

高等农林院校通识类课程教材

数字文化与 社会进步

王家军 主编

 中国农业出版社

高等农林院校通识类课程教材

要 容 内

数学文化与社会进步

王家军 主编

审 查 委 员

审 定 主 编

责任编辑 李 军 李 青 李 委 李 健

中国农业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学文化与社会进步 / 王家军主编. —北京: 中国农业出版社, 2008. 12

高等农林院校通识类课程教材

ISBN 978-7-109-13022-7

I. 数… II. 王… III. 数学-文化-高等学校-教材
IV. 01-05

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 156203 号

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100125)

责任编辑 龙永志 刘新团

中国农业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

2008 年 12 月第 1 版

2008 年 12 月北京第 1 次印刷

开本: 720mm×960mm 1/16 印张: 12.25

字数: 220 千字

定价: 18.00 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

序 言

数学与人类文明

人类文明史大致可以分为三个阶段：

以锄头为代表的农耕文明；

以大机器流水线生产为代表的工业文明；

以计算机为代表的现代信息文明。

在人类文明的发展过程中，数学一直是起着主要推动作用的力量之一。这不仅是因为数学在科学推理中具有重要价值，在科学研究中起着核心作用，在工程设计中必不可少，而且对于西方文化而言，数学还决定了其大部分哲学思想的内容和研究方法。人们不仅基于数学理论的立场摧毁或构造了诸多宗教教义，还构建和发展了带有明显数学色彩的西方政治学、经济学；不仅塑造了众多流派的绘画、音乐、建筑和文学风格，还创立了一切科学的基础——逻辑学。作为体现理性精神的文化形式，现代数学更是渗透到了人类社会的各个领域，并已经成为人们思想和行动的指南。

人类历史上的每一个重大事件，背后几乎都有数学的影子：哥白尼的日心说，牛顿的万有引力定律，无线电波的发现；三权分立的政体结构，一夫一妻的婚姻制度；爱因斯坦的相对论，孟德尔的遗传学；巴贝奇的计算机，马尔萨斯的人口论，达尔文的进化论；达·芬奇的绘画，晶体结构的确定，DNA 双螺旋疑结的解开等等，这些都与数学有着十分密切的联系。

本书作为科学素质类的通识课程教材，谨以数学对人类社会和人类文明的促进作用为基点，粗线条地介绍数学文化的概貌，以期给读者一个全新视角，来重新认识数学、喜欢数学，并为提高科学素养而服务。

由于数学文化目前尚无明确的体系建构，而且作者水平有限，内容选编不当之处更是难免。还望读者批评指正！

本书在试用讲义的基础上修订而成。其中参考和借鉴了近年来出版的有关文献和著作，在此向这些文献和著作的作者谨表深切谢意！

编者

2008年8月

目 录

序言 数学与人类文明

第一章 数学与数学文化	1
第一节 数学是什么	2
思考或论述题	7
第二节 什么是数学文化	7
思考或论述题	14
第三节 数学文化的有关背景	15
思考或论述题	16
第四节 数学观点和方法中的数学文化	17
思考或论述题	27
第五节 高等数学中的数学文化	27
思考或论述题	34
第六节 统计学中的数学文化	34
思考或论述题	36
第七节 分形与混沌	37
思考或论述题	44
第八节 数学文化与人类文明	44
思考或论述题	50
第九节 数学文化与数学教育	51
思考或论述题	52
第二章 数学的实践与发展	53
第一节 数学史上的几次危机与解决	54

思考或论述题	62
第二节 数学的问题与作用	62
思考或论述题	66
第三节 数学发展的规律与模式	67
思考或论述题	74
第三章 数学在社会发展中的作用	76
第一节 数学的理性精神	77
思考或论述题	78
第二节 数学的哲学观	78
思考或论述题	91
第三节 数学与美学	92
思考或论述题	101
第四节 数学与音乐	101
思考或论述题	104
第五节 数学与社会生活	104
思考或论述题	108
第六节 数学与经济学	108
思考或论述题	110
第七节 数学与西方宗教和政治	110
思考或论述题	113
第八节 数学与天文学	113
思考或论述题	118
第九节 数学与军事科学	118
思考或论述题	122
第十节 数学与科学技术	123
思考或论述题	126
第四章 中国数学发展史及其启示	127
第一节 中国古代的数学	127
思考或论述题	138

