全国180座城市考研辅导班指定用书

文都教育

2009

考研数学全真模拟试卷及精析

（数学一）

主编：蔡子华

最符合新大纲规定的模拟

最贴近真题难度的试卷

最详细易懂的专家解析

MATHS

原子能出版社

文都教育

2009

考研数学
全真模拟试卷及精析
（数学一）

主编：蔡子华

原子能出版社

图书在版编目(CIP)数据

考研数学全真模拟试卷及精析.数学一/蔡子华主编. -北京:原子能出版社,2008.8

ISBN 978-7-5022-4003-5

Ⅰ.考…　Ⅱ.蔡…　Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-解题　Ⅳ.013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第144130号

考研数学全真模拟试卷及精析.数学一

出版发行　原子能出版社(北京市海淀区阜成路43号　100037)
责任编辑　黄厚坤
特约编辑　师　潭
封面设计　王大龙
印　　刷　湖北新华印务股份有限公司
经　　销　全国新华书店
开　　本　787×1092毫米　1/16
印　　张　10
版　　次　2008年8月第1版　2008年8月第1次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5022-4003-5
定　　价　16.00元

编写说明

2009年的考研复习即将进入冲刺阶段。对于广大考生来说，最大的愿望是能找到一种既能尽快提高自己熟悉考试题型及掌握特定解法的能力，又有实战感受的方法。

本模拟试卷即为此而编写。

《2009考研数学全真模拟试卷及精析》严格按照《2009年全国硕士研究生入学统一考试数学考试大纲》的考试要求编写，考点覆盖全面，题型和题量与2009年考研试题完全一致，难度与真题相当。试卷后附有分析及详细解答。

本模拟试卷的编者长期从事高校数学教学工作，参加过多种层次的考试命题，并连续多年参与研究生入学数学考试的辅导及阅卷工作；熟悉考试的重难点及考生的知识薄弱点，对命题规律等亦颇有研究。

相信本模拟试卷能在有效提高应试技巧和实战能力诸方面给考生以较大的帮助。顺祝广大考生取得理想的考研成绩。

编　者

2008年8月

目　　录

2009 年全国硕士研究生入学统一考试

数学(一)　全真模拟试卷(一)

试卷密号：

考试科目 数　学　(一)

题　号		得　分	评卷人
一			
二			
三	(15)		
	(16)		
	(17)		
	(18)		
	(19)		
	(20)		
	(21)		
	(22)		
	(23)		
总分			

注意：此半页考生不得填写

试卷密号：

此密号考生不得填写

准考证编号 ________

考试科目 ________

报考学科、专业 ________

报考研究方向 ________

报考单位 ________

注　意　事　项

1. 以上各项除试卷密号之外必须填写清楚。
2. 答案必须写准确、清晰、必须写在试卷上。
3. 字迹要清楚、卷面要整洁。
4. 草稿纸另发，考试结束，统一收回。

数学一　全真模拟试卷(一)

得分	评卷人

一、选择题：1～8 小题，每小题 4 分，共 32 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内．

(1) 设 $f'(x_0)=0, f''(x_0)<0$，则必存在 $\delta>0$，使得(　　).

(A) 曲线 $y=f(x)$ 在 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 内是向上凸的

(B) 曲线 $y=f(x)$ 在 $(x_0-\delta, x_0+\delta)$ 内是向上凹的

(C) 函数 $y=f(x)$ 在 $(x_0-\delta, x_0)$ 内单调增加，在 $(x_0, x_0+\delta)$ 内单调减少

(D) 函数 $y=f(x)$ 在 $(x_0-\delta, x_0)$ 内单调减少，在 $(x_0, x_0+\delta)$ 内单调增加

(2) 下列说法中正确的是(　　).

(A) 若 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，则当 $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\infty$ 时必有 $\lim\limits_{x\to a^+} f'(x)=\infty$

(B) 若 $f(x)$ 在 (a,b) 内可导，则当 $\lim\limits_{x\to a^+} f'(x)=\infty$ 时必有 $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\infty$

(C) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，则当 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\infty$ 时必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=\infty$

(D) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内可导，则当 $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=\infty$ 时必有 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\infty$

(3) 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ 条件收敛，设 $u_n=\dfrac{1}{2}(|a_n|-a_n), v_n=\dfrac{1}{2}(|a_n|+a_n)$ 则(　　)

(A) 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n, \sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 都发散　　(B) 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散

(C) 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散，$\sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛　　(D) 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n, \sum\limits_{n=1}^{\infty} v_n$ 都收敛

(4) 若 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{a(e^{\sin x}-1)+b(x-\sin x)}{c\tan x+d(1-\cos x)}=0$，则(　　).

