上的点集等)出发,结合学生身边的实例引出元素、集合的概念,介绍了表示集合的列举法和描述法及 Venn 图;类比实数间的相等、大小关系,通过对具体实例共性的分析、概括出了集合间的相等、包含关系;针对具体实例,通过类比实数间的加法运算引出了集合间“并”的运算,并在此基础上进一步扩展,介绍了“交”的运算和“补”的运算.这里采用类比方式处理集合间的关系和运算的目的在于体现知识之间的联系,渗透

数学学习的方法.

在学习了集合语言的基础上,教科书采用三个背景实例,在问题的引导下分析概括,归纳出用集合对应语言给出的函数定义,既衔接了初中将函数看成变量之间的依赖关系的认识,又学会了用集合与对应的语言刻画函数;并且从函数三要素、函数符号、函数表示法三个角度进行细化介绍,最后将函数推广到了映射.在函数基本性质的处理中,教科书充分使用了数形结合的方法,从观察具体函数的图像特征入手,结合相应的数值表和恰当的问题,引导学生一步步转化到用数量语言形式化地推出函数的性质.

该章末的实习作业给予了学生自我实践和与他人合作学习的机会,通过了解函数概念的发展历程,感受数学文化的价值.

该章学习的数学知识都是基础性知识,它们的使用贯穿了整个高中数学的学习,而它们又具有较高的抽象性,如函数、函数的单调性等概念.

二、新课标教材与传统教材的比较

(一) 教材编排体例的变化体现新课程理念

该章教材编写最大的特点是利用丰富的背景实例创设问题情境,引导学生理解抽象的数学概念.

1. 提供丰富的背景材料

每一个抽象概念的产生与发展总有它的现实或数学理论发展的需要,强调概念产生发展的背景,联系学生原有的认知基础,有利于学生理解抽象概念的内涵.因此,教科书就该章数学概念的特点选取了具有时代特点、贴近学生实际的事例创设情境.例如在引入元素和集合时,教科书安排了8个实例,既包括学生熟悉的“1~20以内的质数”、“所有的正方形”等例子,又有与生活密切相关的“新华中学2004年9月入学的高一学生的全体”等例子;在引入函数一般概念时,选取了生活中的实例:炮弹的高度与时间的关系、南极臭氧空洞面积从1979年到2001年变化的图像、“八五”以来我国城镇居民恩格尔系数变化数据表;在介绍函数基本性质时,教科书运用了学生熟悉的二次函数、一次函数的图像和数值表.在这些背景实例中,教科书在每一次知识的转折点上,都力求提出具有启发性、挑战性的问题,引导学生经历观察、思考、探究、交流、反思的过程,逐步获得对抽象概念的理解.例如,在函数单调性学习时,教科书在通过对图像观察,获得图像的特征后提出问题:“如何用数学形式化的语言描述函数图像的‘上升’、‘下降’呢?”根据数值表就二次函数得到文字语言描述后,给出思考问题:“对于用函数解析式 $f(x) = x$ 表示的函数,如何用数学形式化的语言描述‘随着 x 的增大,相应的 $f(x)$ 随着减小’、‘随着 x

的增大,相应的 $f(x)$ 也随着增大’?”

丰富的背景实例、恰当的问题串和精辟的分析展现了知识发生、发展的过程,反映了从具体到抽象、特殊到一般的原则.对于学生,这些问题串就是他们在学习过程中主动思考、主动探究的“指示牌”,通过层层深入的思考与探究,经历数学知识的发现和创造过程,了解知识的来龙去脉.

2. 突出联系,体现应用,培养应用意识

数学学习本身和新课程模块式的结构,都需要我们充分关注知识内容间的联系.集合作为一种语言,它的使用几乎渗透到了数学的各个领域;而函数的基础知识在现实生活、科技、经济和许多学科中都有着广泛的应用.教科书非常注重体现知识之间的联系、知识与实际的联系、知识的广泛应用,等等.使学生能够感受到不同知识间的联系,从整体上把握所学的数学知识,加强学生的应用意识,提高学生的数学创造力.

(二) 教材内容的变化

集合与函数的内容历来是高中数学课程中的传统内容,也是后继数学学习的基础.在《普通高中数学课程标准(实验)》中,这部分内容在理念、处理方式和要求上有一些新变化.