第二节 中国近、现代的数学	138
思考或论述题	144
第三节 中国现代数学家简史	144
思考或论述题	148
附录一 数学在农林科学中的应用	149
附录二 世界的数学中心及其转移	171
附录三 国际数学家大会和数学奖	181
参考文献	186

公共数学类 第一章

第一章 数学与数学文化

要辩证而又唯物地了解自然，就必须熟悉数学。

——恩格斯

数学是打开科学大门的钥匙，…轻视数学必将造成对一切知识的损害，因为轻视数学的人不可能掌握其他科学和理解万物。

——培根

数学，作为人类智慧的一种表达形式，反映生动活泼的意念，深入细致的思考，以及完美和谐的愿望，它的基础是逻辑和直觉，分析和推理，共性和个性。

——柯朗

数学是我们确切知道我们在说什么，并肯定我们说的是否对的唯一的一门科学。

——波莱尔

数学一直是形成现代文化的主要力量，同时也是这种文化极其重要的因素，……

——克莱因

数学是科学之王。

——高斯

数学是观察理解世界的一种方式。

——辛格

数学是人类智慧王冠上最灿烂的明珠。

——考特

第一节 数学是什么

数学是什么?

数学是研究“数”与“形”的科学,它来源于生产实际,服务于社会生活。在古代埃及,尼罗河定期泛滥,灾后需要重新丈量被淹没的土地,便形成和发展了几何学;在古代中国,出于发达的农业生产和天文观测的需要,也促进了数学的发展。

长期以来,由于数学对自然科学十分重要的基础作用,数学一直被认为是“自然科学的一个分支”。但自20世纪以来,数学获得了空前的发展:其内容越来越丰富多彩,应用领域越来越宽广。现代数学已被公认为是与自然科学、人文社会科学相并列、独立存在并发展着的一门科学——数学科学了。

现代数学大致包括纯粹数学、应用数学、计算数学、统计学和运筹学等几大分支。今天的数学已经不再是普通人所理解的那样,只有简单的计算和几何推理了,它被描述为“研究现实和一切可能的空间形式与量的关系的科学”。由于数学所具有的高度抽象性、内在统一性(或说数学的精确性)以及应用的广泛性,使它有着特殊的实用功能和潜在的文化、社会价值。特别是近30年来,随着数学与计算机技术的完美结合,出现了在经济、工程技术和现代管理中大显神威的所谓“现代数学技术”。例如运筹优化、工程自动化控制、信息处理、数理统计、科学计算、计算机模拟、仿真实验等。这些由抽象的现代数学原理和方法与计算机技术相结合而产生的数学技术,已经渗透到了科学发展和经济建设的各个领域,开创了当今具有高质量、高效率、高精度、高速度的高新技术时代。正如20世纪后期美国国家研究委员会著名的《戴维报告》所指出的:“很少有人知道,如此被人们称颂的新技术,本质上是数学的高技术。”这极为准确地道出了当代高新技术中凝结着高数学含量的事实。

今天,人们越来越多地看到数学知识及其成就已经融合在科学技术和我们日常的社会生活之中,越来越深刻地感受到数学家的工作已经渗透到人类文明的各个角落。公众对数学的态度也正在由不解、冷淡、漠然向着承认数学在当今社会中起着十分重要的作用而转变。

一、数学的内容

在通常教育的层面上,数学大致分为初等数学和高等数学两大部分。其中初等数学以“几何学”和“代数学”为主要内容,以中学所开设的数学课程为

体现；而高等数学的内容则更为丰富，仅以普通大学本科所开设的课程为限，主要的代表课程有：

解析几何 用代数方法研究几何问题的课程。其平面部分下放在高中数学。

微积分 用变化的观点研究事物变化的理论和方法，具有很强的实用性。其极限与导数的部分内容也已少量下放至高中数学。

高等代数（含线性代数） 主要研究线性方程组的解法及其有关问题，以及方程式的求根问题。

概率统计 研究随机现象、寻求统计规律，依据已有数据作预测或推理的数学。其中简单的统计基础知识已少量下放至初中数学。

二、数学的特点

概括地讲，数学的特点有三：

1. 数学的抽象性

这在中学数学已有较为明显的体现。如数与形的抽象性：数可以表示任何东西的量值；而点没有大小，直线没有宽度。由这些最原始的概念出发，发展抽象为整数、有理数、无理数、实数和复数；数轴、平面、空间乃至无穷维空间等概念。其抽象程度虽然越来越高，但都有着非常明确的客观背景。