(A) $a=0, b\neq 0$，c、d 不同时为 0　　(B) $a\neq 0, b=0$，c、d 为任意常数

(C) $c=0, d\neq 0$，a、b 为任意常数　　(D) $c\neq 0, d=0$，a、b 为任意常数

(5) $\boldsymbol{A}$ 为四阶方阵，方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 的通解为 $\boldsymbol{X}=k_1(1,0,1,0)^T+k_2(0,0,0,1)^T$，$\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵为 $\boldsymbol{A}^*$，则秩 $(\boldsymbol{A}^*)^*=$(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

(6) 同阶矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 相似，则结论"① 若 $\boldsymbol{A}$ 可逆则 $\boldsymbol{B}$ 一定可逆；② $\boldsymbol{A}$ 相似于对角矩阵时 $\boldsymbol{B}$ 必相似于对角矩阵；③ 若 $\boldsymbol{\alpha}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量，则它也是 $\boldsymbol{B}$ 的特征向量" 中成立的是(　　).

(A) ①③　　(B) ②③　　(C) ①②③　　(D) ①②

(7) 设随机变量 $X_1\sim N(0,1), X_2\sim B(2,\frac{1}{2})$，$X_3$ 服从于参数为 $\lambda=1$ 的指数分布，

$$\text{设}\ \boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} E(X_1) & D(X_1) & E(X_1^2) \\ E(X_2) & D(X_2) & E(X_2^2) \\ E(X_3) & D(X_3) & E(X_3^2) \end{pmatrix}，\text{则矩阵}\ \boldsymbol{A}\ \text{一定是}(\quad).$$

(A) 可逆矩阵　　(B) 不可逆矩阵　　(C) 对称矩阵　　(D) 反对称矩阵

(8) 已知随机变量 X、Y，且 $P\{X \geqslant 0, Y \geqslant 0\} = \frac{3}{7}$，$P\{x \geqslant 0\} = P\{y \geqslant 0\} = \frac{4}{7}$，则 $P\{\max(X,Y) \geqslant 0\} = (\quad)$.

(A) $\frac{16}{49}$　　(B) $\frac{6}{7}$　　(C) $\frac{5}{7}$　　(D) $\frac{2}{7}$

得分	评卷人

二、填空题：9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分．把答案填在题中的横线上.

(9) $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2}dx =$ ________.

(10) 设 $f(x,y) = x^2 \iint\limits_{\Sigma} f(x,y)dS + x$，其中 $\sum$ 为 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$，则 $f(x,y) =$ ________.

(11) 微分方程 $(x+y)^2 dy - dx = 0$ 的通解为________.

(12) 已知 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{f(2x)} = \lim\limits_{x \to +\infty} x\ln\frac{x+1}{x-1}$，则 $\lim\limits_{x \to 0}\frac{f(x)}{x} =$ ________.

(13) 四元二次型 $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \boldsymbol{X}^T\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}$ 的正惯性指数为 2，且满足 $\boldsymbol{A}^2 - \boldsymbol{A} = \boldsymbol{E}$，则此二次型的规范形为________.

(14) 甲袋中有 4 个红球 2 个白球，乙袋中有 2 个红球．设从袋中取球时各球被取到的可能性相等．今从甲袋中任取一球放入乙袋中，再从乙袋中任取一球，则从乙袋中取到的球是白球的概率为________.

三、解答题：15～23 小题，共 94 分．解答应写文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

(15)(本题满分 10 分)

设函数 $z = z(x,y)$ 由方程 $f(x+y, y+z) = 0$ 所确定，求 dz 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

得分	评卷人

(16)(本题满分 10 分)

设 $f(x)$ 在 $x = a$ 处有二阶导数，且 $f'(a) \neq 0$，求

$$\lim_{x \to a}\left[\frac{1}{f(x) - f(a)} - \frac{1}{(x-a)f'(a)}\right].$$

得分	评卷人

(17)（本题满分 8 分）

曲线积分 $I=\int_{C}\frac{y^{2}}{\sqrt{\mathrm{R}^{2}+x^{2}}}\mathrm{d}x+[x^{3}+2y\ln(x+\sqrt{\mathrm{R}^{2}+x^{2}})]\mathrm{d}y$. 其中 C 为 $y=\sqrt{R^{2}-x^{2}}$ 上从点 $A(R,0)$ 到点 $B(-R,0)$ 的一段弧，求 I 的值.

