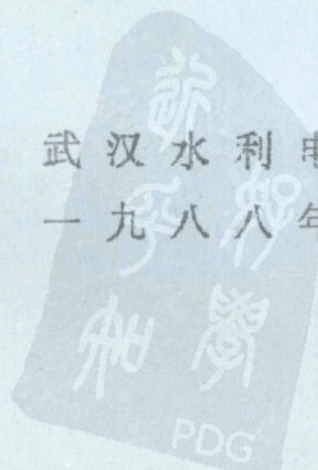


河流最小能耗原理及其应用

译文集

熊治平

武汉水利电力学院
一九八八年十二月



译 著 的 话

水流最小能耗原理最早由 Helmholtz 于 1868 年提出。它适用于粘性流体的缓慢流动。长期以来，这个原理没有被扩展到河流动力学领域中来。直到五十年代，维里坎诺夫 (M. A. Benikd Hob) 开始引用这个原理，并将其作为冲积河流河床过程的三原理 (河床与水流的交互作用原理、河相关系原理和水流最小能耗原理) 之一，以研究和解释河床过程的某些现象。此后，愈来愈多的人意识到这个原理的重要性并立足于这个原理做过不少工作。在我国，侯晖昌撰写的《河流动力学基本问题》一书，专辟章节，从理论上对其作出了许多深刻的论述和阐释；钱宁、员瑛、杨洪润和郭振仁等人，在他们的著作或论文中，也对最小能耗原理进行过专门的综述、评介和研究，其它援引最小能耗原理以论证和解释实际问题的文献，不胜枚举。

在国外特别是美国，近些年来，H. H. Chang、C. C. S. Song 和 C. T. Yang 等人紧密围绕这个问题开展研究。他们在前人工作的启示下，通过理论探讨并结合对众多室内外实测资料 and 大量客观现象的观察和分析，形成了初具体系的具有自身特色的最小水流能耗理论。尽管该理论在某些方面还有待于进一步的完善和发展，甚至不乏有某些学者对某些问题持有不同看法，但目前已能用来研究和解释如下问题：明渠水流的流速分布与含沙量分布；床面沙波的运动与消长；滩槽的成因与变迁；河床纵横断面形态；河流蜿蜒发展的倾向性以及冲积河流的稳定河型问题，等等。从现有研究成果看，它在河流动力学领域已经显示出具有广阔的应用天地，并有日臻形成一个基本的理论观点之势。从万

法论讲，把不可逆过程热力学的原理和方法移植到河流动力学的研究中来，也不能不认为具有开创性意义。

八十年代以来，Chang、Song 和 Yang 等人曾几度来我国北京、南京、郑州、广州和武汉等地巡回讲学，系统地介绍他们在这方面的研究成果。为了让人们了解国外的研究动态和集中地展示这方面的成果，我们查阅了他们近些年来在《Journal of Hydraulics Division, ASCE》、《Water Resources Research》、《Journal of Hydrology》等杂志，以及第一、二、三次国际泥沙会议论文集中刊载的数篇论文，现择其主要的译出汇成这本译文集，以供从事河流动力学、河流地貌学以及其他有关学科工作的工作者们参考。

熊 治 平

1983·12

目 录

- 一、 最小水流能耗率理论及其应用——
美籍华人杨志达讲学内容介绍——熊治平
- 二、 最小水流功率：理论——C.C.S. Song, C.T. Yang
- 三、 最小能耗率理论——C.T. Yang, C.C.S. Song
- 四、 流速分布与最小水流功率——C.C.S. Song, C.T. Yang
- 五、 水力几何形态与最小能耗率——
C.T. Yang, C.C.S. Song, M.J. Woldenberg
- 六、 泥沙输移与单位水流功率函数——
C.T. Yang, A. Molinas
- 七、 最小能量与最小能耗率——
C.C.S. Song, C.T. Yang
- 八、 泥沙输移与河流工程——C.T. Yang
- 九、 冲积河道河宽的形成过程——H.H. Chang
- 十、 能量原理在泥沙淤积问题中的应用——C.C.S. Song
- 十一、 河流蜿蜒的研究——H.H. Chang
- 十二、 河流的最小功率与河型——H.H. Chang
- 十三、 能量耗散取小值原则及河床过程——员 瑛

