

大專用書

作業研究導論

—計算機用演算法趨近—

Billy E. Gillett 著

劉睦雄 譯

國立編譯館出版

大專用書

作業研究導論

—計算機用演算法趨近—

Billy E. Gillett 著

劉 睦 雄 譯

國立編譯館出版

中華民國七十二年五月一日台初版

論 導 研 究 業 作

—計算機用演算法趨近—

版 權 所 有
翻 印 必 究

定價：精裝新台幣肆佰肆拾元
平裝叁佰捌拾元

譯 著 者：劉 睦 雄

出 版 者：國 立 編 譯 館

印 行 者：國 立 編 譯 館

館 址：台北市舟山路二四七號

電 話：三 二 一 六 一 七 一

前 言

作業研究（O R）是直到計算機之來臨才對我們的社會產生衝擊，雖然在早先對於許多型式問題之解已經作出理論上的結果，但通常由於所包含計算之數量，它們並不能應用至“實際的”問題。今日，計算機成為每一作業研究集團之核心；然而在作業研究中很少有完整的計算機用的教科書。這就是編寫本書之動機。

用計算機之方法貫穿於本書，其被用以將這些有趣於解問題與作業研究之重要方法相熟識，這是以立即能開始解實際問題之方式。這種方法是特別地被祈求，主要是由於在解問題中計算機所扮演的角色。遍佈的一般方法為：

- 1 將欲解之問題定式化。
- 2 建立問題之一模式。
- 3 解模式之一方法的推展。
- 4 解模式的簡潔計算機用之演算法的展示。
- 5 對於演算法之一FORTRAN 計算機程式的展示。

在許多求解的方法之推展之前為一或更多之釋例，多數均有計算機之解。在上述部分 1～3 幫助讀者學習有關可以特別的方法解問題之型式以及如何使問題定式化而求解。第 4 部分，這是被編寫以涵蓋一般之方法，而為一詳細的程序其可以很容易為計算機所程式化。然後最後的第 5 部分給與讀者一機會以解一較大之問題且強調結果之分析，於是促進讀者解問題之能力。

此書之設計是做為對大學部有趣於解問題的初等 O R 教科書，或對於用計算機之方法之短期課程的教科書，以及對於實用者之最適方法以及計算機程式之手冊。這是意指做為作業研究將計算機及方法二者加以整合的重要方法之一探討。這也可提供對實用者、學生等打算作進一步研讀作業研究，或者對學生僅欲欣賞作業研究之一般領域之用。

此教科書分為二部分。第一部分包含確定模式以及求解之方法，而第二部分包含機率模式及求解之方法。

每一部分與其他部分無關。首先呈現確定方法，因此對於機率不熟悉的讀者首先能變得熟悉於一般計算機用演算法之方法。於機率論的那一章並不打算將整個主題涵蓋。而僅是包括在第 II 部分之其他章節所需有關機率論之重要部分。

由於計算機程式已經變成在許多專業計劃之重要工具且在大多數的校園均教授，在此書是假定 FORTRAN 程式之基本知識。若欠缺對此領域之認識，在坊間已充斥有此等基礎的程式教科書可資使用。所需的數學背景為初等微積分。

此書與其他教科書相異之處是整個以使用計算機方法為止。尤有進，由文獻中所得許多最近的 O R 方法為以易以瞭解之演算法形式而適於程式呈現。

許多演算法均附隨一有用的 FORTRAN 程式，其已經在 IBM 370/168 計算機上運轉。對於每一釋例之處理時間是對 IBM 370/168 而言。並且也給與如何修正儲存的需要以符合使用者所附有限量之儲存的描述。

所有計算機程式可以向作者索取，並請附包括複製、處理、以及郵費等費用。

謝 詞

本人深深地感激 Joseph kieran McAdams 修女，在籌劃本教科書時所給與的熱心。我的真摯的感謝是由於在許多的時日，她化費了必要責任之上以及以增的精力來閱讀以及重讀手稿，編寫了許多計算機程式，詳細核對教科書內所有的程式，且幫助準備解答手冊。她的建議以及註釋是極有助益。所有感謝的辭句僅為表達本人內心真誠的感激，她所作的是本教科書問世的根源。

在過去 11 年來由學生而來不可計數的問題、建議、以及詳釋對本書均極有價值。我也感謝 F. Garnett Walters, Howard Pyron, 以及 C. Y. Ho 諸教授採用本書的第一版做為教科書。另外也感謝 Thomas B. Baird 教授研讀存庫那一章並提供寶貴的意見。

