

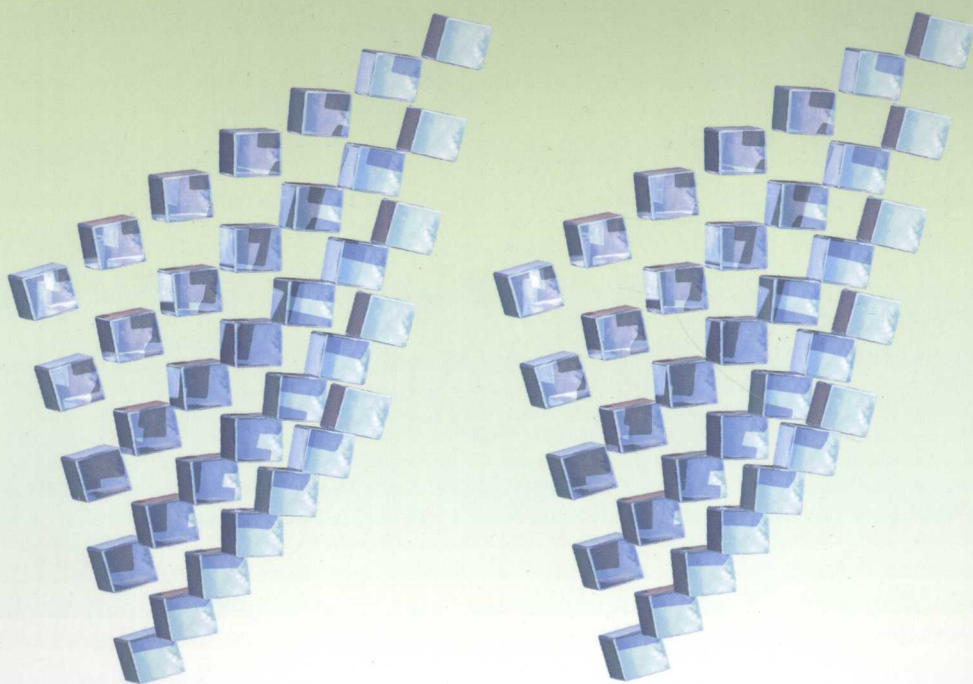
GAODENG SHUXUE TONGBU LIANXI

# 高等数学

## 同步练习

第2版

安徽工程科技学院数学教研室 编



中国科学技术大学出版社

内容简介

# 高等数学同步练习

安徽工程科技学院数学教研室 编

责任编辑(CIP) 目录编写并图

高等数学同步练习 安徽工程科技学院数学教研室编 合肥:安徽工程科技学院出版社, 2008. 9

ISBN 978-7-312-05141-7

I. 高... II. 安... III. 高等数学—高等学校—习题—IV. O13-44

中国图书馆(CIP)数据核字(2008)第140817号

中国科学技术大学出版社

中国科学技术大学出版社

全国新华书店经销

中国科学技术大学出版社

2008·合肥

2008年8月第1版 2008年9月第1次印刷

13001 16500

定价:18.00元

## 内 容 简 介

本书是编者根据多年的教学实践,按照教育部最新“高等数学课程教学基本要求”,本着题型丰富、题量恰当、难易适中、方便实用的原则,历经七年试用,修订而成。

本书内容分五个模块:同步练习、习题选解、各章自测题、期末考试模拟试题、高等数学及其应用插件。可供高等院校理工类学生使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步练习/安徽工程科技学院数学教研室编. 2版. —合肥:中国科学技术大学出版社,2008.9

ISBN 978-7-312-02396-5

I. 高… II. 安… III. 高等数学—高等学校—习题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 140947 号

中国科学技术大学出版社出版发行  
(安徽省合肥市金寨路 96 号,邮政编码:230026)  
中国科学技术大学印刷厂印刷  
全国新华书店经销

开本:787×1092/16 印张:9.5 字数:240 千  
2005 年 8 月第 1 版 2008 年 9 月第 2 版 2008 年 9 月第 3 次印刷  
印数:13001—17500  
定价:15.00 元

