



教材详解+学习细节+状元经验=成功学习方略

细节决定成绩

高中新课标 教材 同步 详 解 系列丛书

学习细节



总主编○滕 纯 策 划○北京弘哲教育研究中心

LEARNING DETAIL
教辅畅销书

适用于人教A版新课标教科书

高中数学·必修5

 天津教育出版社
TIANJIN EDUCATION PRESS

高中新课标教材同步详解系列丛书



策 划 北京弘哲教育研究中心

总主编 滕 纯 (中央教科所前副所长 研究员)

主 编 姜恩木

副主编 刘树才 王秀红

编 委 陈 东 杨宗柱 孔德勇

马桂新 李金锋 侯劲松

适用于人教A版新课标教科书

高中数学 · 必修5

图书在版编目(CIP)数据

学习细节：人教 A 版·高中数学·5：必修/滕纯主编·

天津：天津教育出版社，2008.7

ISBN 978 - 7 - 5309 - 5251 - 1

I . 学… II . 滕… III . 数学课—高中—教学参考资料

IV . G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 072145 号



出品策划

网 址 <http://www.xinhuabookstore.com>

学习细节：人教 A 版·高中数学·必修 5

出版人 肖占鹏

总主编 滕 纯

主 编 姜恩木

责任编辑 董 刚

特约编辑 范振洋

美术编辑 辛 欣

装帧设计 蒋宏工作室

出版发行 天津教育出版社

天津市和平区西康路 35 号

邮政编码 300051

总 经 销 四川新华文轩连锁股份有限公司

印 刷 北京汇林印务有限公司

版 次 2008 年 7 月第 1 版

印 次 2008 年 7 月第 1 次印刷

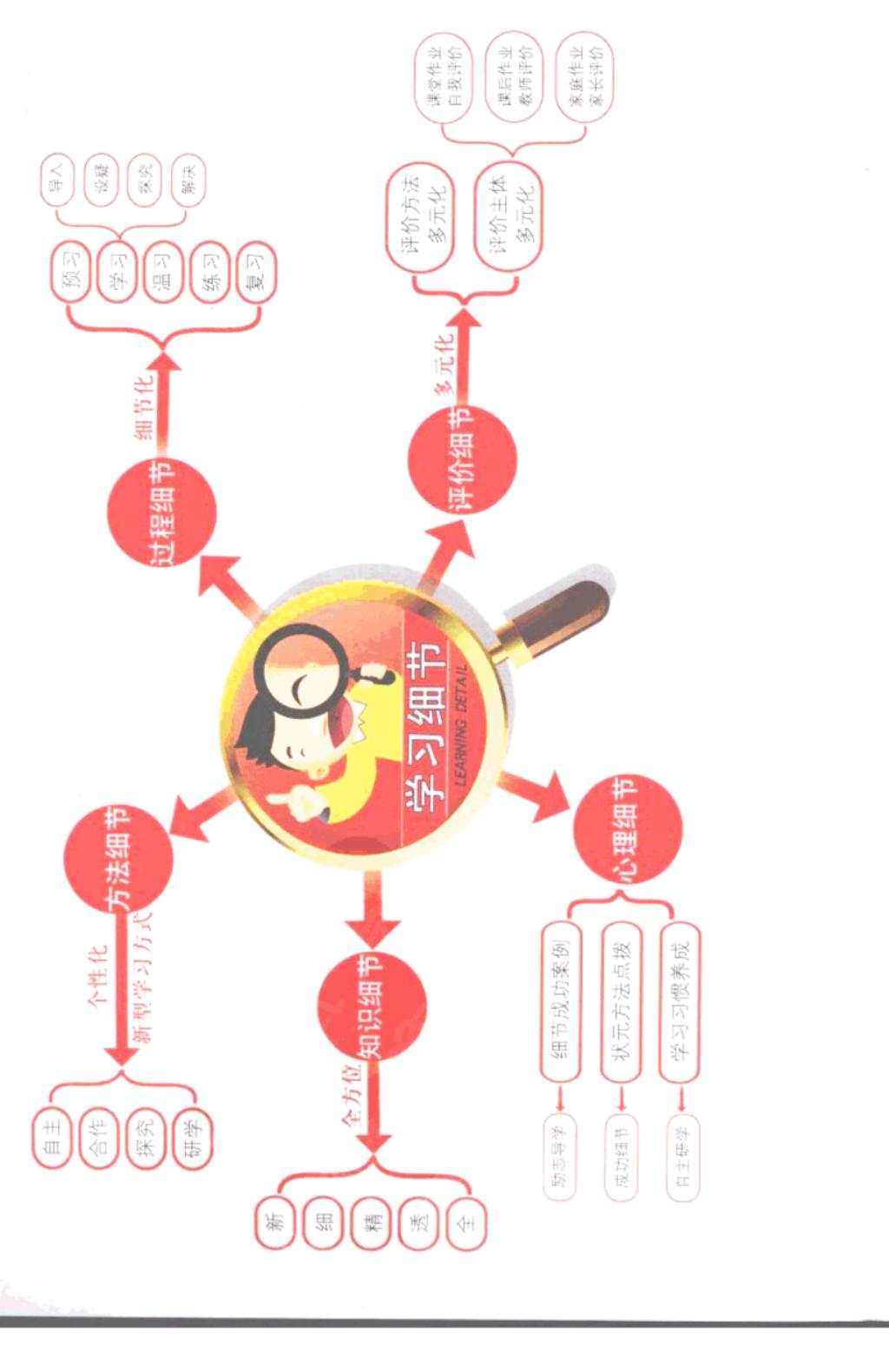
规 格 大 32 开 (880 × 1230 毫米)