最後，對我的家人在許多年日中在他們的瞭解、忍耐，以及鼓勵下使我的靈感油然而生，凡此均有助於本書之完成。

Billy E. Gillett

目 錄

第一章 緒論	1
1-1 作業研究之起源及演進	1
1-2 於作業研究中問題之研究	3
1-3 於作業研究中之數學模式	6

第一部分 確定的作業研究模式

第二章 動態規劃	9
2-1 引言	9
2-2 投資問題	10
2-3 一般分配問題之動態規劃解	18
2-4 驛馬車問題	29
2-5 生產計劃	44
2-6 設備更新	60
2-7 摘要	77

第三章 線性規劃	85
3-1 引介	85
3-2 線性規劃模型之定式化	86

2 作業研究導論

3-3	線性規劃模型之圖解	93
3-4	附以小於或等於之限制式之最大化	99
3-5	等式以及大於或等於限制式	109
3-6	目的函數之最小化	112
3-7	單體法	114
3-8	說明單體演算法之釋例	122
3-9	對演算法 3-1 之計算機程式	128
3-10	單體法之性質	135
3-11	運輸問題	136
3-12	指派問題	140
第四章 整數規劃		165
4-1	引介	165
4-2	內隱枚舉法	166
4-3	切斷平面技巧	209
第五章 分枝 - 及 - 界限技法		243
5-1	引介	243
5-2	對於指派問題之分枝及界限演算法	233
5-3	對於旅行推銷員問題之分枝及界限演算法	253
5-4	對整數規劃之分枝及界限演算法	267
5-5	對於行囊背負問題之分枝及界限演算法	277
5-6	演算法 5-4 — 對於分枝及界限技法之一般演算法	295
第六章 確定的存庫模型		307
6-1	引介	307

6-2	無限的配送率而無先訂後交.....	310
6-3	有限的配送率而無先訂後交.....	318
6-4	無限配送率附以先訂後交.....	322
6-5	有限配送率附以先訂後交.....	327
6-6	摘要.....	331
第七章	順序問題.....	335
7-1	引介.....	335
7-2	二部機器之順序問題.....	336
7-3	N- 作業，三部機器之順序問題.....	356
第二部分	機率的作業研究模式	
第八章	基本機率及統計的概念.....	371
8-1	引介.....	371
8-2	基本機率.....	371
8-3	隨機變數.....	380
8-4	離散型隨機變數.....	380
8-5	連續型隨機變數.....	392
8-6	選擇適當的分配.....	406
第九章	迴歸分析.....	417
9-1	引介.....	417
9-2	多項式迴歸.....	421
9-3	簡單之一次迴歸.....	445
9-4	摘要.....	485

第十章 決策理論	491
10-1 引介	491
10-2 最大中取最小決策程序	493
10-3 無數據的見氏 (Bayes) 決策程序	494
10-4 含數據之貝氏決策程序	498
10-5 懊悔函數相對於損失函數	509
第十一章 賽局論	515
11-1 引介	515
11-2 最大中最小 - 最小中最大單純策略	517
11-3 混合策略及期待償付	520
11-4 2×2 賽局之解	525
11-5 適當之諸列及諸行	527
11-6 支配	528
11-7 $2 \times n$ 賽局之解	534
11-8 $m \times 2$ 賽局之解	544
11-9 BROWN 演算法	547
第十二章 PERT	559
12-1 引介	559
12-2 PERT 網路	560
12-3 對諸活動之時間估計 (E T)	564
12-4 事件之最早期待完成時間 (T E)	567
12-5 最遲容許事件完成時間 (T L)	568
11-6 事件鬆弛時間 (S E)	570
12-7 要徑	571

12-8	在日程表完成事件之機率.....	573
12-9	PERT 分析之計算機程式.....	577
第十三章 等候理論.....		587
13-1	引言.....	587
13-2	記號及假設.....	589
13-3	等候模型附以 Poisson 到達一指數服務.....	593
13-4	使用 Poisson 到達之等候模式 - 任意服務時間.....	630
13-5	摘要.....	639
第十四章 模擬.....		645
14-1	模擬.....	645
14-2	單一等候列, 單一服務員等候系統上模擬.....	648
14-3	隨機變量之產生.....	670
14-4	模擬語言.....	679
第十五章 機率的存庫模式.....		687
15-1	引言.....	687
15-2	單一期間模式.....	688
15-3	多重期間模式.....	711
15-4	摘要.....	733
第十六章 馬可夫鏈.....		737
16-1	引言.....	737
16-2	馬可夫鏈之定式化.....	738
16-3	首次通過次數.....	760