# 目 录

(081)		六
(182)		七
(183)		八
(184)		九
(185)		十
(187)		十一

<b>同步练习</b> .....	(1)
第一章 函数与极限.....	(3)
第二章 导数与微分 .....	(12)
第三章 导数应用 .....	(19)
第四章 不定积分 .....	(27)
第五章 定积分 .....	(33)
第六章 定积分的应用 .....	(39)
第七章 空间解析几何与向量代数 .....	(43)
第八章 多元函数微分法及其应用 .....	(49)
第九章 重积分 .....	(57)
第十章 曲线积分与曲面积分 .....	(63)
第十一章 无穷级数 .....	(70)
第十二章 微分方程 .....	(76)
<b>习题选解</b> .....	(85)
<b>各章自测题</b> .....	(95)
自我测试题一 .....	(97)
自我测试题二 .....	(99)
自我测试题三.....	(101)
自我测试题四.....	(103)
自我测试题五.....	(105)
自我测试题六.....	(107)
自我测试题七.....	(109)
自我测试题八.....	(111)
自我测试题九.....	(113)
自我测试题十.....	(115)
自我测试题十一.....	(117)
<b>模拟试题</b> .....	(119)
高等数学模拟试题一.....	(121)
高等数学模拟试题二.....	(123)
高等数学模拟试题三.....	(125)
高等数学模拟试题四.....	(126)
高等数学模拟试题五.....	(128)

# 目 录

高等数学模拟试题六	(130)
高等数学模拟试题七	(132)
高等数学模拟试题八	(133)
高等数学模拟试题九	(134)
高等数学模拟试题十	(135)
高等数学及其应用插件	(137)

(1)		区域返回
(3)	编辑与删除	第一章
(12)	介绍与数学	第二章
(13)	应用数学	第三章
(25)	代数学	第四章
(33)	代数学	第五章
(39)	几何与代数学	第六章
(43)	线性代数	第七章
(49)	应用其及者代数学	第八章
(57)	代数学	第九章
(69)	代数学	第十章
(70)	线性代数	第十一章
(76)	线性代数	第十二章
(82)		附录 I
(92)		附录 II
(97)	一、线性代数	附录 III
(99)	二、线性代数	附录 IV
(101)	三、线性代数	附录 V
(103)	四、线性代数	附录 VI
(105)	五、线性代数	附录 VII
(107)	六、线性代数	附录 VIII
(109)	七、线性代数	附录 IX
(111)	八、线性代数	附录 X
(113)	九、线性代数	附录 XI
(115)	十、线性代数	附录 XII
(117)	十一、线性代数	附录 XIII
(119)		附录 XIV
(121)	线性代数	附录 XV
(123)	线性代数	附录 XVI
(125)	线性代数	附录 XVII
(127)	线性代数	附录 XVIII
(129)	线性代数	附录 XIX
(131)	线性代数	附录 XX

## II

# 同步练习



# 第一章 函数与极限

## 第一节 映射与函数

### 一、选择题

- 函数  $y = \frac{\ln(x+4)}{\sqrt{x-4}}$  的定义域是( ).  
 A.  $\{x|x>4\}$     B.  $\{x|x>-4\}$     C.  $\{x|x\geq-4\}$     D.  $\{x|x\geq4\}$
- 下列各对函数  $f(x)$  与  $g(x)$  表示相同函数的是( ).  
 A.  $f(x)=x, g(x)=(\sqrt{x})^2$     B.  $f(x)=\sqrt{x^2}, g(x)=|x|$   
 C.  $f(x)=\lg x^2, g(x)=2\lg x$     D.  $f(x)=\lg \sqrt{x}, g(x)=\frac{1}{2}\lg|x|$

### 二、填空题

- 设函数  $f(x)=2^x, g(x)=5x+5$ , 则  $g[f(x)-x]=$ \_\_\_\_\_.
- 设函数  $y=f(x)$  的定义域为  $[0, 1]$ , 则  $f(x+a)+f(x-a)$  ( $0 < a < \frac{1}{2}$ ) 的定义域为\_\_\_\_\_.