抽象性在简单的计算中也已经表现出来。我们运用抽象的数字进行计算，却并不打算每次都把它们与具体的对象相联系。例如我们在小学所学的乘法表——它只是对抽象数字及其相乘的结果表述，而并非是指具体男孩的人数乘上苹果的数目，或者苹果的数目乘上苹果的价钱等等。

在几何研究中也同样如此。比如，直线并不是拉紧了绳子或其他物件；而且几何中“线”的概念舍弃了具体事物的所有性质，只留下在一定方向上的无限伸长。事实上，几何图形的概念都是在舍弃了现实对象的所有性质后，只留下其空间形式和大小的结果。

全部数学都具有这种抽象的特征。如所有整数的概念和有关几何图形的概念，都只是一些最原始的数学概念。之后是以它们为基础所建立起来的，诸如复数、函数、积分、微分、泛函、 n 维空间（甚至无限维空间）等等更加抽象的概念。数学概念的抽象化就如海滩上的风浪，一浪高过一浪、逐级深化而达到更加抽象的程度。以至于看上去好像已经失去了与实际生活的任何联系，没有受过专门教育的普通人除了感到“莫名其妙”之外什么也无法理解。

数学抽象性的特点主要有：第一，数学的抽象中保留了“量”的关系和

“空间形式”而舍弃了其他一切；第二，数学的抽象性是经过一系列阶段而产生的，其抽象程度大大超过了自然科学中一般的抽象性。第三，也是最惹人注目的是，数学本身几乎完全周旋于其抽象概念及其相互关系的圈子之中。也就是说，如果自然科学家为了证明自己的论断常常求助于实验，那么数学家证明数学定理，则只需要在抽象概念的基础上进行推理和计算。

当然，数学家为了发现自己的定理和方法也常常需要建立模型，或利用物理的类比、借助于某些十分具体的实例等等。所有这些都有助于发现数学定理，也的确是数学理论的现实来源。但是每个定理最终能否在数学中成立，仅取决于它能否在逻辑推理上被严格地证明。如果一个几何学家报告一条他所发现的新定理时，仅限于在模型上把它表示了出来，那么任何一个数学家都不会承认该定理。对于数学定理的这种“需要证明”的要求，相信我们在中学几何课程中（实际上，这种要求贯穿在全部数学之中）就已经有了明确的了解。比如，我们可以极为精确地测量成千上万个等腰三角形的底角，但这还不能算是“等腰三角形的两底角相等”的定理之证明——该证明只能以几何的基本概念为基础推导出来（而有关几何基本概念的性质又被精确地表述为公理或公设的形式）。因此可以说，不仅数学的概念是抽象的、思辨的，而且数学的方法也是抽象、思辨的。

抽象的数学概念却有着完全现实的内容——要了解这内容并不困难。本书将刻意淡化数学概念的抽象性，而强调数学概念在实际应用方面，同现实生活所具有的密切联系。

实际上，抽象性并非数学所独有，而是任何一门科学乃至全部人类思维所具有的共同特性。因此，单是数学概念的抽象性还不足以说明数学的特点。

2. 数学的精确性

数学的精确性是指数学推理的逻辑严格性及其结论的确定性。数学定义的精确无误、数学结论的确定无疑，甚至数学推理及其过程的逻辑严密和无可争辩，都是数学精确性的重要体现。也是其他任何科学所不能比拟的。

数学推理具有这样的精密性：这种推理对于每个懂得它的人而言，都是无可争辩和确定无疑的。数学推理的这种精密性和确定性，我们在中学课程中已经体会到了；数学结论本身具有极强的逻辑严格性，也是完全不容争辩的。汉克尔说：“在大多数科学里，一代人要推倒另一代人所修筑的东西。只有数学，每一代人只能在旧建筑上增添一层楼”。通常人们会说：“像二乘二等于四那样的正确”。这里，数学关系式“ $2 \times 2 = 4$ ”，就是不可反驳、无可争辩的范例。