6 作業研究導論

16-4	馬可夫分析之計算機程式.....	765
16-5	摘要.....	771

附錄

附錄A表

表 A-1	累積常態分配函數.....	775
表 A-2	對於卡方檢定之臨界值.....	776
表 A-3	於 KOLOMOGOROV-SMIRNOV - 樣本檢 定D之臨界值.....	777
表 A-4	對F檢定附以 $\alpha = 0.05$ 之臨界值.....	778
表 A-5	對F檢定附以 $\alpha = 0.01$ 之臨界值.....	779

附錄B	等候公式之推導.....	781
-----	--------------	-----

附錄C	解一次聯立方程組之 Gauss-Jordan 法	789
-----	--------------------------------	-----

索引.....	795
---------	-----

第一章 緒論

1-1 作業研究之起源及演進

任何需要做一正確決定之問題均可歸類為作業研究（OR）型式之問題。然而，使用於做（下）決定之方法於經年累月之下已經有相當大的改變。雖然，OR問題於人類創造之初已經存在，但是直至第二次世界大戰才創出作業研究（operations research）的名稱，也使得近代OR之科學方法於焉誕生。此名稱之由來可能是在第二次世界大戰由英國所執行的“軍事作業之研究”的計劃所演變而來。在第二次世界大戰之初期，英國有關當局由不同之領域召集專家而組成一集團來研究如何以軍事防禦他們的國家。此首先成立的OR集團之工作所包含的首要之事為研究如何決定空軍以及最新發明的雷達的最佳佈署。由於OR在軍事作業上的成就，很快地將其散佈於工業以及政府機構的所有階層。到了1951年，OR已經以不同的科學在美國佔有一席之地。Trefethen[11]對於OR由開始至今的歷史有一相當精采的介紹。

於第二次世界大戰之後，大的企業紛紛興起，許多的商業變成如此的紛歧以及複雜使得最高的經營迅速地失去將商業做為一整體的控制。這就鼓舞了經營的分支。更進一步分支的展開直至最後每一部門或分支僅僅有趣於它本身的福祉而不顧商業的其他領域。這種偏激限制了有潛力的整個有效性。結果，就形成OR集團，其為由不同領域

之專家所組成，以協助管理使得商業的整個有效性能最適比，而體認到在商業內各別機能單位之重要性。

Churchman, Ackoff, 以及 Arnoff [2] 指出

趨近於問題之系統並非意指在一研究計劃內必須解決的最定式化之問題。然而希望雖是如此，但是在實用上很少可能瞭解到此地步。在實際上，整個問題之部分通常是逐次地加以解決。

在此所呈現之方法可應用到可定義之子問題其可以逐次地解之。貫穿於此書所強調者為學習計算機用的 O R 方法，其可應用至許多之問題，而不是學習整個系統方法以解很大的問題。

Church, Ackoff, 及 Arnoff [2]，以及 Hiller 及 Lieberman [5]，詳細地討論 O R 計劃的六種標準的位相，亦即：

- 1 問題之定式化
- 2 建立一數學模式以表示所要研討之系統
- 3 由模式中導出一解
- 4 檢定模式以及由其所推導之解
- 5 在解上確立控制
- 6 置解於操作：施行

然而，此教科書之特質指揮我們主要集中於位相 1，2，及 3。這並非有意將每一 O R 計劃之其他必要位相之重要性最小化，但我們所強調者為所使用之方法以導出對於一問題所給與數學的模式之最適解。

當然，於此國家 O R 之迅速進展是被認為是數位計算機之共生發展。舉例而言，線性規劃之單體法是由 George B. Dantzig 於 1947 所推展，但其對實際的問題呈現休止狀態直至 1950 年代的中期至末期當計算機，附以其高速及大量之儲存容量，此法在許多大學及商業，以及政府機構中才被普遍地使用。自此以後，計算機已經協助在今日所使用的許多 O R 方法之推展以及／或者施行。最明顯的是 O R 大

大的依靠計算機，要是沒有它，OR將降而為一理論科學而不是它業已推展之領域。也就是由於在OR中計算機所扮演重要以及生動地角色，使得我們在此教科書中將此二者兼容並蓄。