最小水流能耗率理论及其应用*

——美籍华人杨志达讲学内容介绍

熊 治 平

一九八三年十月，美国垦务局丹佛研究中心杨志达（C.T. Yang）博士应邀来到武汉水利电力学院进行了为时两天的讲学活动。讲授的内容是他多年来从事研究的河流最小能耗率理论及其应用问题。分下列三个专题讲，（1）、河道水流输沙率问题；（2）、最小水流能耗率理论及其检验问题；（3）、河道治理问题。这里，根据当时的听讲记录并参阅杨志达近年来发表的有关文献，围绕上述三个问题整理介绍如下。

一、河道水流输沙率问题

1. 常见的经验输沙率公式

河道水流输沙率与很多因素有关。最为常见的经验输沙方程是将输沙率或含沙量表示为流量 Q 、平均流速 V 、比降 S 或水流剪力 τ 的一元幂函数关系，其形式为

$$q_{\tau} = A_1 (Q - Q_{cr})^{\beta_1}, \quad (1)$$

$$q_{\tau} = A_2 (V - V_{cr})^{\beta_2}, \quad (2)$$

* 原载《泥沙情报》1985年第二期

$$q_{\tau} = A_1 (S - S_{cr})^{\beta_1} \quad (3)$$

$$q_{\tau} = A_2 (\tau - \tau_{cr})^{\beta_2} \quad (4)$$

其中, q_{τ} 为河道单宽总输沙率, A_1, A_2, A_3, A_4 和 $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ 分别为系数和指数, 脚标 cr 代表泥沙起动状态临界值。

实测资料表明, 输沙率与流量的关系并非单值关系, 而是如图 1 所示的双值关系。图 2 为输沙率与流速的关系, 曲线太陡几乎与横坐标垂直, 这种情况表明只要流速稍有变化, 就会引起输沙率较大的变化, 显然这样的关系不能算是很好的关系。输沙率与比降的关系图 3 同样不是一一对应关系。输沙率与水流剪力的关系图 4 也有缺点, 尽管在曲线中部两者对应关系较好, 但在两端曲线趋于垂直, 这意味着当输沙率较低或较高时, 一个水流剪力可对应许多输沙率。由此看来, 通常假设输沙率公式为 (1) ~ (4) 的形式, 其合理性是值得怀疑的, 或者说是值得商榷的。

2. 单位水流功率及其用单位水流功率表达的输沙方程

拜格诺 (Bagnold) 曾定义水流剪力 τ 和平均流速 v 的乘积为水流功率, 它的物理意义为单位床面面积上的能量耗散率。用图 (1) ~ (4) 同样的资料, 点绘 $q_{\tau} \sim \tau v$ 的关系得图 5。由图可见, 除两个点子偏离较远外, 这种关系比前述四种形式要好些。

进一步地, 杨志达把流速和比降的乘积 VS 定义为单位水流功率。其物理意义为单位重量水体势能的平均损失率。用式子表达为

$$\frac{dy}{d\tau} = \frac{dx}{d\tau} \frac{dy}{dx} = VS \quad (5)$$

其中 y 为单位重量水体的势能, x 为沿河道纵向距离, τ 为时间。仿照

式(1)~(4),可写出以单位水流功率 VS 表达的经验输沙方程

$$C_T = M(VS - VS_{cr})^N \quad (6)$$

这里 C_T 为河道总含沙量, PPM 计; VS_{cr} 为泥沙起动所需要的单位水流功率; M 、 N 为与水沙特性有关的参数。仍用图(1)~(4)的资料,点绘 $C_T \sim VS$ 的关系于图 6。显然这种关系又有了更进一步的改善。

