

GAOKAO ZONGFUXI GANGYAO
FUJIANSHENG
GAOKAO ZONGFUXI GANGYAO
ONGFUXI GANGYAO
FUXI GANGYAO
HENG GAOKAO
GAOKAO

福建省

2009年

高考总复习纲要

FUJIANSHENG GAOKAO ZONGFUXI GANGYAO

新课改高考课题调研组◎编

数学 (理科)

SHUXUE

★ 新课程
★ 新高考
★ 新省纲

福建教育出版社

新课改高考课题调研组◎编

福建省 高考总复习纲要

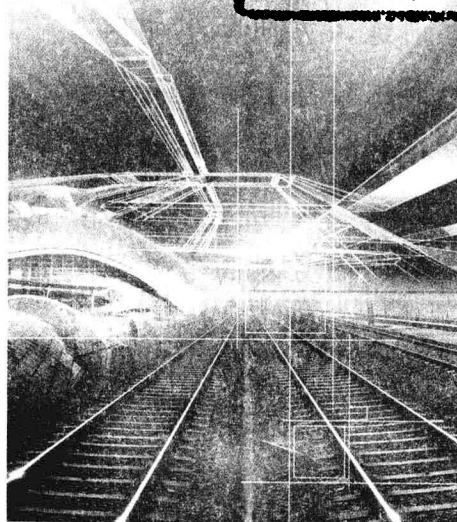
2009年

FUJIANSHENG GAOKAO ZONGFUXI GANGYAO

数 学 (理科)

SHUXUE

江苏工业学院图书馆
藏书章



福建教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

福建省高考总复习纲要: 2009 年. 数学 (理科) / 新课
改高考课题调研组编. —福州: 福建教育出版社, 2008. 6
ISBN 978-7-5334-5011-3

I. 福… II. 新… III. 数学课—高中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 079485 号

福建省高考总复习纲要 (2009 年)

数 学 (理科)

新课改高考课题调研组 编

出 版 福建教育出版社

(福州梦山路 27 号 邮编: 350001 电话: 0591—83726971

83733693 传真: 83726980 网址: www.fep.com.cn)

发 行 福建省新华书店

印 刷 闽侯青圃印刷厂

(闽侯青口镇 邮编: 350119)

开 本 889 毫米×1194 毫米 1/16

印 张 33.75

字 数 1197 千

版 次 2008 年 6 月第 1 版

2008 年 6 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5334-5011-3

定 价 49.50 元

如发现本书印装质量问题, 影响阅读,

请向出版科 (电话: 0591—83786692) 调换。

编写说明

《福建省高考总复习纲要》(2009年)丛书,以教育部颁布的各学科课程标准、普通高等学校招生全国统一考试新课程标准考试大纲、福建省高考考试说明以及福建省普通高中新课程教学要求为依据,力求充分贯彻新课程理念,注重能力和素质的培养,全面反映近年各实验省高中新课程高考的最新特点和命题趋势,是广大师生进行2009年新课程高考第一轮复习的权威辅导材料。

本套丛书由《语文》《数学(文科)》《数学(理科)》《英语(配人教版)》《英语(配北师大版)》《思想政治》《历史》《地理》《物理》《化学》《生物》组成,其中《英语(配人教版)》和《英语(配北师大版)》的听力部分均配有语音纯正的外教录音。丛书具有以下特点:

- 精准剖析考点,全面夯实基础;
- 点拨重难点,总结应试技巧;
- 考点配有例题,启发解题方法,强化知识的应用和迁移;
- 精选习题,强化训练,点评指导;
- 活页训练,方便师生使用。

本套丛书由福建省普通高中新课程各学科教学指导组成员以及多年工作在教学第一线并对高中新课程有深入研究的教研员和中学特级、高级教师指导、编写,他们不仅对学科高考复习教学有丰富的经验,而且对高考试题及其命制素有研究。

责任编辑：黄旭凌 黄晨昊 沈 群 叶在贵 王 彬
特约编辑：郑芳芳 吴 侃
美术编辑：赵 艺

FUJIANSHENG

KAO ZONGFUXI GANGYAO

本丛书设立读者反馈信箱：

数学：shuxue@fjedu.gov.cn

物理：wuli@fjedu.gov.cn

化学：hxxw@fjedu.gov.cn

历史：hshi@fjedu.gov.cn

目录

福建省高考总复习纲要·数学(理科)

(理科)

必考内容

第一章 集合与简易逻辑	(1)
第一讲 集合及其运算	(1)
第二讲 命题及其关系	(3)
第三讲 充分条件和必要条件	(5)
第四讲 简单的逻辑联结词	(7)
本章小结	(9)
第一章测评	(11)
第二章 算法初步及推理与证明	(13)
第五讲 合情推理与演绎推理	(13)
第六讲 直接证明与间接证明	(15)
第七讲 数学归纳法	(18)
第八讲 算法与程序框图	(20)
第九讲 算法的基本语句、流程图与结构图	(23)
第十讲 算法案例	(26)
本章小结	(28)
第二章测评	(30)
第三章 不等式	(32)
第十一讲 不等式及其性质	(32)
第十二讲 一元二次不等式及其解法	(34)
第十三讲 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	(36)
第十四讲 基本不等式及其应用	(38)
第十五讲 不等式的综合应用	(39)
本章小结	(42)
第三章测评	(44)
第四章 基本初等函数(I)	(46)
第十六讲 函数的基本概念	(46)
第十七讲 函数的基本性质	(48)
第十八讲 一次函数与二次函数	(50)
第十九讲 指数、指数函数及幂函数	(53)



