高等学校教学用书

测量学习题集

李国荣　黄盛发　陈金果　赵兴武　编

煤炭工业出版社

高等学校教学用书

测量学习题集

李国荣　黄盛发　陈金果　赵兴武 编

内 容 提 要

本书是煤炭系统大学与中专非测量专业测量课之配套教材，主要适用专业为：大学之采矿工程、矿进建设、露天开采、煤田地质勘查及工业与民用建筑工程；中专之地下采煤、煤矿建井、煤田勘探与矿井地质、工业与民用建筑等。

本书为大学、中专教师合作编写，兼顾了大学、中专学生的不同需求。采用同类知识集中编排的方式安排内容，有助于横向比较。全书八章，选题近九百道；题型多样，有利于增进对概念的理解，加深印象，丰富想象能力。书后附有部分习题答案，便于读者自测自检，尤益于自学青年进修提高。每章均有例题示范引路，既有助复习，又可掌握规范化解题的方法。

本书亦可供职工大学、职工中专及函授学校学生使用，或供现场技术人员参考。

责任编辑：王 大 彰

高等学校教学用书

测 量 学 习 题 集

李国荣　黄盛发　陈金果　赵兴武 编

*

煤炭工业出版社 出版

（北京安定门外和平里北街21号）

煤炭工业出版社印刷厂　印刷

新华书店北京发行所　发行

*

开本787×1092mm 1/16　印张14 1/2 插页1

字数344 千字　印数 1—7,565

1990年11月第 1 版　1990年11月第 1 次印刷

ISBN 7-5020-0447-5/TD·406

书号 3233　定价 2.95元

前　　言

测量学是一门实践性较强的课程。为了提高教学质量，使学生能更好地掌握测量学的基本概念、基本理论、基本技能，培养学生识图、用图、计算以及分析与解决问题的能力，编写了本习题集。在选编习题时，尽量考虑了知识的系统性，力求理论联系实际，并注意从易到难、难易结合。习题在内容上涉及面较广，且具有一定的深度，形式上采用多种类型，以便使学生对所学的知识从不同的方面加深理解。

考虑到近年测量工作的发展，适当拓宽了习题的范围，有些内容超出了教材所述，藉此满足部分学生的需求。对这些习题，各校同学可在教师指导下酌情选做或不做。本习题集同时面向大、中专学生需要，因此在编排上不同于大学和中专的课本，自成体系，使用中可根据教学进程选做相应部分，不必拘泥书中次序。

本习题集第一章、第二章、第八章由淮南矿业学院黄盛发编写，第三章、第四章由山西矿业学院李国荣编写，第五章、第六章由抚顺煤炭工业学校陈金果编写，第七章由甘肃煤炭工业学校赵兴武编写。全书由李国荣统校定稿。

在编写过程中，选用了一些测量学教材中的习题，并得到了其他同志的热情帮助，在此表示感谢。

本习题集是煤炭系统大学、中专非测量专业测量课配套教材，并可供煤炭系统职工大学、技工学校、夜大学、函授大学以及自学者学习使用，也可供现场技术人员参考。

测量学习题集是首次编写出版，缺乏经验，同时，由于编者业务水平所限，书中缺点和错误在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