字 数 343 千字

印 张 8.75

书 号 ISBN 978 - 7 - 5309 - 5251 - 1

定 价 13.80 元



细节决定成绩



不放过每一个
学习细节。





专家点评《学习细节》

学习细节吧 - 新浪博客 - Microsoft Internet Explorer
文件(F) 编辑(E) 查看(V) 收藏(I) 工具(T) 帮助(H)
退出(B) 前进(F5) 后退(F4) 搜索 收藏夹 书签 举报 个人中心
地址: http://blog.sina.com.cn/learningdetails
学习细节吧 地址: http://blog.sina.com.cn/learningdetails
发表文章 分享 相册 资料 圈子 话题 热词
首页 博客 话题
博主

置顶: 学习成就未来, 细节塑造英才 (2008-05-26 16:00)
标签: 学习细节 策划 感情 教育 分类: 策划心语

为了适应新课改的要求, 北京弘哲教育研究中心力邀全国众多著名的教研专家、特级教师和部分高考状元及状元老师, 按照“透视细节, 解读教材”的理念, 借鉴高考状元的成功经验, 策划、倾情打造出教辅畅销力作——《学习细节》系列丛书。其特色主要体现在以下五个方面:

心理细节 通过与学科内容紧密相关的细节成功案例来导入知识学习, 提高学习的积极性和主动性, 让专家和高考状元现身说法, 全面细致的知识讲解和方法点拨引导学生冲破学习过程中的心理障碍, 增强学习信心, 提高学习效果。

知识细节 讲解精细透彻, 对教材中的知识点、重难点、易错点和疑似点都进行了细致入微的解析。对应的原创题或精编例题, 讲解方法巧妙、链接多样、解读细致。

过程细节 通过课前预习、课堂学习、课后评价的完整学习过程的细节化处理, 激活学生的成功动机。采用漫画、情境、活动、探究、细节提示等比较感兴趣的要素, 激发学生的求知欲望。

方法细节 采用探究、研学、合作交流等多种课堂学习模式, 交流学习心得, 总结学习方法。讲解中注重关键细节提示和解题规律阐释, 多方位提供方法指导。

评价细节 实现了评价主体多元化, 评价方法多样化。将评价功能转化为激励、反馈与调整的平台, 让评价内容转化为学生的潜能发散空间。

博主: 2008年“我的灿烂微笑”活动·精英力量大奖赛
发表文章 分享 相册 资料 圈子 话题
学习细节吧
进入首页
· 学习细节·策略与方法
评论
· (学习细节)·秉承全面内蕴和...
2008-05-26 16:00
· 高考必背的妙书啊!...
2008-05-26 20:21