第二十讲 对数及对数函数	(55)
第二十一讲 函数的图象及图象变换	(57)
第二十二讲 函数的值域和最值	(60)
第二十三讲 函数与方程	(62)
第二十四讲 函数模型及其应用	(64)
第二十五讲 函数的综合应用	(67)
本章小结	(70)
第四章测评	(72)
第五章 三角函数	(74)
第二十六讲 角的度量及任意角的三角函数	(74)
第二十七讲 同角三角函数的基本关系及诱导公式	(76)
第二十八讲 两角和与差的三角函数公式	(78)
第二十九讲 三角恒等变换	(80)
第三十讲 三角函数的图象与性质	(82)
第三十一讲 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象与性质	(84)
第三十二讲 正弦定理与余弦定理	(86)
第三十三讲 解斜三角形及其应用	(88)
第三十四讲 三角函数的综合应用	(90)
本章小结	(92)
第五章测评	(95)
第六章 导数	(97)
第三十五讲 导数及常见函数的导数	(97)
第三十六讲 导数的运算	(99)
第三十七讲 导数在函数研究中的应用	(100)
第三十八讲 导数的综合应用	(103)
第三十九讲 定积分与微积分基本定理	(105)
本章小结	(107)
第六章测评	(111)
第七章 数列	(113)
第四十讲 数列的概念	(113)
第四十一讲 等差、等比数列的基本运算	(115)
第四十二讲 等差、等比数列性质与运用	(117)
第四十三讲 数列求和的基本方法	(118)
第四十四讲 数列的综合应用	(120)
本章小结	(122)

第七章测评	(126)
第八章 计数原理	(128)
第四十五讲 计数原理	(128)
第四十六讲 排列、组合的基本问题	(130)
第四十七讲 排列、组合的综合应用	(132)
第四十八讲 二项式定理及其应用	(134)
本章小结	(136)
第八章测评	(138)
第九章 概率与统计	(140)
第四十九讲 随机事件及其概率	(140)
第五十讲 古典概型与几何概型	(143)
第五十一讲 条件概率与独立事件概率	(145)
第五十二讲 随机变量及常用概率分布	(148)
第五十三讲 离散型随机变量的数学期望与方差	(152)
第五十四讲 抽样方法与总体分布的估计	(154)
第五十五讲 变量间的相关关系、回归分析	(158)
本章小结	(162)
第九章测评	(167)
第十章 平面向量与复数	(170)
第五十六讲 平面向量的概念及基本运算	(170)
第五十七讲 平面向量的坐标运算	(173)
第五十八讲 平面向量的数量积及其运算	(175)
第五十九讲 线段的定比分点及图形平移	(177)
第六十讲 复数及有关概念	(179)
第六十一讲 复数的四则运算及有关的几何意义	(181)
本章小结	(183)
第十章测评	(186)
第十一章 立体几何	(188)
第六十二讲 空间几何体及其三视图和直观图	(188)
第六十三讲 空间几何体的表面积与体积	(191)
第六十四讲 空间点、直线、平面之间的位置关系	(193)
第六十五讲 直线、平面平行的判定与性质	(195)
第六十六讲 直线、平面垂直的判定与性质	(198)
第六十七讲 空间向量的概念和运算	(201)
第六十八讲 空间向量的坐标运算	(203)

第六十九讲 平行与垂直问题	(205)
第七十讲 空间的角	(208)
第七十一讲 空间的距离	(210)
第七十二讲 立体几何的综合问题	(213)
本章小结	(216)
第十一章测评	(220)
第十二章 直线和圆的方程	(223)
第七十三讲 直线及其方程	(223)
第七十四讲 点与直线、直线与直线的位置关系	(225)
第七十五讲 圆的方程	(227)
第七十六讲 直线与圆、圆与圆的位置关系	(229)
本章小结	(232)
第十二章测评	(234)
第十三章 圆锥曲线	(236)
第七十七讲 椭圆	(236)
第七十八讲 双曲线	(238)
第七十九讲 抛物线	(241)
第八十讲 直线与圆锥曲线的位置关系	(243)
第八十一讲 轨迹问题	(245)
第八十二讲 圆锥曲线的综合应用	(247)
本章小结	(250)
第十三章测评	(254)

选考内容

坐标系与参数方程	(257)
第一讲 平面直角坐标系中的伸缩变换	(257)
第二讲 极坐标系及简单曲线的极坐标方程、柱坐标系与球坐标系	(259)
第三讲 常见曲线的参数方程	(261)
本章小结	(263)
坐标系与参数方程测评	(264)
不等式选讲	(267)
第一讲 含绝对值的不等式	(267)
第二讲 几个重要不等式及其应用	(269)
第三讲 不等式证明(一)	(271)
第四讲 不等式证明(二)	(273)