当然数学的严格性不是绝对的。随着人类认识能力的提高，这种严格性也在相对地发展着或变化着。数学的原则并非一劳永逸地僵立不动，而是变化着

的、并且可能成为，有的已经成为科学争论的对象。归根到底，数学生命力的源泉在于其概念和结论尽管极为抽象，但却如我们所坚信的那样，它们来自于现实，并在其他科学和技术、在全部生活和实践中有着广泛应用；这一点对于了解数学至为重要。

3. 数学的广泛应用性

数学的应用非常广泛，也是数学的主要特点之一。

第一，我们经常地、几乎每时每刻都在生产和日常社会生活中运用着最普通的数学概念和结论，甚至并没有意识到这一点。例如，我们计算时间或经济开支时就应用了算术，而计算住宅的面积时就运用了几何学的结论。虽然这些结论都十分简单，不过，想起这一点是有益的：在古代某个时候，这些结论曾经是当时正在萌芽中数学的一些很高的成就。

第二，如果没有数学，全部现代技术都是不可能的。离开或多或少的复杂计算，也许任何一点技术的改进都不可能发生；在新技术的发展中，数学尤其起着十分重要的作用。

第三，几乎所有的科学部门都多多少少在实质性地利用着数学。“精确科学”诸如力学、天文学、物理学、以及在很大程度上的化学——通常都是以一些数学公式来表述自己的定律（这是每个中学生都已看到的），都在发展自己的理论时广泛地运用了数学工具。没有数学，这些科学的进步是不可想像的。而反之有趣的是，力学、天文学和物理学对数学的广泛需要，恰好也在数学的发展中起到了直接和决定性的作用。

但是必须指出，即使没有借助自然科学或技术方面的直接推动，仅从数学本身产生的最抽象的数学体系，甚至也有着极为重要的应用价值。例如，“虚数”概念出现后的很长一段时间内，其真实意义并没有真正被人们所理解——这一情况从其名称中就可以看出来。但在上个世纪之初对虚数给出了明确的几何解释以后，虚数不仅在数学中完全站住了脚跟，并且演绎建立了复变数（即形如“ $x+y\sqrt{-1}$ ”的变数）函数的广泛理论。这种所谓“虚”变数的“虚”函数理论当然不是“虚假”的，而是解决许多现代技术问题的很现实的工具。比如，茹可夫斯基关于机翼上升力的基本定理，就是以上述理论为工具而证明的。甚至该理论在解决堤坝渗水问题时也显示了巨大作用，这在水电站的建设中非常有用。

关于数学应用的广泛性，我国著名数学家华罗庚曾精辟地指出：宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，数学无处不在，凡是出现“量”的地方就少不了用数学。数学之为用，贯穿到了一切科学部门的深处；缺少了数学，就无法准确刻画事物的变化，更不能由已知

推出未知，这就减少了科学的预见性及其精确性。

当然，我们决不能简单地来理解数学的“应用”，更不能功利性地或实用主义地来理解数学的“用处”。数学研究的初衷，决不以功利为目的，否则，像 $\sqrt{2}$ 这样的无理数就不会产生，数学也不可能取得今天的辉煌；数学虽有广泛的用途，但毕竟不同于一般日常工具的“使用”：它不像一支蜡烛，点着便可照明；而且，数学的应用常常是难以预料的。科学史上的著名例子有：

素数研究在密码学中的应用；

圆锥曲线理论在行星运动开普勒三定律中的应用；

黎曼几何在广义相对论中的应用；

陈省身的纤维丛理论在杨振宁的规范场理论中的应用；

正电子、黑洞与电磁场的发现等。

（这些事实我们将会在后面有所介绍）难怪诺贝尔物理学奖获得者温伯格（S. Weinberg）曾由衷地感叹道：“当一个物理学家刚得到一个思想时，却发现他之前数学家已经得到了。”

数学与一切科学领域都存在非常密切的联系。除了大家比较了解的“数学与物理、化学、生物、天文”等学科的联系外，在此我们先笼统地列举如下有代表性的学科（以后还有专门论述）。