《学习细节》丛书以新课改精神为依据, 以现行高中教材为蓝本编写, 知识点十分全面, 讲解非常详细, 方法十分精妙。特别是注重学习态度的养成, 学习过程的体验和学生思维潜能的开发, 与新课标的目标极度默契。这一切都在彰显着《学习细节》学习理念的细腻、大气与睿智。

老师评价《学习细节》



【学习细节】群 - 20627513

群聊 共享

2007年辽宁理科高考状元班主任杜文严(244262493)

教学中，总会遇到一些成绩较差的学生，也会遇到一些学习成绩提高不快的学生，很是替他们着急。其主要原因是他们在学习过程中粗枝大叶、眼高手低。《学习细节》引入高考状元的成功体验和过程性学习的新理念，从大处着眼，小处着手，全方位地介绍了学习中所有的关键细节。如预习细节、研学细节、评价细节……如知识细节、方法细节、做题细节……比我们教师平时教学想的都周到。关注细节是最朴实，也是最踏实的学习方法，能够帮助学生养成务实的学习习惯和勤奋的学习态度，能很好地帮助学生提高学习成绩，代表了当下最新的学习理念——细节决定成绩。

2007年山西文科高考状元班主任张俊田(429116437)

《学习细节》从书确实不错，特色很多。如“思维导图”栏，一改过去单一的网络构建模式，变网络结构为色彩图构，记忆流程为思维过程，变死记硬背为巧思活学。这不仅是一个简单的图形变化，而是一场学习模式的革命。“高效预习”栏，从“体验”到“泛读”再到“精读”从“感知”到“发现”再到“解决”，环环相扣，细腻周全，还规范了各环节的预习时间，具有极强的实操性。有利于养成学生预习的习惯，提高自主研学的能力。学生按照此流程学习，比我们教师反复强调预习都管用。

教育部高中发展性评价课题组专家赵德成(269699811)

因为有高考，教育评价往往是人们口头重视，而实际上被忽视。《学习细节》系列丛书对此关注颇实。以“家庭作业”栏为例，大都选取与本节内容密切相关的知识设置活动性、探究性、体验性题目，让家长和学生一起探究，一起查资料，一起做实验，一起交流等，既使学生体验到了学习的乐趣，也使家长了解和熟悉了学生的学习状况，真正把评价变成了互动和共赢。

聊天记录

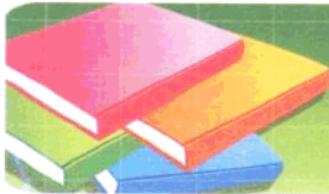
群公告
《学习细节》的博客已经开通，欢迎访问！
<http://blog.sina.com.cn/learni>

最新贴子
▶ 重要通知——关于《学习细节》……
▶ 思维导图资源(软件图书教程)
▶ “思维导图”学物理
▶ 如何利用思维导图学习物理?
▶ 给物理学习插上“思维导图”……
▶ >更多

参与者 (66/388)

- 北京弘哲郭俊俊 (29278...)
- 高级设计师小欣 (44323...)
- 江苏王尊山(wangdusha...)
- 山东化学孟德富 (44304...)
- 安徽化学胡行虎 (49170...)
- 滨州化学侯玉娥 (57845...)
- 滨州英语秦清海 (36252...)
- 东营化学刘启波 (35033...)
- 东营物理李延良 (41915...)
- 湖南语文冯水忠 (59908...)
- 湖南语文王理尧 (27592...)
- 江苏傅明峰 (578730009...)
- 鲁数杨国庆<cyw3@yahoo...>
- 鲁数赵明<chaoming202...>
- 南通地理丁军 (78239...)
- 山东化学翟广升 (25029...)
- 山东化学张奉国 (25364...)
- 山东数学苗立国 (77916...)
- 泰安地理王兴来 (61696...)
- 泰安化学公培峰 (67634...)
- 泰安化学韩红新 (26969...)
- 泰安数学姜恩木 (81271...)
- 泰安政治杨金永 (52765...)
- 扬州语文干家标 (47148...)
- 扬州语文韩旭东 (42127...)
- 扬州语文钱斌 (22016058)
- 扬州语文吴卫国 (37956...)
- 扬州政治张军 (395683...)
- 高级策划张玉春 (34978...)
- 泗水历史廉家生 (78163...)
- 泗水历史王迎新 (49630...)
- 泗水生物吴桂玲 (40887...)