本章小结	(275)
不等式选讲测评	(278)
矩阵与变换	(280)
第一讲 矩阵变换及其性质	(280)
第二讲 变换的复合与矩阵的乘法	(283)
第三讲 逆矩阵与二元一次方程组	(285)
第四讲 矩阵的特征值与特征向量	(288)
本章小结	(291)
矩阵与变换测评	(293)
 模拟试卷(一)	 (297)
模拟试卷(二)	(301)
模拟试卷(三)	(305)
模拟试卷(四)	(309)
模拟试卷(五)	(313)
参考答案	(317)



疑难解析

1. 正确理解集合元素的本质,不拘泥于集合的呈现方式,如 $\{x|x=2n+1, x \in \mathbf{Z}\} = \{y|y=2n-1, n \in \mathbf{Z}\}$.
2. 关注集合元素的互异性. 在集合元素中含参问题的求解,应特别注意这一特性,通常是先求值,后检验,应对这一问题,如 $a \in \{1, a^2\}$, 则 $a=0$ ($a=1$ 舍去).
3. 区分数集与点集. 如 $\{y|y=x^2, x \in \mathbf{R}\} \cap \{y|y=x, x \in \mathbf{R}\}$ 表示两函数值域的交集结果是数集,而 $\{(x, y)|y=x^2, x \in \mathbf{R}\} \cap \{(x, y)|y=x, x \in \mathbf{R}\}$ 表示两函数图象的交点构成的点集,“双基训练”1 就是考查数集的交集运算.
4. 注意 $A \subseteq B$ 的不同呈现方式,如 $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cup B = B$.
5. 注意空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集. 在解决有关子集以及集合运算问题时,应格外小心,如“双基训练”2. (在这里常涉及分类讨论思想)
6. 在思想方法方面,要突出数形结合,要善于运用韦恩图,使问题直观化,对数集问题、点集问题常常从一维空间、二维空间的几何直观入手,解决它们之间的关系问题,如“双基训练”3.



典例探法

考点 1: 集合有关的术语与符号

例 1 已知集合 $A = \{x|ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}, x \in \mathbf{R}\}$.

- (1) 若 A 中只有一个元素,求 a 的值,并求出这个元素.
- (2) 若 A 中至多有一个元素,求 a 的取值范围.

考点 2: 集合的有关运算

例 2 已知集合 $A = \{(x, y)|y - \sqrt{3}x \leq 0\}$, 集合 $B = \{(x, y)|x^2 + (y-a)^2 \leq 1\}$, 若 $A \cap B = B$, 求 a 的取值范围.

考点 3: 集合元素的特性

例 3 若集合 $A = \{6-x, 1, 4\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $A \cup B = A$, 求实数 x .



随堂小结

1. 通过例 3 正确理解集合元素的三个特征,特别是互异性.

2. 通过“双基训练”1、例 2 等,能透过集合形式看本质,明确集合元素的实质,转化为相关数学问题.

3. 通过“双基训练”2、例 1 等,注意分类思想的应用,在“双基训练”2 中还要注意空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集.

4. 通过“双基训练”3、例 2 等,深化以形助数的思想方法.

5. 通过“双基训练”4,总结归纳出含有 n 个元素的集合的子集个数是 2^n .

达标训练

1. 如果集合 $A = \{x|x=2k\pi+\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x|x=4k\pi+\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, 则().
A. $A \subset B$ B. $B \subset A$ C. $A = B$ D. $A \cap B = \emptyset$
2. 已知全集 $U = \{0, 1, 2\}$, 且满足 $\complement_U(A \cup B) = \{2\}$ 的 A, B 的组数是().
A. 5 B. 7 C. 9 D. 11
3. 满足条件 $\{1, 3\} \cup A = \{1, 3\}$ 的所有集合 A 的个数为().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 设 U 为全集, P, Q 为非空集合, 且 $P \subseteq Q$, 下列结论不正确的是().
A. $(\complement_U P) \cup Q = U$ B. $(\complement_U P) \cap Q = \emptyset$
C. $P \cup Q = Q$ D. $P \cap (\complement_U Q) = \emptyset$
5. 对于集合 M, N , 定义 $M - N = \{x|x \in M, \text{且 } x \notin N\}$, $M \oplus N = (M - N) \cup (N - M)$, 设 $A = \{y|y=x^2-3x, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y|y=-2^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \oplus B =$ ().
A. $(-\frac{9}{4}, 0)$
B. $[-\frac{9}{4}, 0)$
C. $(-\infty, -\frac{9}{4}) \cup [0, +\infty)$
D. $(-\infty, -\frac{9}{4}) \cup (0, +\infty)$
6. 已知集合 $A = \{y|y=-x^2+6, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$, 用列举法表示 $A =$ _____.
7. 已知集合 $A = \{0, 2, 3\}$, $B = \{x|x=ab, a, b \in A\}$, 则集合 $B =$ _____.
8. 若全集 $I = \mathbf{R}$, $f(x), g(x)$ 均为 x 的二次函数, $P = \{x|f(x) < 0\}$, $Q = \{x|g(x) \geq 0\}$, 则不等式组 $\begin{cases} f(x) < 0, \\ g(x) < 0 \end{cases}$ 的解集可用 P, Q 表示为 _____.
9. 高一某班有学生 45 人, 其中参加数学竞赛的有 32 人, 参加物理竞赛的有 28 人, 另外有 5 人两项竞赛均不参加, 则该班既参加数学竞赛又参加物理竞赛的有 _____ 人.