数学与教育 数学对于受教育者，不仅仅是学会一门课程或一门知识，更重要的是要学习数学的思想、方法和精神。数学能力是当今人才培养最重要的基本素质之一。

数学与文学 在红学研究中，有人用统计抽样方法对《红楼梦》的语言进行了写作风格和句型的频谱分析，得出了《红楼梦》前80回与后40回的作者相同的结论。这是1980年发生在美国威斯康辛大学召开的首届国际《红楼梦》研讨会上的事情，由华裔学者陈炳藻先生所提出的。这虽然只是一家之言，但言之凿凿，给人留下了深刻印象。此外，前苏联著名小说《静静的顿河》的作者是肖洛霍夫，而并非剽窃他人的争论平息，使用的也是类似方法。

数学与史学 数学的介入，使史学的研究成果更加客观、严谨，较多地排除了人为因素。1986年上海陆家嘴考古时发现了元朝玉圭，谈祥柏教授研究后发现，它是一个四阶完全幻方。而过去一直认为：只有印度历史上才有这种“完全幻方”。

数学与哲学 数学中“无限”和“连续”的概念刚刚出现，便立即成为哲学研究的对象。一位哲人曾说过：“没有数学，我们无法看透哲学的深度，没有哲学，人们也无法看透数学的深度；而若没有两者，人们就什么也看不透。”

数学与经济 在现代的经济学研究中，普遍运用数学建立经济模型。特别

是在获“诺贝尔经济学奖”的学者中，数学家出身的和有数学背景的人占了一半以上。

数学与社会学 当代定量社会学、实证社会学已经形成了以高度数学化和高度统计化为标志、逻辑严密的研究模式，社会科学的许多重要领域，甚至已经发展到了不懂数学的人望尘莫及的地步。

数学与科学技术 数学与科学技术的相互渗透，是非常广泛和深刻的。现代的工业技术，更是印有深深的数学烙印。从波音 757 客机的整体设计，到现代航天设备的制造和轨道运行控制，离开数学是无法想像的。当 2000 年被联合国宣布为“世界数学年”时，联合国教科文组织就深刻指出：“纯粹数学与应用数学是理解世界及其发展的一把主要钥匙。”

◆ 思考或论述题

谈谈对数学抽象的理解；论数学与思维能力培养的关系；
论逻辑思维与形象思维；论牛顿力学与微积分；
论数学与哲学的关系；论数学与史学的关系；
论数学与文学的关系。

第二节 什么是数学文化

如果说数学强大的应用威力使人们逐渐认识到了数学的存在价值，那么数学极其重要的文化价值更应受到人们的重视。源于古希腊欧洲理性主义精神的数学，曾被西方哲学的鼻祖柏拉图认为是“人类文化的最高理想；数学作为一种重要的智力活动，是必须传给后代的人类文化遗产的最重要组成部分”。数学在人类文明中的地位绝不亚于语言、艺术和宗教，同样是影响人类文明全局的一部分。数学除了其系统的原理和系列的计算方法之外，还提供了别具特色的思考方式，其中包括建立模型、抽象化、最优化、逻辑分析、从数据进行推断以及运用符号的能力，这些都是普遍适用而且高效的思考方法。应用这些思考方式所形成的经验，构成了一种在当今技术时代日益重要的一种智力，它使人们能够进行批判地阅读、正确的识别谬误、探察偏见、估计风险并提出变通办法。学习数学还能使我们获得一种不断更新知识的能力，能更好地了解我们生活在其中的充满信息的世界。

数学并不是一棵傲然孤立的大树，数学与社会文化始终有着密切联系。它是在人类的物质需求和精神生活影响之下生长起来的，同时也以自己独特的魅力对人类文化的不同领域产生了深远影响。数学作为一种文化，已成为人类现

代文明与进步的重要标志。

一、数学文化的理论依据

广义的“文化”是指一切非自然的、由人类创造的物质财富和精神财富的总和。例如，“中华文化”、“校园文化”、“茶文化”。数学对象并非自然世界的真实存在，而是抽象思维的产物，是人为约定的一种逻辑建构系统。因此，数学是一种广义的文化。