(6) 式基本形式的正确性可从理论上得到证明。由系流的能量方程

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{q^2}{2} \right) = - \frac{\partial}{\partial x_1} \overline{u_1 \left(\frac{p}{\rho} + \frac{q^2}{2} \right)} \\ - \overline{u_1 u_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_1} + \nu \frac{\partial}{\partial x_1} \overline{u_j \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right)} \\ - \nu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \right) \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 u_1 和 p 分别为流速和压力的脉动值; $q^2 = u_1 u_j$; $\bar{u}_j$ 为时均流速; ρ 为水的密度; ν 为水流运动粘滞性系数。

注意(7)式右边第二项,其意义为通过系动剪力或系动能产生率从时均流动取走的能量。对沿纵向流动($\bar{u}_y = \bar{u}_z = 0$)、雷诺数较高(粘性力可忽略)的均匀系流来说,此项为

$$- \overline{u_1 u_j} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_1} = - \overline{u_x u_y} \frac{d \bar{u}_x}{dy}$$

因

$$\tau_{xy} = -\rho \overline{u_x u_y} \quad (8)$$

故

$$\overline{u_x u_y} \frac{d\bar{U}_x}{dy} = \frac{\tau_{xy}}{\rho} \frac{d\bar{U}_x}{dy} \quad (9)$$

这样，明渠水流的紊动能产生率可由水流剪力和流速梯度来确定。

由水流剪力分布公式

$$\tau_{xy} = \rho g S (D - y) \quad (10)$$

和对数流速公式

$$\frac{d\bar{U}_x}{dy} = \frac{U_*}{Ky} \quad (11)$$

可得

$$\tau_{xy} \frac{d\bar{U}_x}{dy} = \left(\frac{D-y}{y} \right) \left(\frac{\rho g U_* S}{K} \right)$$

在床面以上 $y=a$ 处，

$$\left(\tau_{xy} \frac{d\bar{U}_x}{dy} \right)_{y=a} = \left(\frac{D-a}{a} \right) \left(\frac{\rho g U_* S}{K} \right)$$

两式相比，得

$$\left[\tau_{xy} \left(\frac{d\bar{U}_x}{dy} \right) \right] / \left[\left(\tau_{xy} \frac{d\bar{U}_x}{dy} \right)_{y=a} \right] = \left(\frac{D-y}{y} \cdot \frac{a}{D-a} \right)$$

再与罗斯 (H. Rouse) 含沙量分布公式

$$\frac{\bar{C}}{C_a} = \left(\frac{D-y}{D} \cdot \frac{a}{D-a} \right)^z \quad (12)$$

相比较, 得

$$\frac{\bar{C}}{C_a} = \left[\frac{\tau_{xy} \frac{d\bar{U}_x}{dy}}{\left(\tau_{xy} \frac{d\bar{U}_x}{dy} \right)_{y=a}} \right]^z, \quad (13)$$

该式为明渠紊流中悬移质含沙量沿垂线分布公式的另一形式。此处杨志达用 z , 代替罗斯公式的悬浮指标 z ($z = w/ku_*$), $z_s = \beta z$, β 为参数, C 、 C_a 分别为床面以上 y 和 a 处的时均含沙量。

积分 (13) 式, 得悬移质垂线平均含沙量 C_s 的计算式为

$$\lg C_s = \lg \left\{ \frac{C_a}{D(A_2 \ln D + B_2)} \left(\frac{K_a A_1 \gamma}{\rho U_*'} \right)^{z_s} \right. \\ \left. \times (P_e' K_1 + K_2) \right\} + z, \lg(VS) \quad (14)$$

上式推导过程及各符号意义可参阅本译文集六篇译文。

(14) 式可简写为

$$\lg C_s = M_1 + N_1 \lg(VS) \quad (15)$$

其中 M_1 、 N_1 为综合参数。(15) 式为杨志达从理论上得到的输沙方程。其基本形式可认为与 (6) 式同。稍许不同的是, (6) 式是以有效单位水流功率形式表达, 而 (15) 式则是以绝对单位水流功率形