10. 已知集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$, $B = \{x | a \leq x < a + 4, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $B \subset A$, 求实数 a 的取值范围.

11. 设全集 $U = \{x | x \text{ 是不超过 } 5 \text{ 的正整数}\}$, $A = \{x | x^2 - 5x + q = 0\}$, $B = \{x | x^2 + px + 12 = 0\}$, 且 $(\complement_U A) \cup B = \{1, 3, 4, 5\}$, 求 p, q 的值和集合 A, B .

12. 已知集合 M 满足: 若 $a \in M$, 则 $\frac{1+a}{1-a} \in M$.

- (1) 当 $a = 2$ 时, 判断 M 为有限集, 还是无限集? 若 M 为有限集, 试求出 M 中的所有元素;
(2) 若 $a \in \mathbf{R}$, 则集合 M 中是否可能有且只有一个元素, 为什么?

第二讲 命题及其关系



考纲定位

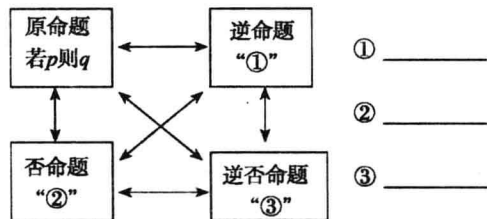
了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题; 会分析四种命题的相互关系; 会用互为逆否命题是等价命题的关系进行命题真假性的判断或证明.



双基在线

一、知识回顾

- 在数学中, 具有“若 p , 则 q ”这种形式的命题是常见的; 把这种形式的命题中的 p 叫做命题的_____, q 叫做命题的_____.
- 数学中有一些命题虽然表面上不是“若 p , 则 q ”的形式, 但是把它的表述作适当改变, 也可以写成“若 p , 则 q ”的形式, 记为 $p \rightarrow q$, 若它是真命题, 记为_____, 若它是假命题, 记为_____.
- 四种命题之间的相互关系



请在①、②、③处填上 p 与 q 的适当的形式, 并在箭头上填上两命题的相互关系.

4. 两个命题互为_____, 它们有相同的真假性; 两个命题为互逆命题或互否命题, 它们的真假性没有关系.

二、双基训练

1. 下列语句中不是命题的有_____ (填上序号).

- ① $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$; ② $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \geq 0$;
③ $\exists x \in \mathbf{R}, |x| < 0$; ④ $2x + 1 > 0$;
⑤ 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?

2. 有下列四个命题:

- ① “若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题; ② “相似三角形的周长相等”的否命题; ③ “若 $b \leq -1$, 则方程 $x^2 - 2bx + b^2 + b = 0$ 有实根”的逆否命题; ④ 若 “ $A \cup B = B$, 则 $B \subseteq A$ ” 的逆否命题.

其中的真命题是().

- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ③④

3. 命题“若 $A \cup B = A$, 则 $A \cap B = B$ ”的否命题是().

- A. “若 $A \cup B \neq A$, 则 $A \cap B \neq B$ ”
B. “若 $A \cap B \neq A$, 则 $A \cup B \neq B$ ”
C. “若 $A \cup B = B$, 则 $A \cap B = A$ ”
D. “若 $A \cap B = A$, 则 $A \cup B = B$ ”

4. 下列判断正确的是().

- A. 若 x, y 是实数, 则 $|x| \neq |y| \Leftrightarrow x \neq y$ 或 $x \neq -y$
B. 命题“ a, b 都是偶数, 则 $a + b$ 是偶数”的否命题是“ a, b 都不是偶数, 则 $a + b$ 不是偶数”
C. 命题“个位上的数字是 0 或 5 的正整数一定被 5 整除”的否命题是“个位上的数字既不是 0 也不是 5 的正整数一定不被 5 整除”
D. 命题“若 $x > y$, 则 $x^2 > y^2$ ”的否命题是“若 $x < y$, 则 $x^2 < y^2$ ”

5. 命题“若方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 的 $\Delta=b^2-4ac < 0$, 则方程无实根”的否命题的逆否命题是_____.

疑难解析

1. 命题定义的理解: 一个句子是否是命题, 要从两个方面进行判断, 一要满足陈述句的形式, 二要可以判断真假, 两者缺一不可. 一般地, 疑问句、祈使句、感叹句都不是命题.

2. 四命题的写法: 写出逆命题、否命题及逆否命题的关键是分清原命题的条件和结论, 然后按定义来写, 为了弄清原命题的条件和结论, 通常且有效的方法是把原命题改写为“若 p , 则 q ”的形式. 如例 1.