1-2 於作業研究中問題之分類

雖然對於藉著作業研究之方法以求解之候選者的諸問題並無單一之分類，但是許多問題可以歸於如下範疇之一：

- 1 順序
- 2 分配
- 3 路徑
- 4 替換
- 5 存庫
- 6 等候
- 7 競爭
- 8 搜尋

對於每一個此種範疇已經建立數學模式，且對解此等模式之方法於許多情況均可應用。

順序問題包括以某一順序放置項目或者是服務之次序。舉例而言，於一作業工場， N 個作業需要在不同機器上操作不同數量之時間，每一個需要在 M 個機器上以相同的次序處理而在二個機器間不可跳越。那麼作業應如何安排處理以使得所有作業在所有機器上之處理的總時間為小？對於二部機器問題以及三部機器問題之特殊情況，其解是相當簡單，但是對於一般 M 部機器問題則有某種大小程度之困難。

分配問題包含將資源分配至活動以使得某種有效性的測度為最適。舉例而言，若有效性之測度可以表為某些變數之線性函數而在許多

包含這些變數的線性限制式下，則此分配問題可歸類為線性規劃問題。類似地，假定資源為人員，而每一位能執行某些作業之任意一個，可能是不同的時間數量，且有效性之測度為執行所有作業之總時間，當一旦唯一的人員分配至每一作業，則問題可歸類為指派問題。假定人員 A 執行作業 1 需 2 分鐘，且執行作業 2 需 4 分鐘。類似地，假定人員 B 執行作業 1 及 2 分別需時 3 及 2 分鐘。試問人員之指派為何使得執行二個作業之總時間為最小？明顯地，由觀察或計數，人員 A 必須執行作業 1 且人員 B 必須執行作業 2，其總共有效性為 3。更進一步，假定有三個人員以及三個作業，其所對應之問題如下表所示：

人 員	作 業		
	1	2	3
A	2	6	3
B	8	4	9
C	5	7	8

何人須執行那一作業呢？若我們計數所有可能之指派，我們可得

	指 派					
	A : 1	A : 1	A : 2	A : 2	A : 3	A : 3
	B : 2	B : 3	B : 1	B : 3	B : 1	B : 2
總 共	C : 3	C : 2	C : 3	C : 1	C : 2	C : 1
有效性	14	18	22	20	18	12

於是，最小的總共有效性（時間）為 12 單位，且為由藉著指派人員 A 至作業 3，B 至作業 2，及 C 至作業 1 所得。這是很簡單的問題，但是假定 20 個人員可用以執行 20 個作業。那麼執行所有作業之最小時間為何？你想像以我們最快速的計算機藉著枚舉法求解需時多久？若你猜測千萬年，你可能猜對，因為有

$$20! = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdots 1 \approx 2,433 \times 10^{18}$$

不同的指派必須核對。明顯地，必須使用其他求解的方法。

路徑問題包括由一始點至一目的地當有許多路徑可用時求取最適的路徑。古典的驛馬車推銷員問題即為一釋例。一推銷員打算在轉回其家鄉的辦公室之前拜訪 N 個城市一次且僅一次。那麼他拜訪這些城市的順序應如何以使得其所旅行的全部距離為最少？此問題可以視為是由汽車分派或運輸問題所產生之子問題。於運輸問題每當一不同地區之集合已經指派至某一卡車之路徑時，那麼造訪這些地區之次序應如何以使得總共旅行的距離為最短？

更換問題發生於當某人必須決定最適時間以替換立即會破損或失靈之設備時。何時需更換新車？這些問題大部分都是我們所面臨的。當然，我們每一個均有自己的有效性測度，因此，對於每一個人並無單一的最適解答，即使每一部車恰好給與相同的服務。許多是依賴汽車之目的，在我們生活中所扮演聲望之角色，駕駛速度之快慢等等而定。另一型式之更新問題包括設備其運轉地相當完全直至其失靈，譬如電燈泡以及一錯雜的計算機零件。對於這種型式之設備，其最適更新政策為何？

一種實際所面臨之問題為決定保存於倉庫之某一產品之多寡。若一顧客要求某一數量之產品，但並無現貨，這可以意指一種損失的買賣。另一方面，若產品過剩而置於倉庫中，附帶於存庫的許多費用可能是無法接受的。因此，存庫問題為決定存庫水準，其將使得某些有效性測度為最適。

等候問題由早晨起床開始至晚間休息為止一直是使我們厭煩的問題。譬如等候浴室，等候紅綠燈，等候計算機，等，等；這就是我們生活的故事。任何包含等候服務之問題可以歸類為等候或者等待列問