关闭(C) 发送(S)



栏目导读



励志导学

用各种有趣的细节决定成功的故事激发学生的学习兴趣，培养学生关注学习细节的意识，并从细节的角度解读单元学习目标，引领学生从细节入手，进入知识的海洋。

思维导图

按照学习细节流程，运用线条、符号、词汇和图像的关联与链接，把传统的网络构建转化成色彩的、容易记忆的、有高度组织性的思维导图。重在活跃思维，提高记忆与理解能力。

成功细节

针对本课内容，高考状元结合高考成功的经验，从细节的角度谈学习方法和心得体会，揭示学生在学习中应关注的每个细节，激发他们的学习潜能和自我提高的内驱力。

高效预习

通过课前预习的过程、方法和时间安排等，激发学生对课程内容的兴趣，帮助学生掌握正确、科学的预习方法，让学生养成良好的预习习惯，逐步提升学生自主学习的能力。

精英

忽视细节的代价

2003年1月16日美国“哥伦比亚”号航天飞机升空80秒后发生爆炸，飞机上的七名宇航员全部遇难，全世界一片震惊。美国宇航局负责航天飞机计划的官员罗恩·迪特莫尔被迫辞职。此前，他在美国宇航局工作了24年，并已担任了4年的航天飞机计划主管。事后的调查结果表明，造成这一灾难的凶手竟是一块脱落的泡沫。“哥伦比亚”号表面覆盖着2万余块隔热瓦，能抵御3000摄氏度的高温，以免航天飞机返回大气层时外壳被高温所融化。1月16日“哥伦比亚”号升空80秒后，一块从燃料箱上脱落的碎片击中了飞机左翼前部的隔热系统，宇航局的高速照相机记录了这一过程。应该说，航天飞机的整体性能等很多技术标准都是一流的，但就因为一小块脱落的泡沫就毁灭了价值连城的航天飞机，还有无法用价值衡量的七条宝贵的生命。在这里，一个个细节上的错误，使这一结果别说是得零分，甚至得了负分也不过分。细节的重要性，在这里得到了最充分的体现。这种重要性，更多地体现在执行的过程中。

思维

21世纪的思维革命



成功细节

单词是英语的基础，一定不能放松。我初中时每天早晨5:30就起来背单词。但背单词也有很窍门，这些窍门因人而异。下面我来介绍我常用的一种方法——结合语境记忆法。孤立地背单词效果不大，容易遗忘，并且只知道它的意思而不会应用。所以背单词的时候就要结合语境来背，结合语境最便捷的方法就是例句，体会在不同的句子中单词的不同含义。

高效预习

精读·细研

①仔细阅读课文，回答问题。

- (1) How many parts can this text be divided into? Give the main idea of each paragraph.
- (2) What can we learn from Nelson Mandela?

状元名片
(2007年陕西高考理科状元)

姓名：陈光玉
性别：男
高考总分：709分
录取院校：清华大学



提升·挖掘

② (1) This text can be divided into 2 parts.

细节提示

一般情况下，人物介绍性的文章或以时间先后顺序为主线，或以工作经历为主线来进行描写。

Introduction



学习细节

Warming Up

① You will tell him/her that he/she should have studied, so you don't let him/her look at your paper. 你会告诉他/她以前本应该好好学习。所以你不会让他/她偷看你的试卷。

should have done 的意思是“本来应该做某事，而实”
际没做”，shouldn't have done 表示“本来不应该做某事，而实际做了”。例如：

Tom, you are too lazy. The work should have been finished yesterday. 汤姆，你太懒惰了，这项工作本来应该昨天就做完的。

这两个句型含有指责对方或自责的含意，是高考
热点。

学习细节

讲解精细透彻，对教材中的知识点、重难点、易错点等都进行了逐段、逐句、逐字的讲解。对应的原创题或精编例题的讲解方法巧妙、链接广泛、解读精确而又细致。

作业评价

课堂作业

- ① Years of fighting have left the village in _____.
A. destroy B. damage C. runs D. ruin
- ② I don't suppose this film is so interesting. _____.
A. do I B. isn't it C. don't I D. is it?