式表达。两者在表达形式上稍有差别。

类似于 Einstein 的作法，如果假设悬移质与推移质运动区域交界面处的含沙量是连续的，亦可得到推移质含沙量 C_b 和总含沙量 C_t 的表达式分别为

$$\lg C_b = M_2 + N_2 \lg(VS) \quad (16)$$

$$\lg C_t = M_3 + N_3 \lg(VS) \quad (17)$$

所得到的基本形式仍与 (6) 式同。这里 M_2 、 M_3 、 N_2 、 N_3 均为综合参数。至此可见，以单位水流功率表达的输沙方程的基本形式，不仅由实测资料检验是符合实际的，而且从一般物理概念和流体力学基本理论看也是合理的。

通常情况下，讨论河道输沙问题并无必要分为悬移质和推移质，而只需将其视为一个整体讨论河道总的泥沙输移。也就是说通常所关注的是由 (17) 式所表达的总含沙量与单位水流功率的关系。(17) 式还可写为无量纲单位水流功率的形式

$$\lg C_t = M_3' + N_3' \lg\left(\frac{VS}{\omega}\right) \quad (17')$$

和有效无量纲单位水流功率的形式

$$\lg C_t = M_3'' + N_3'' \lg\left(\frac{VS}{\omega} - \frac{V_{cr}S}{\omega}\right) \quad (17'')$$

为实用所需，杨志达又从因次分析途径探求经验输沙方程。设输沙方程形式为

$$\varphi(C_t, VS, U_{*c}, v, \omega, d) = 0 \quad (18)$$

运用兀定律得

$$C_t = \phi_1 \left(\frac{VS}{\omega}, \frac{U_*}{\omega}, \frac{\omega d}{v} \right) \quad (19)$$

或

$$C_t = \phi \left(\frac{VS}{\omega} - \frac{V_{cr}S}{\omega}, \frac{U_*}{\omega}, \frac{\omega d}{v} \right) \quad (19')$$

再设

$$M_t'' = a_1 + a_2 \lg \left(\frac{\omega d}{v} \right) + a_3 \lg \left(\frac{U_*}{\omega} \right) \quad (20)$$

$$N_t'' = b_1 + b_2 \lg \left(\frac{\omega d}{v} \right) + b_3 \lg \left(\frac{U_*}{\omega} \right) \quad (21)$$

其中 a_1 、 a_2 、 a_3 和 b_1 、 b_2 、 b_3 均为待定系数。根据 463 组实验数据，采用复回归分析法，得 $a_1 = 5.435$ ， $a_2 = -0.236$ ， $a_3 = -0.457$ ， $b_1 = 1.799$ ， $b_2 = -0.409$ ， $b_3 = -0.314$ 。将 (20) (21) 式代入 (17'') 式，得到便于实际应用的经验输沙方程式

$$\begin{aligned} \lg C_t = & 5.435 - 0.286 \lg \frac{\omega d}{v} - 0.457 \lg \frac{U_*}{\omega} \\ & + (1.799 - 0.409 \lg \frac{\omega d}{v} - 0.313 \lg \frac{U_*}{\omega}) \\ & \lg \left(\frac{VS}{\omega} - \frac{V_{cr}S}{\omega} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

式中泥沙起动无量纲临界流速 V_{cr}/ω 由下式确定

$$\frac{V_{cr}}{\omega} = \frac{2.5}{\lg\left(\frac{U_* d}{v}\right) - 0.06} + 0.06 \quad 1.2 < \frac{U_* d}{v} < 70$$

$$\frac{V_{cr}}{\omega} = 2.05, \quad \frac{U_* d}{v} \geq 70$$

(2 3)

大量资料验证表明，用 (2 2) 式预报天然河流或实验室水槽的泥沙总含沙量能获得令人满意的结果。

二、最小水流能耗率理论及其检验问题

1. 最小水流能耗率理论的基本概念

如果一个系统处于平衡状态，那么该系统的能量耗散率达最小值。这个最小值与作用于该系统的约束条件有关。如果一个系统不处于平衡状态，那么这个系统的能耗率就未达到最小值，系统就会以减少能耗率的方式进行调整，直到能耗率达最小值系统达到平衡为止。

河流是一个由水流、泥沙、河道边界及各种约束条件构成的复杂系统。河流系统的整体特性将由这些因素的综合作用来决定和表现。如果在某些给定约束下，河流能耗率达最小值，那么就说明它是动力平衡的。否则，河流将不断地自动调整有关物理量，以使能耗率减至最小重新恢复平衡为止。