### 三、求证题

- 设映射  $f: X \rightarrow Y, A \subset X, B \subset X$ , 则  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ .
- 已知  $f(x) = e^{x^2}, f(\varphi(x)) = 1-x$ , 且  $\varphi(x) \geq 0$ , 求  $\varphi(x)$  的表达式及定义域.
- 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ 2-x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ , 求  $f(x-1)$ .
- 设  $\varphi(x), f(x)$  及  $g(x)$  是单调增函数, 证明:  
 若  $\varphi(x) < f(x) < g(x)$ , 则  $\varphi(\varphi(x)) < f(f(x)) < g(g(x))$ .



## 第二节 数列的极限

### 一、选择题

1. 数列  $x_n: 0, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{6}, 0, \frac{1}{8}, 0, -\frac{1}{10}, \dots$  ( ).

- A. 发散                      B. 收敛于 0                      C. 收敛于 -1                      D. 收敛于 1

2. 下列数列中收敛的是 ( ).

- A.  $\{(-1)^n\}$                       B.  $\{n^2+1\}$                       C.  $\{(-1)^n \frac{1}{2n}\}$                       D.  $\{1+\sin(2n+1)\}$

3. 下列数列中极限不存在的是 ( ).

- A.  $10, 10, 10, \dots$                       B.  $\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

C.  $x_n = \begin{cases} \frac{n}{n+1} & n \text{ 为奇数} \\ \frac{n}{1-n} & n \text{ 为偶数} \end{cases}$

D.  $x_n = \begin{cases} 1 & n < 10^6 \\ \frac{1}{n} & n \geq 10^6 \end{cases}$

### 二、证明题

1. 根据数列极限定义, 证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ .

2. 设  $\{x_n\}$  是数列, 证明: 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} |x_n| = |a|$ , 并举例说明反过来未必成立.

3. 设数列  $\{x_n\}$  有界, 又  $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$ , 证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n y_n = 0$ .

### 第三节 函数的极限

#### 一、选择题

- 下列说法中正确的是( ).
  - 函数在  $x_0$  处无定义, 则在这一点必无极限
  - 函数在  $x_0$  处有定义, 则在这一点必有极限
  - 若函数在  $x_0$  处有定义且有极限, 则其极限值必为该点函数值
  - 在确定函数在点  $x_0$  处的极限时, 对函数在点  $x_0$  是否有定义不作要求
- 设  $\lim_{x \rightarrow 3} (3x-1) = 8$ , 对于给定正数  $\epsilon$ , 则定义中的  $\delta$  必须( ).
  - $\delta \geq \frac{\epsilon}{3}$
  - $\delta = \frac{\epsilon}{3}$
  - $\delta < \frac{\epsilon}{3}$
  - $\delta \leq \frac{\epsilon}{3}$
- 若  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = A$ , 则对于任意给定的小正数  $\epsilon$ , 总存在一个正数  $\delta$  使得当满足何条件时恒有  $|f(x) - A| < \epsilon$  ( ).
  - $0 < |x - x_0| < \delta$
  - $0 < x - 4 < \delta$
  - $0 < 4 - x < \delta$
  - $0 < |x - 4| < \delta$

#### 二、求证题

- 根据函数极限的定义证明:  $\lim_{x \rightarrow 2} (3x+5) = 11$ .

- 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} & x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < \infty \end{cases}$ , 试分别讨论  $f(x)$  在  $x \rightarrow 0, x \rightarrow 1$  时的极限, 并画出函数的

图形.

## 第四节 无穷小与无穷大

### 一、选择题

1. 当  $x \rightarrow x_0$  时  $\alpha$  和  $\beta$  都是无穷小, 下列变量中当  $x \rightarrow x_0$  时可能不是无穷小的是( ).
 

A.  $\alpha + \beta$                       B.  $\alpha - \beta$                       C.  $\alpha \cdot \beta$                       D.  $\frac{\alpha}{\beta}$  ( $\beta \neq 0$ )
2. 下列变量在给定的变化过程中为无穷小的是( ).
 