3. 逆否证法与反证法的联系与区别:

逆否证法是把原命题转化为等价命题, 即逆否命题的证明; 反证法是否定结论, 得出矛盾(可与已知条件、有关公理、定理、定义等矛盾), 从而得到假设错误, 故原命题成立. 逆否证法可理解为特殊的反证法形式, 从结论的否定出发, 推理得出条件的否定.

典例探法

考点 1: 四命题及其关系

例 1 写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断其真假.

- (1) 弦的垂直平分线经过圆心, 并平分弦所对应的弧.
- (2) 等底等高的两个三角形面积相等.

考点 2: 构造命题, 并判断其真假

例 2 已知三个不等式: $ab > 0, bc - ad > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$,

(其中 a, b, c, d 均为实数), 用其中两个不等式作为条件, 余下一个不等式作为结论组成一个命题, 可组成正确命题的个数是().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

考点 3: 逆否证法的应用

例 3 求证: 已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的减函数, $a, b \in \mathbf{R}$, 若 $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$, 则 $a + b \leq 0$.

考点 4: 命题真假性判断在生活中的应用

例 4 a, b, c 为三个人, 命题 A: “如果 b 的年龄不是最

大, 那么 a 的年龄最小”和命题 B: “如果 c 不是年龄最小的, 那么 a 的年龄最大”都是真命题, 则 a, b, c 的年龄大小顺序是否能确定? 请说明理由.

随堂小结

1. 通过“双基训练”1, 深化命题的概念应满足“两个要素”的思想.

2. 通过例 1, 掌握写出逆命题、否命题、逆否命题的方法, 基本方法是把原命题写成“若 p , 则 q ”的形式, 并根据四命题在真假性方面的关系, 事半功倍地完成真假性的判断.

3. 证明原命题成立, 等价于证明它的逆否命题是成立的. 首要问题是要正确写出逆否命题. 这种方法常用于原命题难于入题, “正难则反”转化为逆否命题成立的证明. 通过例 3、例 4, 深化“逆否证法”的思想.

达标训练

1. 给出下列三个命题:

① 若 $a \geq b > -1$, 则 $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$;

② 若正整数 m 和 n 满足 $m \leq n$, 则 $\sqrt{m(n-m)} \leq \frac{n}{2}$;

③ 设 $P(x_1, y_1)$ 为圆 $O_1: x^2 + y^2 = 9$ 上任一点, 圆 O_2 以 $Q(a, b)$ 为圆心且半径为 1, 当 $(a-x_1)^2 + (b-y_1)^2 = 1$ 时, 圆 O_1 与 O_2 相切.

其中假命题的个数为().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 对于直线 m 和平面 α , 下列命题是真命题的是().

- A. 如果 $m \in \alpha, n \notin \alpha, m, n$ 是异面直线, 那么 $n \parallel \alpha$
 B. 如果 $m \in \alpha, n \notin \alpha, m, n$ 是异面直线, 那么 n 与 α 相交
 C. 如果 $m \in \alpha, n \parallel \alpha, m, n$ 共面, 那么 $m \parallel n$
 D. 如果 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha, m, n$ 共面, 那么 $m \parallel n$

3. 与命题“若 $m \in M$, 则 $n \notin M$ ”等价的命题是().

- A. 若 $m \in M$, 则 $n \in M$ B. 若 $n \notin M$, 则 $m \in M$
 C. 若 $m \notin M$, 则 $n \in M$ D. 若 $n \in M$, 则 $m \notin M$

4. 设 a, b, c 是任意的非零平面向量, 且相互不共线, 则

① $(a \cdot b)c = (c \cdot a)b$; ② $|a| - |b| < |a - b|$;

③ $(b \cdot c)a - (c \cdot a)b$ 不与 c 垂直;

④ $(3a + 2b) \cdot (3a - 2b) = 9|a|^2 - 4|b|^2$.

其中是真命题的有().

- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②④

5. 给出以下命题:

①对于任意的实数 a 与 b , 均有 $|a| + |b| \geq |a+b|$;

②存在 $\alpha \in \mathbf{R}$, 使得 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha$;

③存在 $a \in \mathbf{R}$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + 2x + a < 0$.

其中真命题的个数为().

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

6. 设 l_1, l_2 表示两条直线, α 表示平面, 若有 ① $l_1 \perp l_2$; ② $l_1 \perp \alpha$; ③ $l_2 \perp \alpha$, 则以其中两个为条件, 另一个为结论, 可以构造的所有命题中, 正确的命题是_____.

7. 把下面不完整的命题补充完整, 并使之成为真命题.

若函数 $f(x) = 3 + \log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于_____对称, 则函数 $g(x) =$ _____. (注: 填上你认为可以成为真命题的一种情形即可, 不考虑所有可能的情形)

8. 命题“直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半”的逆命题是_____.

9. 下列命题中是特称命题且是真命题的是_____. (填序号)

①如果直线 a 在平面 α 内, 那么直线 a 上的所有点都在 α 内. ②如果直线 a 上有两点在 α 内, 那么直线上的所有点都在 α 内. ③如果直线 a 上有两点到 α 的距离相等, 那么直线 $a \perp \alpha$.

10. 指出下列命题中, 哪些是全称命题, 哪些是特称命题, 并判断真假.