河流自动调整的物理量主要有两类：一类是与边界条件有关的物理量，如河道断面形状和糙率，河床纵剖面（底坡、深槽和浅滩等）和河

道形态(弯曲、顺直或分汊),另一类是与水沙特性有关的物理量,如紊动特性、流速分布和含沙量分布等等。天然河流中,诸如流速和含沙量分布的形式、床面沙波的运动和消长、河床断面形态的形成、浅滩和深槽的出现、河流不断向弯曲发展以及水面曲线呈下凹形式即水面比降 J 的沿程递减规律等现象,都是河流为了遵循最小能耗原理通过调整的最终表现。因而都可以最小能耗原理作出解释。上述诸物理量的调整如何出现与作用河系上的约束有关。作用于河系的约束主要有四种:

(1)、与气候、水文条件有关的约束,如降雨量、径流量、水温等;
(2)、与土壤性质有关的约束,如河道糙率,河床河岸物质的稳定性和可侵蚀性、泥沙级配等;(3)、与地理、地质条件有关的约束,如河谷的谷坡、谷宽、河床基岩强度等;(4)、人为约束,如堤、坝、堰之类。

最小水流能耗率一般理论可以下式给出

$$E = \iiint \varnothing \, dx dy dz = a \quad \min$$

$$E = \iiint \gamma u s \, dx dy dz = a \quad \min \quad (24)$$

或
$$E = \int \gamma Q S \, dx = a \quad \min$$

式中 E 为河道总能耗率, $\varnothing$ 为单位体积水流能耗率, Q 为流量, γ 为水的重率, x 、 y 、 z 分别为纵向、垂向和横向坐标。当边界附近流速较小, $\varnothing$ 沿纵向变化不大时,上式可简化为

$$Q S = a \quad \min \quad (25)$$

对于一度流,上式则为

$$V S = a \quad \min \quad (26)$$

2 经验河相指数的确定

天然河流中，河宽 W 、平均水深 D 、平均流速 V 和比降 S 与流量 Q 的关系可用下面式子表示

$$V = aQ^b \quad (27)$$

$$D = cQ^f \quad (28)$$

$$V = KQ^m \quad (29)$$

$$S = iQ^j \quad (30)$$

其中 a 、 c 、 K 、 i 和 b 、 f 、 m 、 j 分别为经验系数和指数（或河相系数和指数）。由连续性方程，有

$$b + f + m = 1 \quad (31)$$

分析美国许多河流的实测资料，发现水深指数 f 的数值一般都在 $0.40 \sim 0.42$ 之间，比降指数一般为 $-1/6$ 左右。为什么各种类型不同大小的河流的 f 和 j 值这样接近？杨志达认为，事出有因，绝非偶然。于是，他从最小能耗率理论出发，找到了这个问题的答案。

设河流输送水流和泥沙的能量耗散率分别为

$$\phi_w = Q\gamma lS \quad (32)$$

和

$$\phi_s = Q_s \gamma_s lS \quad (33)$$

河流输送一定数量的水沙通过长为 l 的河段总的能耗率为

$$\phi = \phi_w + \phi_s = (Q\gamma + Q_s \gamma_s) lS \quad (34)$$

式中 Q 为流量， Q_s 为输沙率， γ 、 γ_s 分别为水和沙的重率， S 为比降。

由曼宁—史觉克 (manning — strickler) 公式

$$Q = \frac{1}{n} \left(\frac{WD}{W+2D} \right)^{2/3} S^{1/2} (WD) \quad (35)$$

及以无量纲单位水流功率表达的含沙量公式

$$\frac{Q_s}{Q} = I(P - P_c)^J \quad (36)$$

此处 $P = VS/\omega$, $P_c = V_{cr}S/\omega$, I 、 J 为常数。根据最小能耗原理, 联解 (34)、(35)、(36) 式, 可得

$$\begin{aligned} b &= f = 9/22 \approx 0.41 \\ j &= -2/11 \approx -1/6 \\ m &= 2/11 \end{aligned} \quad (37)$$