1989年3月

目　　录

第一章　测量学的基本知识

测量学是地学的一个分支，是一门技术科学和应用科学。测量学的基本知识是应用测绘技术解决实际问题的理论基础。

测量学基本知识的习题包括：地面点位的确定——坐标系统与高程系统；直线的方位、点的坐标计算原理；比例尺及测量误差的初步知识等。

一、测量学的任务

1. 测量学的研究对象和任务是什么？

2. 测绘工作与测设工作有何不同？

3. 随着测绘科学技术的迅速发展，以及测绘作业的进一步分工，测量学通常可分为哪些学科？大地　地形　摄影　工程

4. 为什么说测绘工作是国民经济建设中的一项基础性、服务性和先行性的重要技术工作？

5. 测绘工作在矿山开发各阶段中起何作用？

6. 测量学是研究地球的____和____以及确定地面____点位____的一门应用技术科学。

7. 测绘工作的主要内容可归纳为__测量__和__测设__两个部分。

8. 测绘工作的主要成品有：

（1）____________；

（2）____________；

（3）____________。

9. 测量工作应遵循的原则是__从整体到局部__。

二、地面点位置的确定

10. 什么叫水平面与水准面？用水平面代替水准面有何意义？在一般测绘工作中允许把地球表面多大的范围当作平面看待？

11. 何谓大地水准面？它在测量上有何用途？

12. 在高斯平面直角坐标系中，为什么要将每个投影带内的中央子午线西移500km？若西移300km或东移500km是否可以？

13. 测量工作中的平面直角坐标与数学中的平面直角坐标有什么异同之处？

14. 你能说明地球表面上最高点我国的珠穆朗玛峰高8848.13m的含义吗？

15. 确定地面点的空间位置，就是确定该点的__大地坐标__或__平面直角坐标__，以及该点的__高程__。

16. 地球的形状和大小，可由__a__和__b__，或由____和____来决定。在一般测量工作中，可把地球当作一个圆球看待，其平均半径为__6371__km。

17. 测量上采用的高斯平面直角坐标系是以每个投影带内的<u>南北</u>的投影为 x 轴，以<u>东西</u>的投影为 y 轴构成的。

18. 在高斯平面直角坐标系中，y 的通用值由____、_____和__________三部分组成。若某点 y 的通用值为20435184m，则该点位于六度投影带的第<u>20</u>带中的中央子线以<u>西</u>区域内。

19. 我国以<u>黄海平均海水面</u>为高程起算面，水准原点设在<u>青岛</u>市；我国现在采用的高程系是<u>黄海高程系统</u>。

20. 地面上某点的绝对高程是该点到<u>大地水准面</u>的铅垂距离，地面上某点的相对高程是该点到<u>假定水准面</u>的铅垂距离。

一点到高程基准点

21. 我国陆地上的最高点珠穆朗玛峰高程为8848.13m，最低点艾丁湖面高程为 -154.0m，它们之间的高差绝对值为<u>9002.13</u>m。

22. 某高程控制点的高程为25.432m，系1956年黄海高程系的高程，今按1985年国家高程基准测得该点高程为25.403m。如果将1956年黄海高程系的控制点高程换算成1985国家高程基准的高程，则应改正<u>-0.03</u>m。