课堂作业

通过采访、上网查找等方式了解春节期间南方发生雪灾的情况，然后和父母讨论此事，认识自然灾害给人类带来的危害，树立学好科学、和灾害作斗争的决心和信心。

作业评价

结合本框内容和三维目标要求检验和评估学习成绩。提升解题技巧，实现能力迁移，调动教师、学生和家长交流互动的积极性，共同学习，共同评价，共同提高。

单元总结

直接引语和间接引语

直接引语和间接引语

直接引述别人的话，叫“直接引语”，直接引语一般前句要加引号。用自己的话转述别人的话，叫“间接引语”，间接引语在多数情况下构成宾语从句，间接引语不用引号。例如：

Wang Fang said, "I don't like it." (直接引语) 王芳说：“我不喜欢它。”

Wang Fang said that she didn't like it. (间接引语) 王芳说她不喜欢它。

单元总结

盘点本单元有关热点话题，归纳经典解题方法，完善知识结构体系，强化对知识的理解和掌握。并且通过总结性训练，迅速提升综合学习能力。

单元评价

(时间：90分钟 满分：150分)

一、单项填空(共25小题，每小题1分，共25分)
从A,B,C,D四个选项中，选出可以填入空白处的最佳选项。

- ① Without English and computer knowledge, we can't _____ well in our life.
A. get along B. come on C. get off D. make along
- ② When studying English, students must make _____ of learning about the cultures and customs of English-speaking countries.
A. sense B. point C. use D. difference