(1) 与以往相比,该章发生变化最大的就是函数概念的处理方式,从“先讲映射后讲函数”转变为“先讲函数后讲映射”.主要理由在于这样可以使学生更好地理解函数概念的本质.其一,在初中函数学习基础上继续深入学习函数,衔接自然,利于学生在原有认知基础上提升对函数概念的理解;其二,单刀直入进入函数概念的学习更有利于学生将注意力放在理解函数概念本质上,而不必花大量精力学习映射、认识映射与函数间的关系后才能理解函数概念.从丰富的具体事例中概括函数的本质特征,得出函数概念,体现了从具体到抽象的认知规律,有利于学生建立关于抽象的函数概念的背景支持.在教学中,可以多为学生提供丰富的背景实例,也可以让学生自己举出一些函数实例,引导学生通过自己的观察、分析、归纳和概括,获得用集合与对应语言刻画的函数概念.

当然,对函数概念本质的理解并非一次就可以实现的,要通过与初中定义的比较、与其他知识的联系以及不断的应用等才能逐步理解.除了在该章要适当地为学生提供反复理解函数概念的机会外,在后续的学习中,应当通过基本初等函数的学习,引导学生以具体函数为依托,反复地、螺旋上升地理解函数的本质.

(2) 在教学要求上映射是作为函数的一种推广,不做过多要求,主要是体现数学中从特殊到一般的方法.

现将《普通高中数学课程标准(实验)》的教学目标与《全日制普通高级中学

数学教学大纲》的教学目标比较如表 1-1:

表 1-1

《课程标准》教学内容		加强的内容	削弱的内容
集合	集合的含义与表示		集合的确定性、无序性、互异性的讲解和训练
	集合间的基本关系	明确提出 Venn 图的概念, 会利用 Venn 图解题	
	集合的基本运算		
函数及其表示	函数的概念	函数模型背景和应用的要求	函数概念中定义域和值域、判断是否同一函数的训练
	函数的表示法	分段函数要求能简单应用	映射的概念的要求较低, 避免在求函数定义域、值域时出现过于繁琐的技巧训练
函数的基本性质	单调性与最大(小)值	给出函数 $f(x)$ 最值定义; 要求利用图形计算器作一些复杂函数的图像, 并能求出最值	在教学中, 避免在讨论函数性质时出现过于繁琐的技巧训练, 避免人为地编制一些偏题和怪题
	奇偶性		



教学建议

一、创设问题情境, 引导学生理解抽象的数学概念

任何一个数学概念和结论的引入, 总有它的现实或数学理论发展的背景或数学发展历史上的背景, 教师在教学设计时应结合教材及相关资料选取贴近学生生活、具有时代气息的实例, 创设学习数学概念和结论的背景情境; 改变以往常用的复习—新课—练习的传统教学模式. 如在函数概念的教学过程中, 实际背景的提出是重中之重, 教师应思考如何提出恰当的问题, 创设恰当的问题情境, 使学生产生进一步学习函数概念的积极情感, 帮助学生认识和理解函数的概念. 由于学生在初中已经有了函数概念的描述性说法的学习, 因此实际背景可以由学生自己给出而不必拘泥于教材中实例.

二、深入理解把握目标要求

通过该章的学习,应当使学生:

(1) 了解集合的含义与表示,理解集合间的关系和运算,感受集合语言的意义和作用.

(2) 进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型,会用集合与对应的语言描述函数,体会对应关系在刻画函数概念中的作用.

(3) 了解函数的构成要素,会求简单函数定义域和值域,会根据实际情境的不同需要选择恰当的方法表示函数.

(4) 通过已学过的具体函数,理解函数的单调性、最大(小)值及其几何意义,了解奇偶性的含义,会用函数图像理解和研究函数的性质.

(5) 根据某个主题,收集 17 世纪前后发生的一些对数学发展起重大作用的历史事件和人物(开普勒、伽利略、笛卡尔、牛顿、莱布尼茨、欧拉等)的有关资料,了解函数概念的发展历程.

三、课时安排建议

该章共安排了 3 个小节、1 个实习作业和 3 个选学内容,教学时间约需 13 课时,大体分配如下(仅供参考):

1.1 集合	约 4 课时
阅读与思考:集合中元素的个数	
1.2 函数及其表示	约 4 课时
阅读与思考:函数概念的发展历程	
1.3 函数的基本性质	约 3 课时
信息技术应用:用计算机画函数图像	
实习作业	约 1 课时
小结	约 1 课时



教学案例

函数的概念

一、教学目标

1. 知识与技能

(1) 通过丰富的实例,进一步体会函数是描述变量之间的依赖关系的重要数学模型;

(2) 用集合与对应的思想理解函数的概念;理解函数的三要素及函数符号的深刻含义;

(3) 会求一些简单函数的定义域及值域.