得分	评卷人

(18)（本题满分 11 分）

设 $f(x)$ 在闭区间$[0,1]$上二阶可导，且 $f(0)=f(1)=\int_{0}^{1}\mathrm{e}^{x^{2}}f(x)\mathrm{d}x=0$.

证明：(Ⅰ) 必存在 $0<\xi_{1}<\xi_{2}<1$，使 $f'(\xi_{i})=f(\xi_{i})(i=1,2)$；

(Ⅱ) 必存在 $\eta\in(0,1)$，使 $f''(\eta)=2f'(\eta)-f(\eta)$.

得分	评卷人

(19)(本题满分 11 分)

在上半平面求一条上凹的曲线,使其上任一点 $P(x,y)$ 处的曲率等于此曲线在该点的法线段 PQ 长度的倒数(Q 是法线与 x 轴的交点),且曲线在点$(1,1)$ 处的切线与 x 轴平行.

得分	评卷人

(20)(本题满分 11 分)

设方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = b \\ x_1 + 3x_2 + ax_3 = 3 \\ -x_1 + x_2 = c \end{cases}$的通解为$\boldsymbol{X} = k\boldsymbol{\xi} + (1,0,1)^T$,其中$\boldsymbol{\xi}$是它的导出组的基础解系,$k$ 是任意常数.

(Ⅰ)求 a,b,c;　　(Ⅱ)求方程组的通解.

得分	评卷人

(21)(本题满分11分)

设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&0&1\\a&1&2\\1&0&0\end{pmatrix}$相似于对角矩阵,求(Ⅰ)$a$及可逆矩阵$\boldsymbol{P}$,使$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\boldsymbol{\Lambda}$. 其中$\boldsymbol{\Lambda}$为对角矩阵;(Ⅱ)$\boldsymbol{A}^{100}$;(Ⅲ)$\boldsymbol{P}^{-1}$

得分	评卷人

(22)(本题满分11分)

将一枚硬币连掷三次,以X表示出现正面的次数,以Y表示三次中出现正面的次数与出现反面的次数之差的绝对值,求:

(Ⅰ)X、Y的联合分布律; (Ⅱ)$E(X)$,$E(Y)$,$D(X)$,$D(Y)$.

得分	评卷人

(23)(本题满分 11 分)

已知二维随机变量(X,Y)服从于二维正态分布，X的边缘分布为$N(1,2^2)$，Y的边缘分布为$N(0,4^2)$，相关系数为$\rho_{XY}=-\frac{3}{4}$，设$Z=\frac{X}{2}+\frac{Y}{3}$.

(Ⅰ)求$E(Z)$,$D(Z)$;

(Ⅱ)求X、Z的相关系数ρ_{XZ};

(Ⅲ)X、Z是否相互独立?

2009年全国硕士研究生入学统一考试

数学(一)　全真模拟试卷(二)

试卷密号：

考试科目 数　学　(一)

题　号		得　分	评卷人
一			
二			
三	(15)		
	(16)		
	(17)		
	(18)		
	(19)		
	(20)		
	(21)		
	(22)		
	(23)		
总分			

注意：此半页考生不得填写

试卷密号：

此密号考生不得填写

准考证编号＿＿＿＿＿＿

考试科目＿＿＿＿＿＿

报考学科、专业＿＿＿＿＿＿

报考研究方向＿＿＿＿＿＿

报考单位＿＿＿＿＿＿

注　意　事　项

1. 以上各项除试卷密号之外必须填写清楚。
2. 答案必须写准确、清晰、必须写在试卷上。
3. 字迹要清楚、卷面要整洁。
4. 草稿纸另发，考试结束，统一收回。

数学一　全真模拟试卷(二)

得分	评卷人

一、选择题：1～8小题，每小题4分，共32分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，把所选项前的字母填在题后的括号内.