单元评价

针对本单元内容，精选课改新题和高考新题，进行综合测试，检测阶段性学生效果，并提供习题关键解答思路和详细参考答案，检查学习成果，分享学习体验和成功的喜悦。



赵子波

2007年辽宁高考理科状元
现就读于香港科技大学



求芝蓉

2007年浙江高考文科状元
现就读于北京大学元培实验班



赵旭照

2007年山东高考理科状元
现就读于北京大学
生命科学学院



吴羽菲

2007年安徽高考理科状元
现就读于清华大学
经济管理学院



朱虹旋

2007年江西高考文科状元
现就读于北京大学元培实验班



一树一菩提，一沙一世界

目 录

Contents

第 一 章 解三角形 001

励志导学 001

思维导图 002

(1) 正弦定理和余弦定理 002

成功细节 002

1.1.1 正弦定理 003

高效预习 003

学习细节 004

作业评价 012

作业评价参考答案 013

1.1.2 余弦定理 015

高效预习 015

学习细节 016

作业评价 024

作业评价参考答案 025

教材习题参考答案 026

(2) 应用举例 028

成功细节 028

高效预习 029

学习细节 029

作业评价 040

作业评价参考答案 041

教材习题参考答案 043

本章总结 049

本章评价 054

本章评价参考答案 056

教材习题参考答案 059

第 二 章 数列 061

励志导学 061

思维导图 062

(1) 数列的概念与简单表示法

..... 062

成功细节 062

高效预习 063

学习细节 064

作业评价 073

作业评价参考答案 075

教材习题参考答案 076

(2) 等差数列 078

成功细节 078

高效预习 078

学习细节 079

作业评价 089

作业评价参考答案 091

教材习题参考答案 092

(3) 等差数列的前 n 项和 095

成功细节 095

高效预习 095

学习细节 096

作业评价 110

作业评价参考答案 111

教材习题参考答案 112

2.4 等比数列	117	3.2 一元二次不等式及其解法	196
成功细节	117	成功细节	196
高效预习	117	高效预习	196
学习细节	118	学习细节	197
作业评价	132	作业评价	206
作业评价参考答案	133	作业评价参考答案	208
教材习题参考答案	134	教材习题参考答案	210
2.5 等比数列的前n项和	138	3.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	213
成功细节	138	成功细节	213
高效预习	138	高效预习	213
学习细节	139	学习细节	215
作业评价	151	作业评价	225
作业评价参考答案	152	作业评价参考答案	227
教材习题参考答案	154	教材习题参考答案	228
本章总结	158	3.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	
本章评价	172	234
本章评价参考答案	174	成功细节	234
教材习题参考答案	177	高效预习	234
第 章 不等式	180	学习细节	235
励志导学	180	作业评价	248
思维导图	181	作业评价参考答案	250
3.1 不等关系与不等式	181	教材习题参考答案	252
成功细节	181	本章总结	255
高效预习	182	本章评价	262
学习细节	182	本章评价参考答案	263
作业评价	191	教材习题参考答案	266
作业评价参考答案	193	3.2 一元二次函数、方程和不等式	
教材习题参考答案	194	3.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	
3.4 基本不等式		3.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$	
本章评价参考答案		234
教材习题参考答案		成功细节	234
3.5 不等式的性质		高效预习	234
3.6 一元二次不等式及其解法		学习细节	235
3.7 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题		作业评价	248
3.8 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$		作业评价参考答案	250
本章总结		教材习题参考答案	252
本章评价		本章总结	255
本章评价参考答案		本章评价	262
教材习题参考答案		本章评价参考答案	263
3.9 不等式的性质		教材习题参考答案	266
3.10 一元二次函数、方程和不等式		3.10 不等式的性质	
3.11 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题		3.11 一元二次不等式及其解法	
3.12 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$		3.12 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	

励志
导学

细节——成功的起点

细节决定成败，只有注重每一个细节，才有可能抓住每一次成功的机会。古希腊数学家毕达哥拉斯从小酷爱数学，尤其对“数”情有独钟。有一次，毕达哥拉斯应邀参加一位富有政要的餐会，这位主人豪华宫殿般的餐厅地板上铺着美丽的正方形大理石地砖，由于大餐迟迟未做好，这些饥肠辘辘的贵宾颇有怨言，而这位习惯于细心观察的数学家却对这些排列规则、美丽的方形瓷砖产生了兴趣，他不只是欣赏瓷砖的美丽，而是想到它们与“数”之间的关系。于是，毕达哥拉斯拿了画笔并且蹲在地板上，选了一块瓷砖以它的对角线为边画一个正方形，他发现这个正方形面积恰好等于两块瓷砖的面积和。他很好奇，于是再以 1×2 的矩形之对角线作另一个正方形，他发现这个正方形的面积恰恰等于5块瓷砖的面积和……那一顿饭，这位古希腊数学大师的视线都一直没有离开地面。回去后，毕达哥拉斯作了大胆的假设：任何直角三角形，其斜边的平方恰好等于另两边平方之和，并对此结果作了一般性的证明，这一结果就是我们今天所熟知的“勾股定理”。