2. 过程与方法

(1) 强化“形”与“数”结合并相互转化的数学思想.培养学生观察、类比、推理的能力;

(2) 通过问题情境的创设,引导学生探究函数概念,培养学生分析、判断、抽象、归纳概括的逻辑思维能力.

3. 情感、态度与价值观

(1) 渗透数学思想和文化,激发学生观察、分析、探求的兴趣和热情;

(2) 强化学生参与意识,培养学生严谨的学习态度,获得积极的情感体验;

(3) 体会在探究过程中由特殊到一般、从具体到抽象、运动变化、相互联系、相互制约、相互转化的辩证唯物主义观点;

(4) 感受数学的简洁美、对称美、数与形的和谐统一美;

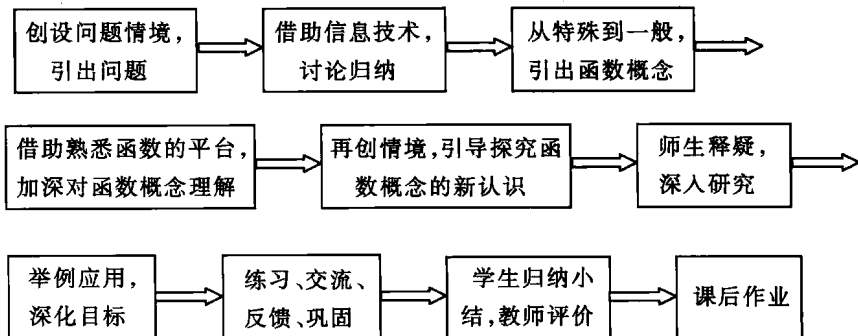
(5) 树立“数学源于实践,又服务于实践”的数学应用意识.

二、教学重点、难点

重点:函数的概念及 $y=f(x)$ 的理解与深化.

难点:函数的概念及函数符号 $f(x)$ 的理解.

三、教学流程



四、教学过程设计(片段)

(一) 创设问题情境,引出课题

教师提出问题 1:

我们在初中学习过函数的概念,它是如何定义的呢?在初中已经学过哪些

函数？(在学生回答的基础上出示投影)

我们已经学习了一些具体的函数，那么为什么还要学习函数呢？先请同学们思考下面的两个问题：

问题2：由上述定义你能判断“ $y=1$ ”是否表示一个函数？函数 $y=x$ 与函数 $y=\frac{x^2}{x}$ 表示同一个函数吗？

(学生思考、讨论后)教师点拨：仅用上述函数概念很难回答这些问题，我们需要从新的角度来认识函数概念。这就是今天我们要学习的课题：函数的概念(板书)。

(二) 借助信息技术，讨论归纳

师：(实例1)演示动画，用《几何画板》动态地显示炮弹高度 h 与炮弹发射时间 t 之间的对应关系。启发学生观察、思考、讨论，尝试用集合与对应的语言描述变量之间的依赖关系：在 t 的变化范围内，任给一个 t ，按照给定的解析式，都有唯一的一个高度 h 与之相对应。

生：用计算器计算，然后用集合与对应的语言描述变量之间的依赖关系。

师：(实例2)引导学生看图，并启发：在 t 的变化范围内，任给一个 t ，按照给定的图像，都有唯一的一个臭氧空洞面积 S 与之相对应。

生：动手测量，然后用集合与对应的语言描述变量之间的依赖关系。

师生：(实例3)共同读表，然后用集合与对应的语言描述变量之间的依赖关系。

问题3：分析、归纳以上三个实例，它们有什么共同特点？

生：分组讨论三个实例的共同特点，然后归纳出函数定义，并在全班交流。

师生：由学生概括，教师补充，引导学生归纳出三个实例中变量之间的关系均可描述为：

对于数集 A 中的每一个 x ，按照某种对应关系 f ，在数集 B 中都有唯一确定的 y 与它对应，记作 $f:A \rightarrow B$ 。

(三) 从特殊到一般，引出函数概念

问题4：函数能否看做是两个集合之间的一种对应呢？如果能，怎样给函数重新下一个定义呢？(在学生回答的基础上教师归纳总结)

设 A 、 B 是非空的数集，如果按照某种确定的对应关系 f ，使对于集合 A 中的任意一个数 x ，在数集 B 中都有唯一确定的 $f(x)$ 和它对应，那么就称 $f:A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数(function)。记作 $y=f(x)$ ， $x \in A$ 。自变量 x 的取值范围 A 叫做函数的定义域(domain)；与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值，函数值的集合叫做函数的值域(range)。