①若 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 则对任意实数 x , $a^x > 0$;

②对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 若 $x_1 < x_2$, 则 $\tan x_1 < \tan x_2$;

③存在 $t \in \mathbf{R}$, 使得 $|\sin(x+t)| = |\sin x|$;

④存在 $x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 + 1 < 0$.

11. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_2 = a$ (a 为实数), 且 $b_n = a_n \cdot a_{n+1}$, 其中 $n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 求证: “若数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则数列 $\{b_n\}$ 也是等比数列”是真命题;

(2) 写出(1)中的命题的逆命题; 判断它是真命题还是假命题, 请说明理由.

第三讲 充分条件和必要条件



考纲定位

理解必要条件、充分条件与充要条件的意义, 会从集合包含关系角度理解必要条件、充分条件、充要条件的意义, 并会应用于相关条件的求解.



双基在线

一、知识回顾

1. 若“_____”, 则称 p 为 q 的充分不必要条件.
若“_____”, 则称 p 为 q 的必要不充分条件.
若“_____”, 则称 p 为 q 的充分必要条件.

2. 集合间的关系与条件关系的对应:

设 $A = \{x | p\}, B = \{x | q\}$,

① $A \subseteq B \Leftrightarrow$ _____, p 是 q 的_____条件, q 是 p 的_____条件; ② $A = B \Leftrightarrow$ _____, p 是 q 的_____条件; ③ 若 $A \not\subseteq B$, 且 $B \not\subseteq A$, 则 p 是 q 的_____条件.

3. 证明 p 是 q 的充分条件 $\Leftrightarrow$ 证明 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的_____条件; 证明 p 是 q 的必要条件 $\Leftrightarrow$ 证明 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的_____条件; 证明 p 是 q 的充要条件 $\Leftrightarrow$ 证明 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的_____条件.

4. 若 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$, 则_____.

二、双基训练

1. 若非空集合 $M \subseteq N$, 则“ $a \in M$ 或 $a \in N$ ”是“ $a \in (M \cap N)$ ”的().

A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充分必要条件 D. 既非充分又非必要条件

2. “ $m = \frac{1}{2}$ ”是“直线 $(m+2)x + 3my + 1 = 0$ 与直线 $(m-2)x + (m+2)y - 3 = 0$ 的相互垂直”的().

A. 充分非必要条件 B. 充分而不必要条件
C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 对任意实数 a, b, c , 给出下列命题:

- ①“ $a=b$ ”是“ $ac=bc$ ”的充要条件;
 ②“ $a+5$ 是无理数”是“ a 是无理数”的充要条件;
 ③“ $a>b$ ”是“ $a^2>b^2$ ”的充分条件;
 ④“ $a<5$ ”是“ $a<3$ ”的必要条件.

其中真命题的个数是().

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 设 p, r 都是 q 的充分条件, s 是 q 的充分必要条件, t 是 s 的必要条件, t 是 r 的充分条件, 那么 p 是 t 的_____, r 是 t 的_____.

疑难解析

1. 处理充分、必要条件时, 首先要分清条件与结论, 写成“若 p , 则 q ”形式, 然后才能进行推理和判断.

2. 当判断充分、必要条件较困难时, 往往转化为它的等价命题(逆否命题)来判断.

3. 把充分条件、必要条件的判断, 转化为集合包含关系的判断, 有利于正确理解充分条件、必要条件的意义. 例如函数 $y=ax+1$, 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数的必要条件是 $a>0$; 充分条件可以是 $a>0$, 也可以是 $a>1, a=2$ 等; 充要条件是 $a>0$.

典例探法

考点 1: 充分条件

例 1 是否存在实数 p , 使“ $4x+p<0$ ”是“ $x^2-x-2>0$ ”的充分条件? 如果存在, 求出 p 的取值范围.

考点 2: 利用逆否命题关系进行条件的判断

例 2 对于实数 x, y , 判断“ $x+y\neq 6$ ”是“ $x\neq 2$ 或 $y\neq 4$ ”的什么条件?

考点 3: 证明充要条件

例 3 已知 $ab\neq 0$, 求证 $a+b=1$ 的充要条件是 $a^3+b^3+ab-a^2-b^2=0$.

随堂小结

1. 结合“知识回顾”2, “疑难解析”3 以及例 1, 提高集合法判断充分条件与必要条件的技能.

2. 结合“知识回顾”3, “疑难解析”2 以及例 2, 提高逆否等价转化思想的运用.

3. 通过例 3 与例 4, 根据充要条件的意义, 提高探求充要条件的能力, 规范充要条件的证明表达方式.

达标训练

1. 函数 $f(x)=x|x+a|+b$ 是奇函数的充要条件是().

- A. $ab=0$ B. $a+b=0$ C. $a=b$ D. $a^2+b^2=0$

2. 设 A, B, C 为三个集合, 条件 $A\subseteq B$ 是 $A\subseteq (B\cup C)$ 的().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 下列命题中, 真命题的个数为().