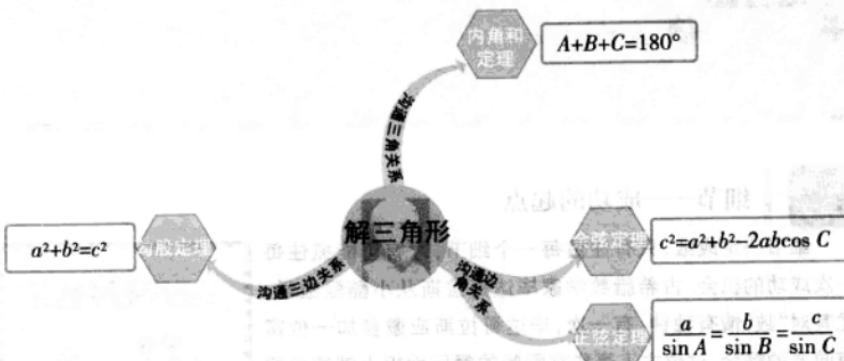


正是由于毕达哥拉斯善于观察，注重了生活中的细节，才抓住了一个成功的机会，成为世界上最著名的数学家之一。

也许我们并不一定要做数学家，但是我们同样要关注我们学习中的细节问题，积小成大，聚沙成塔，形成关注细节的学习习惯，为我们以后的成功打下基础。

在继承毕达哥拉斯发现的勾股定理的基础上，我们来研究关于三角形中的一般的规律：正弦定理和余弦定理。学习这部分内容时，应关注以下细节：

- ◆用正弦定理解决已知三角形两边及一边的对角问题时会判断解的情况。
- ◆正余弦定理经常与三角形内角和定理、两角和与差公式、倍角公式、面积公式结合起来解三角形。
- ◆注意理解并掌握实际问题中的名词术语，如仰角、俯角、方向角、方位角、坡角、坡度等名词，这对理解题意会起到关键作用。



1.1

正弦定理和余弦定理

成功细节

正、余弦定理是解三角形的重要依据,要想灵活地运用这两大定理解决问题,必须注意以下细节:(1)注意结合三角形全等的判定定理去理解解三角形的四类基本问题,特别注意通过多角度(如可从几何作图,三角函数定义,正、余弦定理,勾股定理等)理解“边边角”型问题可能有两解、一解或无解的情况;(2)注意结合运用三角形性质及相关三角函数公式(如三角形内角和定理,大边对大角,和角或差角及二倍角公式等)解决三角形的边角关系问题;(3)注意观察题目形式特点,选用合理的公式来解三角形。

典例

已知 $\triangle ABC$ 周长为 $\sqrt{2}+1$,且 $\sin A+\sin B=\sqrt{2}\sin C$.

(1)求边AB的长;

(2)若 $\triangle ABC$ 面积为 $\frac{1}{6}\sin C$,求角C的度数.

状元名片
(2007年江苏高考文科状元)

姓名:蒋梅梅

性别:女

高考总分:662分

录取院校:北京大学



要解此题,对于(1),首先注意到条件“ $\sin A + \sin B = \sqrt{2} \sin C$ ”可利用正弦定理进行角化边,得“ $a+b=\sqrt{2}c$ ”,再结合 $a+b+c=\sqrt{2}+1$ 即可求出 $c=1$. 对于(2),利用三角形面积公式,得 $ab=\frac{1}{3}$. 注意到本题要求 C 的角度,即涉及边角关系,所以一定是考查余弦定理.

1.1.1 正弦定理

高效预习

合作·探究

- ①在任意三角形中都有大边对大角的关系,那么能否得到一个边角关系的准确量化关系呢?请任意画一个 $\triangle ABC$,并测量它的边角,计算: $\frac{a}{\sin A}, \frac{b}{\sin B}, \frac{c}{\sin C}$,相互交流一下结果.

细节提示

计算、测量要尽量准确,可用计算器.

泛读·综览

- ②请先回忆锐角三角函数的相关内容,并阅读教材 2~4 页内容,类比直角三角形中的边角关系,归纳出正弦定理.

细节提示

要理解正弦定理,需要将一般三角形作一条高线转化为直角三角形.

精读·细研

- ③请仔细阅读教材 2~4 页有关正弦定理的内容,总结出利用正弦定理可解决的解三角形问题的类型及解决方法.

领会·感悟

- ①通过计算发现 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$,那么这个等式是否对任意三角形都成立呢?

- ②(1)正弦定理:在一个三角形中,各边和它所对角的正弦的比相等,即 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

- (2)解三角形:已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做解三角形.

思考:利用正弦定理可以解决哪些问题?

提升·挖掘

- ③(1)正弦定理的推导过程化归为直角三角形问题.

- (2)利用正弦定理可以解决以下解三角形问题:

- ①已知两角与一边;
 - ②已知两边和其中一边的对角.
- (3)上述①解法:由三角形内角和定理求出另一个角,并用正弦定理计算另两边;

■ 细节提示

精读时,抓住定理推导过程,记忆定理中等式形式:①两个等号;②6个量及量的对应关系,进一步结合方程思想思考定理可以解决的问题。

上述②解法:先用正弦定理求出另一边所对角的正弦值,确定这个角的大小,进而求出其他角和边,但要注意解的个数的判断。

学习细节

基础知识

知识要点 1 正弦定理及其证明

【思考探究】任意画一个三角形,通过计算得到三角形的边角关系的一个量化: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$,那么在任意三角形中,这个关系都成立吗?