从而从理论上回答了前述的实际问题。巴 (Barr) 等人在模型试验研究中, 运用相似原理和弗汝德定律, 得到的理论值是 $b = f = 0.4$, $j = -1/6$ 。可见, 杨与巴从不同途径得到的理论值十分接近。

杨志达在研究中还得到这样的认识, 即按照最小能耗率理论自动形成的矩形河床断面形态, 当其宽深比 $W/D = 2$ 时, 从力学观点讲, 是最优的或最为有效的断面形态。

三、河道治理问题

1. 河道设计的通常作法及存在问题

河道规划设计, 首先要求设计人员对河道的输沙规律、河相特性及各种约束条件下河道的动力调整等问题有比较清楚的认识; 其次还需掌握必要的动床模型试验技术; 此外, 工程师的实践经验以及分析问题和解决问题的能力也往往是工程成败的关键。因此, 杨志达认为, 治河工程与其说是一门严谨的科学, 不如说是一门艺术 (art)。

河道设计的通常作法是：

- (1)、忽略河道泥沙的存在，认为河床不发生变化；
- (2)、假定河道糙率系数 n 已知；
- (3)、推求水面曲线，最后再反求 n 值。

显然，这种作法是有缺点的。首先，河流总要挟带一定数量的泥沙，河床不可能没有冲淤变化；第二，动床阻力是一个极为复杂的问题，糙率系数 n 随来水来沙条件和河床组成情况变化而变化，是一个无法预先确知的未知数，至少目前还无很好办法估算；第三，根据推求的水面曲线反求 n 值，这样作意味着事先就已知结果，这种结果只能用来检验问题，不能用来设计问题，违背了设计工作的一般程序。

上述作法可能出现的后果是：

(1) 过量的设计或偏保守的设计，势必花费较多的资金，造成不必要的浪费；

(2) 与上述情况相反，如果设计时考虑问题不够周全，哪怕是工程已经建成，也得重新花费人力、物力和财力来修正原设计上的错误。

2. 稳定河型讨论

自然情况下什么样的河型是最为稳定的河型？杨志达认为，水流能耗率最小的河型是最为稳定的河型。蜿蜒与顺直两种河型相比，在势能损失相同的情况下，前者沿河道，单位流程势能损失率小，所以蜿蜒性河型比顺直河型要稳定些。就自然情况下常见的河型言，应数蜿蜒性河型最稳定，顺直河型最不稳定，其它如分汊河型等应介于这两种河型之间。

基于上述认识，杨志达不赞成在河道上搞人工裁弯。这是为因裁弯的通常后果是加大流速和比降即增大水流能耗率，从而破坏了河流原来的动力平衡状态，而河流为了遵从最小能耗原理，要减小能耗率，势必

引起河道发生一系列不稳定的变化。这样的例子并不少见。比如美国的 Mississippi 河绿村段裁弯后，主流摆动不定，河势极不稳定，后来不得不修建大量堤防及丁坝、顺坝之类工程来控制新河的发展。

至于蜿蜒性河型的形成原因，以往更是众说纷纭。杨志达认为，唯一正确的说法是河流为了遵循最小能耗原理必须形成蜿蜒河型。诸如地球旋转引起河流弯曲，河流因存在泥沙而发生弯曲等各种说法，都是没有充足根据的。

3. 治河的基本原则

杨志达指出治河的基本原则是，要“顺其水性”（to work with the river），而不是“逆其水性”（to work against river），保持水沙的自动调节，遵循最小能耗原理。

如果违背上述基本原则，治河工程就会失败，或达不到预期的效果。通过一些实际资料数据比较，杨志达认为，多年来我们的治河工作并没有很好地遵循上述原则，其结果不是越治越好，甚至是越治越糟。因为治河的目的总是希望河道通过治理变得窄深对航运有利，但事实上大多数河流经过多年的治理，却愈来愈比以前更为宽浅了。如美国 Mississippi 河下游经过不断治理，河宽变大，水深变小，就是一例。