- ① $\alpha\neq\beta$ 是 $\sin\alpha\neq\sin\beta$ 的必要不充分条件;
 ② “一个棱柱的各侧面是全等的矩形”是这个棱柱是正棱柱的充要条件;
 ③ 函数 $f(x)$ 是奇函数的必要不充分条件是 $f(0)=0$.
 A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. “ $a=1$ ”是“函数 $f(x)=|x-a|$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上为增函数”的().

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 集合 $A=\{x|\frac{x-1}{x+1}<0\}$, $B=\{x||x-b|<a\}$, 若“ $a=1$ ”是“ $A\cap B\neq\emptyset$ ”的充分条件, 则 b 的取值范围可以是().

- A. $-2\leq b<0$ B. $0<b\leq 2$
 C. $-2<b<2$ D. $-2\leq b\leq 2$

6. 如图所示电路图, 闭合开关 A 是灯泡 B 亮的_____条件.

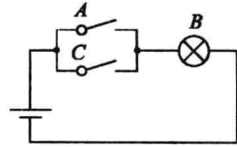
7. 已知条件 $p: x^2-2x-3<0$, 条件

$q: |x|>3$, 即 p 是 q 的_____条件.

8. 一元二次方程 $x^2+2x+a=0$ 有实数解的充要条件是_____, 充分不必要条件是_____ (写一个即可), 必要不充分条件是_____ (写一个即可).

9. 已知两条直线 $l_1: x+m^2y+12=0$ 和 $l_2: (m-2)x+3my+4m=0$, 则 $l_1\parallel l_2$ 的充要条件是_____.

10. 求证: 关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 有一个根为 -1 的充要条件是 $a-b+c=0$.





双基在线

一、知识回顾

- 逻辑联结词有_____.
- 不含逻辑联结词的命题是_____命题,由简单命题和逻辑联结词构成的命题是_____命题,若 p, q 表示简单命题,则复合命题的三种基本形式是_____.
- 当 p, q _____ 时, $p \vee q$ 为真;
当 p, q _____ 时, $p \vee q$ 为假;
当 p, q _____ 时, $p \wedge q$ 为真;
当 p, q _____ 时, $p \wedge q$ 为假;
当 p 为_____时, $\neg p$ 为真;当 p 为_____时, $\neg p$ 为假.
- 全称命题的基本形式“对 M 中的所有 $x, p(x)$ ”,用符号简记为_____,特称命题的基本形式“存在 M 中的元素, $p(x)$ ”,用符号简记为_____.
- 全称命题 $p: \forall x \in M, p(x)$, 命题的否定 $\neg p$: _____, 特称命题 $p: \exists x \in M, p(x)$, 命题的否定 $\neg p$: _____.

二、双基训练

- 命题 p : 函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{6}) + 1$ 满足 $f(\frac{\pi}{3} + x) = f(\frac{\pi}{3} - x)$. 命题 q : 函数 $g(x) = \sin(2x + \theta) + 1$ 可能是奇函数(θ 为常数). 则命题“ $p \wedge q$ ”, “ $p \vee q$ ”, “ $\neg p$ ”, “ $\neg q$ ”中: 真命题的个数为().
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
- 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leq 1$, 则().
A. $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x \geq 1$
B. $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \geq 1$
C. $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$
D. $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$
- 命题“若 $x^2 \geq 1$, 则 $-1 < x < 1$ ”的否命题是().
A. 若 $x^2 \geq 1$, 则 $-1 < x < 1$
B. 若 $x^2 < 1$, 则 $x \leq -1$ 或 $x \geq 1$
C. 若 $x^2 > 1$, 则 $x < -1$ 或 $x > 1$
D. 若 $x^2 \geq 1$, 则 $x \leq -1$ 或 $x \geq 1$
- 命题“ $\exists x \in [a, b], f(x) = 0$ ”的否定是_____.
- 已知圆 $M: (x + \cos \theta)^2 + (y - \sin \theta)^2 = 1$, 直线 $l: y = kx$, 有四个命题:
A. 对任意实数 k 和 θ , 直线 l 和圆 M 相切;
B. 对任意实数 k 和 θ , 直线 l 和圆 M 有公共点;
C. 对任意实数 θ , 必存在 k , 使得直线 l 和圆 M 相切;
D. 对任意实数 k , 必存在实数 θ , 使得直线 l 和圆 M 相切.
其中真命题的代号是_____. (写出真命题的代号)

11. 设条件 $p: -2 < m < 0, 0 < n < 1, q$: 关于 x 的方程 $x^2 + mx + n = 0$ 有两个小于 1 的正根, 试分析 p 是 q 的什么条件?

12. 若 $x, y \in \mathbf{R}^+$, 且 $x + y > 2$, 求证 $\frac{1+x}{y} < 2$ 或 $\frac{1+y}{x} < 2$ 中至少有一个成立.

第四讲 简单的逻辑联结词



考纲定位

了解逻辑联结词“且”、“或”、“非”的含义; 理解全称量词与存在量词的意义, 能正确地对含有一个量词的命题进行否定.



疑难解析

1. 区别命题的否定与否命题:

“若 p , 则 q ”的否命题是“若 $\neg p$, 则 $\neg q$ ”; 全称命题的否定是特称命题, 特称命题的否定是全称命题, 原命题与非命题一定是一真一假, 而原命题与否命题可以一真一假, 也可以同真或同假, 在真假性关系方面, 不存在逻辑关系.