【探究过程】可按直角三角形、锐角三角形、钝角三角形分别来讨论。在 $\triangle ABC$ 中,角A,B,C的对边分别是a,b,c。

(1)当 $\triangle ABC$ 为直角三角形时,如图1-1-1①,若 $C=90^\circ$,作 $CD \perp AB$ 于D点,

$$\text{则 } b \sin A = a \sin B = CD. \therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}.$$

$$\text{又 } c \sin A = a = \sin C, \therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}.$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

◆关键细节◆

锐角三角函数应用:

$$b \sin A = a \sin B = CD.$$

(2)当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时,如图1-1-1②,作 $CD \perp AB$ 于D点,

$$\text{则 } b \sin A = a \sin B = CD. \therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}.$$

$$\text{同理可得 } \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}. \therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

(3)当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时,如图1-1-1③,设 $\angle ABC$ 为钝角,过C作AB的垂线,与AB的延长线交于D点。

由三角函数的定义,得 $CD = b \sin A$, $CD = a \sin(180^\circ - B) = a \sin B$.

$$\therefore b \sin A = a \sin B, \text{即 } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}.$$

$$\text{同理可得 } \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}, \therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

由图可知 $\angle A < 90^\circ$, $\angle B < 90^\circ$, $\angle C < 90^\circ$

把斜三角形转化为直角三角形,利用锐角三角函数证明。

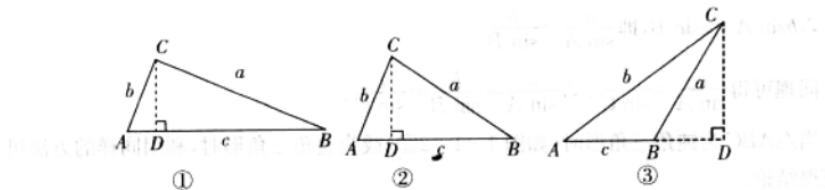


图 1-1-1

【探究结论】在任意三角形中, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 都成立, 这就是正弦定理.

规律总结

在一个三角形中, 各边和它所对角的正弦的比相等, 即 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

【知识拓展】

① 证明正弦定理的其他常用方法

(1) 面积法:

对任意 $\triangle ABC$, 其面积为 $S = \frac{1}{2}abs \in C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B$,

$$\therefore a \sin C = b \sin A, b \sin C = c \sin B. \therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C}, \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

(2) 向量法:

证明: 如图 1-1-2①, 当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时, 过 A 作单位向量 j 垂直于 \overrightarrow{AB} , 则 j 与 \overrightarrow{AB} 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$, j 与 \overrightarrow{BC} 的夹角为 $\frac{\pi}{2} - B$, j 与 \overrightarrow{CA} 的夹角为 $\frac{\pi}{2} + A$. 设 $|\overrightarrow{AB}| = c$, $|\overrightarrow{BC}| = a$, $|\overrightarrow{AC}| = b$.

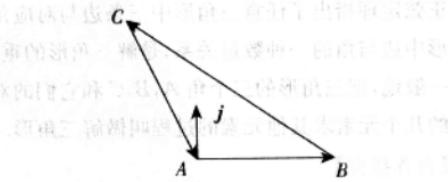
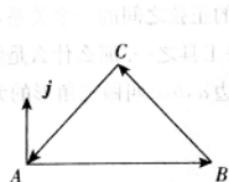


图 1-1-2

$$\begin{aligned} &\because \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \mathbf{0}, \therefore j \cdot \overrightarrow{AB} + j \cdot \overrightarrow{BC} + j \cdot \overrightarrow{CA} = j \cdot \mathbf{0} = 0, \\ &\therefore |j| |\overrightarrow{AB}| \cos \frac{\pi}{2} + |j| |\overrightarrow{BC}| \cos \left(\frac{\pi}{2} - B\right) + |j| |\overrightarrow{CA}| \cos \left(\frac{\pi}{2} + A\right) = 0. \end{aligned}$$