(1) 设函数 $y=\dfrac{x}{\tan x}$，则下列说法中正确的是(　　).

(A) 函数 y 只有第一类间断点　　(B) 有跳跃间断点和无穷型间断点

(C) 只有可去间断点和无穷型间断点　　(D) 没有间断点

(2) 设函数 $z=z(x,y)$ 存在二阶偏导数，且在 $M_0(x_0,y_0)$ 处取得极大值，则(　　).

(A) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{M_0}<0,\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right|_{M_0}>0$　　(B) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{M_0}>0,\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right|_{M_0}<0$

(C) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{M_0}\leqslant 0,\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right|_{M_0}\leqslant 0$　　(D) $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{M_0}<0,\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right|_{M_0}<0$

(3) 若 $a>0,b>0$，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(a+1)(2a+1)\cdots(na+1)}{(b+1)(2b+1)\cdots(nb+1)}$(　　).

(A) $b>a$ 时一定收敛　　(B) $b>a$ 时一定发散

(C) $b<a$ 时一定收敛　　(D) $b\geqslant a$ 时一定收敛

(4) 若 $P(x,y)$、$Q(x,y)$ 在单连通域 G 内有一阶连续偏导数且对 G 内任意简单闭曲线，$\oint_L P(x,y)\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y=0$

① $\dfrac{\partial Q}{\partial x}=\dfrac{\partial P}{\partial y}$　　② $\dfrac{\partial Q}{\partial y}=\dfrac{\partial P}{\partial x}$　　③ 曲线积分与路径无关

④$P(x,y)\mathrm{d}x+Q(x,y)\mathrm{d}y$ 是某个函数 $u(x,y)$ 的全微分.

这四种说法中正确的是(　　).

(A)①②③　　(B)①③④　　(C)②③④　　(D)②④

(5) 若 n 维向量 $\boldsymbol{\alpha}_1$、$\boldsymbol{\alpha}_2$、$\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性相关，$\boldsymbol{\alpha}_2$、$\boldsymbol{\alpha}_3$、$\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关，则(　　).

(A)$\boldsymbol{\alpha}_1$ 一定可以由 $\boldsymbol{\alpha}_2$、$\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示　　(B)$\boldsymbol{\alpha}_4$ 一定可由 $\boldsymbol{\alpha}_1$、$\boldsymbol{\alpha}_2$、$\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示

(C)$\boldsymbol{\alpha}_4$ 一定可由 $\boldsymbol{\alpha}_1$、$\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性表示　　(D)$\boldsymbol{\alpha}_4$ 一定可由 $\boldsymbol{\alpha}_1$、$\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性表示

(6) 设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶矩阵，将 $\boldsymbol{A}$ 的第 i,j 行互换后再将第 i,j 列互换得到矩阵 $\boldsymbol{B}$，则"$\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 等价"，"$\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似"，"$\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 合同"中成立的关系共有(　　)个.

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3

(7) 若 A、B 相互独立，则下列各式一定成立的是(　　).

(A)$P(\overline{A+B})=P(A)P(B)$

(B)$P(\overline{A+B})=1-P(A)-P(B)$

(C)$P(\overline{A+B})=P(\overline{A})P(\overline{B})$

(D)$P(\overline{A+B})=P(\overline{A})+P(\overline{B})-P(\overline{A})P(\overline{B})$

(8)$X_1,X_2,\cdots,X_6$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$S_6^2=\dfrac{1}{5}\sum\limits_{i=1}^{6}(X_i-\mu)^2$，则 $D(S_6^2)=$

(　　).

(A) $\frac{12}{25}\sigma^4$　　(B) $\frac{2}{5}\sigma^4$　　(C) $\frac{6}{5}\sigma^4$　　(D) $\frac{2}{25}\sigma^2$

得分	评卷人

二、填空题:9 ~ 14 小题,每小题 4 分,共 24 分. 把答案填在题中的横线上.

(9) $\int_0^1 \mathrm{d}y \int_y^1 \mathrm{e}^{-x^2}\mathrm{d}x =$ ________.

(10) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\frac{\sin^3 x}{1+x^2}+\frac{\sin^2 x}{1+e^{-x}}\right)\mathrm{d}x =$ ________.

(11) 曲线 $\begin{cases} x^2+z^2=10 \\ y^2+z^2=10 \end{cases}$ 在点(1,1,3)处的切线方程为________.