A.  $2^x - 1$  ( $x \rightarrow 0$ )                      B.  $1 - \frac{|x|}{x}$  ( $x \rightarrow 0$ )

C.  $\frac{1}{(x-1)^2}$  ( $x \rightarrow 1$ )                      D.  $2^{-x} - 1$  ( $x \rightarrow 1$ )
3. 下列命题中正确的是( ).
 

A. 无界变量必是无穷大                      B. 无穷大是一个很大的数

C. 无穷大的倒数是无穷小                      D. 无穷小是一个很小的数
4. “当  $x \rightarrow x_0$  时,  $f(x) - A$  是一个无穷小”是“函数  $f(x)$  在点  $x = x_0$  处以  $A$  为极限”的( ).
 

A. 必要而不充分条件                      B. 充分而不必要条件

C. 充分必要条件                      D. 无关条件

### 二、证明题

1. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{x}$ , 试证明: 当  $x \rightarrow \infty$  时它是无穷小, 当  $x \rightarrow 0$  时它是无穷大.

$$\left. \begin{array}{l} 0 < x < \frac{1}{1-\epsilon} \\ \frac{1}{1+\epsilon} < x < \frac{1}{\epsilon} \end{array} \right\} = (x) \text{ 的 } \epsilon \text{ 邻域}$$

## 第五节 极限运算法则

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)^2(3x+1)^3}{(2x+1)^5}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{\sqrt{x-1}} \right)$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$ .

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+1}{(x-1)^2}$ .

5.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2+2^2+\dots+n^2}{n^3}$ .

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = 0 \times \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = 0$  错在何处, 请指出.

## 第六节 极限存在准则 两个重要极限

### 一、选择题

1. 收敛数列( ).

A. 必有界

B. 必无界

C. 不一定有界

D. 必单调

2. 下列结论正确的是( ).

A. 无界数列必发散

B. 发散数列必无界

C. 有界数列必收敛

D. 单调数列必收敛

3. 下列等式中成立的是( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{3x} = 1$

B.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$

C.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{x - \pi} = 1$

D.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1$

4. 下列极限中极限值为 e 的是( ).

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{\frac{1}{x}}$

B.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{x+2}$

C.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}$

D.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{-\frac{1}{x}-2}$

### 二、求证题

1. 计算下列极限:

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \sin x}$

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+2}\right)^{\frac{x}{2}}$

2. 证明数列  $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = \sqrt{2 + \sqrt{2}}, \dots, x_n = \sqrt{2 + x_{n-1}}, \dots$  的极限存在并求极限值.

## 第七节 无穷小的比较

### 一、选择题

- 下列函数中当  $x \rightarrow 0$  时,与无穷小  $x$  相比是高阶无穷小的是( ).  
 A.  $\sin x$       B.  $x+x^2$       C.  $\sqrt{x}$       D.  $1-\cos x$
- 当  $x \rightarrow 0$  时与  $\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}$  等价的无穷小是( ).  
 A.  $x$       B.  $2x$       C.  $x^2$       D.  $2x^2$
- 函数  $f(x)$  在  $x \rightarrow x_0$  时,若( ).  
 A. 不是无穷大,则必有界      B. 极限不存在,则必为无界  
 C. 是无界,则必为无穷大      D. 是无穷小,则必存在极限
- 当  $x \rightarrow 0$  时与  $e^{7x}-1$  等价的无穷小是( ).  
 A.  $x$       B.  $5x$       C.  $7x$       D.  $x^3$

### 二、利用等价无穷小的性质求下列极限

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\arcsin x)^2}{1-\cos x}$ .

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{\sin^3 x}$ .

3.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$ .

## 第八节 函数的连续性与间断点

## 一、选择题

1. 函数  $f(x)$  在点  $x=x_0$  处左连续且右连续是它在该点连续的( ).

- A. 必要条件    B. 充分条件    C. 充分必要条件    D. 无关条件

2. 下列函数在  $x=0$  处不连续的是( ).

$$A. f(x) = \begin{cases} e^x & x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{x} & x > 0 \end{cases}$$

$$B. f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{|x|} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

$$C. f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

$$D. f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^4}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

3. 若函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x}} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1+e^x & x < 0 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  在  $x=0$  处( ).