狭义的文化仅指人类所创造的精神财富。则数学与文学、艺术、科学和宗教一样，都是人类文化的有机组成部分。

由于数学系统的开放性，数学文化还可以看成人类整体文化系统的一个子系统，而且是一个相对独立的文化系统。其主要特征有：

数学对象的逻辑建构性 数学抽象包括了理想化、精确化、模式化和分离化的数学逻辑建构活动。作为主观思维创造的数学对象，就是通过这种逻辑建构活动构成了一种独立存在的宏观的数学世界。

独特的数学语言 自然语言是具体的语言，而数学语言则是一种形式化的语言。在现代文明社会中，科学工作者需要使用全世界一致接受的概念和符号体系——数学语言使自己的工作精确化，来从事相对独立的量化模式的逻辑建构活动，从事客观世界规律性的量化研究。

数学语言是人类文明和宇宙文明的共同语言。不同的民族虽然使用着不同的自然语言，但对于数学式子

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \text{或} \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

的具体含义却都能明白。20世纪70年代，为了能够与可能存在的外星人取得联系，美国曾发射过一艘宇宙飞船。飞船上带去了地球人类最具代表性的物件，其中包括一件用黄金制作的体现勾股定理的图案。

数学语言还是可以传递给机器人的一种交流手段，这充分体现在数学和计算机技术的广泛结合之中。

数学语言具有四大特点：明晰，严谨，简洁，规范。所谓明晰，即指数学语言的明确性和条理性，数学语言不允许含混不清、模棱两可，要求因果分明、层次明确，决不能颠三倒四。而严谨是指逻辑推理的严格与慎密，它不仅要求定义、定理的叙述要严谨，还要求推理证明和分析的每一步都要表达清楚和充分。至于简洁和规范，是指数学的表达用语要简单明了、干脆利索，所用词语，必须符合数学发展几千年来所形成的特定格式和要求，既不能前后矛

盾，也不能产生任何歧义。

独特的发展模式 数学在感性认识与理性认识、归纳与演绎的辩证活动中实现着自己的无限发展。而且，数学的发展带有本土文化传统的明显痕迹。例如，以《九章算术》和《几何原本》为思想源泉的中、西方数学，就分别具有东、西方传统文化的明显特征。

独特的价值判断标准 数学认识论和数学真理观，使得数学不仅与文学艺术有很大不同，而且与普通科学（自然科学和社会科学）也有很大区别。正如大科学家爱因斯坦所言：“为什么数学比一切其他科学受到特殊的尊重？一个理由是，它的命题是绝对可靠和无可争辩的，而其他一切科学的命题在某种程度上都是可争辩的，并且经常处于会被新发现的事实推翻的危险之中。数学给予精密的自然科学以某种程度的可靠性，没有数学，这些科学是达不到这种可靠性的。”

二、数学文化的社会意义

柏拉图曾在他的哲学学校门口张榜声明：不懂几何学的人不要走进他的哲学学校。这并非因为该校所学课程与几何学有多大关系，或者非要用到几何知识不可。相反，柏拉图哲学学校里所设置的尽是些关于社会学、政治学和伦理学之类的课程。所探讨的问题也都是关于社会的、政治的和道德方面的问题，并由此去研究人的存在、尊严和责任，以及他们所面对的上帝与未知世界的关系。显然，诸如此类的课程与研究论题，在知识基础上与几何学本无直接联系，更谈不上要直接以几何学为工具去研究这类问题或学习这类课程。柏拉图之所以要求他的弟子们通晓几何学，只是立足于数学教育的文化素质性原则。柏拉图认为，没有经过严格数学训练的人，是难以深入学习他所设置的课程、研究上述一类高级论题的。至今，英国律师在大学里还要学习许多数学知识，这也不是因为英国律师学习的课程与数学知识有什么直接联系，而只是出于这样的一种考虑：那就是通过严格的数学训练，使之养成一种坚定不移而又客观公正的品格、形成一种严格而精确的思维习惯，从而对他们的未来事业大有益助。

更为典型的事例还有：在闻名于世，被誉为西方名将摇篮、以培养将帅为目标的美国西点军校，建校将近两个世纪以来，许多高深的数学课程一直是学生们的必修课程。该校设置许多高深数学课程之目的，并不在于战场指挥中要以这些数学知识为工具，而主要出于如下的原则：只有通过严格的数学训练，才能使学员们在军事行动中把那种特殊的活力与灵活的快速性结合起来，才能