(12) 设 $y=\sqrt{x\sqrt{\ln x\sqrt{\cos x}}}$,则 $y'=$ ________.

(13) 已知 $\boldsymbol{A}=(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4)$,其中 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 为四维列向量,方程组 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{0}$ 的通解为 $k(2,-1,1,4)^{\mathrm{T}}$,则 $\boldsymbol{\alpha}_3$ 可由 $\boldsymbol{\alpha}_1$、$\boldsymbol{\alpha}_2$、$\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性表示为________.

(14) 随机变量 X 服从参数为 2 的泊松分布,且 $Y=3X-2$,则 $\mathrm{Cov}(X,Y)=$ ________.

三、解答题:15 ~ 23 小题,共 94 分. 解答应写文字说明、证明过程或演算步骤.

得分	评卷人

(15)(本题满分 10 分)

设 $f(x)=\left(\frac{a_1^x+a_2^x+\cdots+a_n^x}{n}\right)^{\frac{1}{x}}$,$a_i>0,a_i\neq 1,i=1,2,\cdots,n$.

求:(Ⅰ) $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$;　　(Ⅱ) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

得分	评卷人

(16)(本题满分 9 分)

设 $a_0=0,a_1=3,a_n=3a_{n-1}-2a_{n-2}(n=2,3,\cdots)$,$f(x)=\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{a_n}{n!}x^n$

(Ⅰ) 导出 $f(x)$ 满足的微分方程;　　(Ⅱ) 求此幂级数的和函数及 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{a_n}{n!}$.

得分	评卷人

(17)(本题满分 10 分)

设直线 $y=kx(2>k>0)$ 与曲线 $y=x^2$ 所围成的平面图形为 D_1，它们与直线 $x=2$ 所围成的图形为 D_2.

(Ⅰ)求 k 的值，使 D_1 和 D_2 分别绕 x 轴旋转一周各得旋转体的体积 V_1、V_2 的和最小；

(Ⅱ)求此时 D_1 和 D_2 的面积之和.

得分	评卷人

(18)(本题满分 11 分)

设点 $M(\xi,\eta,\zeta)$ 是椭球面 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ 在第一卦限上的点.

(Ⅰ)求曲面在该点处的切平面方程；

(Ⅱ)设 Σ 是切平面被三坐标平面夹在第一卦限的部分，问 ξ,η,ζ 取何值时，曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma)\mathrm{d}s$ 最小. 其中 $\cos\alpha$、$\cos\beta$、$\cos\gamma$ 是切平面的方向余弦$(0<\gamma<\frac{\pi}{2})$.

得分	评卷人

(19)（本题满分 10 分）

设 $f(x)$ 在$[0,1]$上有二阶连续导数，且 $f(0)=f(1)=0$，$f(x)$ 在$[0,1]$上的最小值为 -1. 证明：必 $\exists \xi \in (0,1)$ 使 $f''(\xi) \geqslant 8$.

得分	评卷人

(20)（本题满分 11 分）

已知 $\boldsymbol{A}$ 是三阶矩阵，$\boldsymbol{\alpha}_1$、$\boldsymbol{\alpha}_2$、$\boldsymbol{\alpha}_3$ 是三维行向量，且 $|\boldsymbol{\alpha}_1^T,\boldsymbol{\alpha}_2^T,\boldsymbol{\alpha}_3^T| \neq 0$，满足 $\boldsymbol{A\alpha}_1 = 2\boldsymbol{\alpha}_1 + 4\boldsymbol{\alpha}_2 + 2\boldsymbol{\alpha}_3$，$\boldsymbol{A\alpha}_2 = 4\boldsymbol{\alpha}_1 + 2\boldsymbol{\alpha}_2 + 2\boldsymbol{\alpha}_3$，$\boldsymbol{A\alpha}_3 = 2\boldsymbol{\alpha}_1 + 2\boldsymbol{\alpha}_2 + 4\boldsymbol{\alpha}_3$.

（Ⅰ）求 $\boldsymbol{A}$ 的特征值和特征向量，并求可逆矩阵 $\boldsymbol{P}$，使 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP} = \boldsymbol{\Lambda}$；

（Ⅱ）求 $|\boldsymbol{A}^* + 4\boldsymbol{E}|$（$\boldsymbol{A}^*$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵）.