2. 对复合命题“ $p \wedge q$ ”, “ $p \vee q$ ”, “ $\neg p$ ”的真假性判断, 可结合“知识回顾”3 加深理解, 提高判断能力, 不必机械地死记硬背真值表.

3. 对于否定应提高认识, 丰富知识, “等于”的否定是“不等于”, “大于”的否定是“不大于”, 即“小于”或“等于”, “ $x=a$ 或 $x=b$ ”的否定是“ $x \neq a$ 且 $x \neq b$ ”等.



典例探法

考点 1: 全称命题与特称命题的否定

例 1 对下列命题的否定, 其中说法错误的是().

- A. p : 能被 3 整除的整数是奇数; $\neg p$: 存在一个能被 3 整除的整数不是奇数
 B. p : 存在一个四边形的四个顶点不共圆; $\neg p$: 每一个四边形的四个顶点共圆
 C. p : 有的三角形为正三角形; $\neg p$: 所有的三角形不都是正三角形
 D. p : $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$; $\neg p$: $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$

考点 2: 复合命题的真假性

例 2 设 p : 关于 x 的不等式 $a^x > 1$ 的解集为 $\{x | x < 0\}$, q : 函数 $y = \lg(ax^2 - x + a)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.

如果 $p \wedge q$ 为假命题, $p \vee q$ 为真命题, 求 a 的取值范围.

考点 3: 利用全称命题求参数的范围

例 3 设 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x}$, 若对任意 $x \in [1, +\infty)$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.



随堂小结

1. 通过“双基训练”2、4 以及例 1 的相应问题的解决, 明确“命题的否定”基本方法是先进行命题类型的判断.

2. 对复合命题“ $p \wedge q$ ”的真假性, 可简述为“一假必假”, 而“ $p \vee q$ ”的真假性可简述为“一真必真”.

3. 对于存在性问题的探究, 通常是假设存在, 然后探求, 得出矛盾, 则说明不存在, 反之能求出符合题意的条件, 则说明存在性问题成立. 恒成立问题突出转化思想.

达标训练

1. 由下列各组命题构成“ $p \vee q$ ”, “ $p \wedge q$ ”, “ $\neg p$ ”形式的复合命题中, 依次为真, 假, 真的是().

- A. p : 3 是偶数; q : 4 是奇数
 B. p : $3+2=6$; q : $5>3$
 C. p : $a \in \{a, b\}$; q : $\{a\} \subseteq \{a, b\}$
 D. p : $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$; q : $\mathbf{N} = \mathbf{Z}$

2. 命题 p : 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $|a| + |b| > 1$ 是 $|a+b| > 1$ 的充分而不必要条件; 命题 q : 函数 $y = \sqrt{|x-1|} - 2$ 的定义域是 $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$, 则().

- A. “ $p \vee q$ ”为假
 B. “ $p \wedge q$ ”为真
 C. p 真 q 假
 D. p 假 q 真

3. 设有两个命题 p : 关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax + 4 > 0$ 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立; q : 函数 $f(x) = -(5-2a)^x$ 是减函数.

若“ $p \wedge q$ ”为假, “ $p \vee q$ ”为真, 则实数 a 的取值范围是().

- A. $(-\infty, -2]$
 B. $(-\infty, 2]$
 C. $(-2, 2)$
 D. $(2, \frac{5}{2})$

4. 以下判断正确的是().

- A. 命题“负数的平方是正数”不是全称命题
 B. 命题“ $\forall x \in \mathbf{N}, x^2 > 1$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{N}, x^2 < 1$ ”
 C. “ $a=1$ ”是“函数 $f(x) = \cos^2 ax - \sin^2 ax$ 的最小正周期为 π ”的必要不充分条件
 D. “ $b=0$ ”是“函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 是偶函数”的充要条件

5. 对下列命题的否定, 其中说法错误的是().

- A. p : 存在一个三角形的三个顶点不共圆; $\neg p$: 每一个三角形的三个顶点共圆
 B. p : $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 > 0$; $\neg p$: $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$
 C. p : 能被 3 整除的整数是奇数; $\neg p$: 存在一个能被 3 整除的整数不是奇数
 D. p : 有的四边形为平行四边形; $\neg p$: 所有的四边形不都是平行四边形

6. “ $p \wedge q$ ”为真是“ $p \vee q$ ”为真的_____条件.

7. 已知命题 p : 函数 $y = \log_a(ax+2a)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象必过点 $(-1, 1)$; 命题 q : 如果函数 $y = f(x-3)$ 图象关于原点对称, 那么 $y = f(x)$ 的图象关于 $(-3, 0)$ 对称.

在“ $p \wedge q$ ”, “ $p \vee q$ ”, “ $\neg p$ ”, “ $\neg q$ ”四个复合命题中, 正确的命题有_____个.

8. 已知全集为 I , 则命题“ $\sqrt{2} \in (A \cup B)$ ”的否定是_____. (要求答案用 A, B 的补集表示)