- A. 左连续    B. 右连续    C. 左极限不存在    D. 右极限不存在

4. 要使函数  $f(x) = \frac{1-\cos x}{x^2}$  在  $x=0$  处连续, 则要求补充定义  $f(0) = ( )$ .

- A.  $\frac{1}{4}$     B.  $\frac{1}{2}$     C. 1    D. 2

5. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x & -3 < x < 0 \\ L & x = 0 \\ x \sin \frac{1}{x} + K & 0 < x < 8 \end{cases}$  在定义域内连续, 则  $L, K$  的值为( ).

- A.  $L=0, K=1$     B.  $L=1, K=0$   
C.  $L=1, K=1$     D.  $L=0, K=0$

## 二、填空题

1.  $x=2$  是  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$  的 \_\_\_\_\_ 间断点.

2.  $x=0$  是  $f(x) = \frac{1-\cos x}{x^2}$  的 \_\_\_\_\_ 间断点.

3. 设  $f(x) = \frac{1-2^{\frac{1}{x}}}{1+2^{\frac{1}{x}}}$ , 则  $f(0^-) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $f(0^+) = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $x=0$  为 \_\_\_\_\_ 间断点.

4. 设  $f(x) = \frac{e^x - b}{(x-a)(x-1)}$  有无穷间断点  $x=0$ , 可去间断点  $x=1$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

## 第九节 连续函数的运算与初等函数的连续性

## 第十节 闭区间上连续函数的性质

## 一、选择题

- 函数  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续是它在  $[a, b]$  上必能取得最大值和最小值的( ).  
A. 必要条件      B. 充分条件      C. 充分必要条件      D. 无关条件
- $f(x)$  是定义在区间  $[a, b]$  上的初等函数, 则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上( ).  
A. 有最大值, 无最小值      B. 有最小值, 无最大值  
C. 必有最大值、最小值      D. 无最大值, 亦无最小值

## 二、求证题

- 利用函数连续性等计算下列极限:

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} \pi.$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} (a > 0).$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{e^x - e^{x_0}}{x - x_0} \quad (\text{提示: 令 } t = x - x_0).$$

- 设函数  $f(x)$  在闭区间  $[a, b]$  上连续, 若  $f(a) < a, f(b) > b$ , 试证: 在开区间  $(a, b)$  内至少有一点  $\xi$ , 使  $f(\xi) = \xi$ . (提示: 设辅助函数  $g(x) = f(x) - x$ )

- 证明: 方程  $x^4 - 3x^2 + 7x = 10$  至少有一个实根在 1 与 2 之间.



## 第二章 导数与微分

## 第一节 导数概念

## 一、选择题

1. 设  $f(x)$  在  $x_0$  处不连续, 则( ).
- A.  $f'(x_0)$  必存在      B.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  必存在
- C.  $f'(x_0)$  必不存在      D.  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  必不存在
2. 函数  $f(x) = |x| + 2$  在  $x=0$  处( ).
- A. 不连续, 但可导      B. 不连续, 也不可导
- C. 连续且可导      D. 连续但不可导
3. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3 & x \leq 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  在  $x=1$  处的( ).
- A. 左、右导数都存在      B. 左导数存在, 但右导数不存在
- C. 左导数不存在, 右导数存在      D. 左、右导数都不存在

## 二、填空题

1. 设  $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-n)$ , 则  $f'(0) =$  \_\_\_\_\_.
2. 已知  $f'(3) = 2$ , 则  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} =$  \_\_\_\_\_.

## 三、计算题

1. 设  $f(x) = \begin{cases} a \sin x + 1 & x \leq 0 \\ b(1+2x) & x > 0 \end{cases}$ , 试确定常数  $a, b$ , 使  $f(x)$  在  $x=0$  处可导.
2. 设曲线  $y = x^3$  上点  $M$  处的切线平行于直线  $3x - y - 1 = 0$ , 求点  $M$  的坐标, 并写出曲线在该点的切线方程.
3. 设  $f(x) = \frac{1}{1+x}$ , 用定义求  $f'(x)$ .