√23. 确定地面点经度和纬度的两个基本平面是<u>本初子午面</u>和<u>赤道面</u>。

24. 地面某点的经度是______________________________，过某点的铅垂线与赤道平面的夹角，称为该点的____。

25. 地面某点的经度为东经104°21′，该点应在六度带的第<u>18</u>带，该带的中央子午线经度是<u>105</u>度。

26. 确定地面点位的三要素是<u>水平角</u>、<u>水平距离</u>和<u>高程</u>。

下面27～31题为选答题，试将正确答案的序号填入题后的括号内。

27. 测量上所说的正形投影，要求投影后保持（ ）。

（1）角度不变；（2）长度不变；（3）角度和长度都不变。

28. 一个与平均海水面相吻合，并穿过大陆和岛屿所形成的闭合曲面是（ ）。

（1）水准面；（2）大地水准面；（3）旋转椭圆体面。

29. 六度带第21带中央子午线的经度是（ ）。

（1）117°；（2）120°；（3）123°。

30. 中央子午线经度为117°的三度投影带是（ ）。

（1）第20带；（2）第39带；（3）第52带。

31. 我国现在采用的1980年大地坐标系的原点设在（ ）。

（1）北京；（2）上海；（3）西安。

下面32～36题为判断题，对题中所述内容，正确的在题后括号内打"√"，错误的打"×"号。

32. 某点 y 坐标的通用值为39714560.12m，则可以断定该点在三度高斯投影带的第39带的中央子午线以东区域内。（√）

33. 过水准面上任何一点所作的铅垂线，在该点处均与水准面正交。（√）

34. 已知地面某点经度与纬度值，则该点在平面上的位置就确定了。（√）

35. 我国在北半球，所以在高斯平面直角坐标系中各点的 y 坐标恒为正值。（√）×

36. 地面上两点间高差因所选定的高程基准面不同而异。（√）

$\Delta S=\frac{S^3}{3R^2}$

$\Delta h=\frac{S^2}{2R}$

三、直 线 定 向

37．何谓直线定向？进行直线定向的目的是什么？

38．有哪些方法可以确定直线的方向？你能列举几个日常生活中判定方向的事例吗？

39．何谓直线的方位角与象限角？它们之间有何异同点？

40．你能用罗盘仪测定直线的磁方位角吗？

41．你能标出图1-1中各直线的正北方向吗？

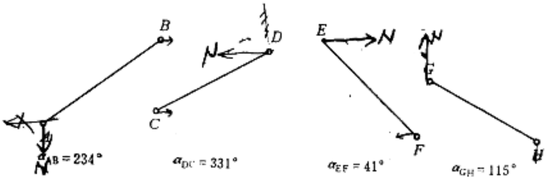

图 1-1

42．自标准方向的 指北端 起 顺时针 量至某直线的 水平角 称为该直线的方位角，以 真子午线 方向作为标准方向的叫真方位角，以中央子午线方向（即坐标纵轴方向）为标准方向的叫____方位角，以 磁子午线 方向作为标准方向的叫磁方位角。

43．地面上同一点的 真子午线 方向与 磁子午线 方向之间的夹角叫磁偏角； 轴子午线 方向和 真子午线 方向之间夹角叫子午线收敛角；________方向与________方向之间夹角叫磁坐偏角。

44．直线方位角以陀螺子午线作为标准方向的叫____方位角；真子午线方向与陀螺子午线方向之间的夹角叫________。

45．若某直线的磁方位角为65°42′，其磁坐偏角为西偏 0°18′，磁偏角为东偏 3′20″，则该直线的坐标方位角为______，真方位角为______，子午线收敛角为____。

46．直线AB的方位角为174°15′，则直线BA的方位角为 354°15′00″，直线 AB 的象限角是 SE 5°45′00″，直线BA的象限角为 NW 5°45′00″。

47．直线CD的坐标方位角为78°，直线DE的象限角为北偏西15°，则CD与DE直线之间最小的水平夹角为____。

48．已知A点的磁偏角为 −1°18′，过A点的子午线收敛角为 +2′40″，直线 AB 的坐标方位角为271°25′20″，则AB直线的真方位角是 271°28′00″ 直线AB的磁方位角为 272°43′20″

49．把正确的数值填入表1-1中的空格内。

下面50～57题为判断题，你认为题中所述正确的在题后括号中打"√"，错误的打"×"。

表 1-1

直线名称	方位角	反方位角	象限角	反象限角
AB	118°57′			
CD		116°24′		
EF			$N53°10'E$	
GH				$S75°41'E$

50．直线的方向可以用方位角表示，也可以用象限角表示。（✓）

51．中央子午线也是真子午线，因此，以中央子午线作为标准方向的直线方位角，也可称其为真方位角。（✓）

52．假定的任意方向也可作为直线定向的标准方向，由此确定的直线方位角叫假定（或任意）方位角。（ ）

53．AB直线的象限角为北偏西45°，则BA直线的方位角为325°。135°（✗）

54．EF边的磁方位角为75°15′，坐标方位角为76°00′，则其磁坐偏角为－45′。（ ）

55．AO和OB两直线的方位角分别为15°40′和140°56′，则两直线之间的水平夹角（∠AOB）为125°16′。203°24′00″（✗）

56．AB直线的象限角为南偏西50°20′，BC直线的方位角为131°35′，则两直线间的最小水平夹角（∠ABC）为98°45′。81°15′00″（ ）

57．某直线CD的真方位角为174°15′，子午线收敛角为－15′，则CD直线的坐标方位角为174°30′。（ ）

58．根据图1-2中两直线之方位角，求图中所示的两直线之间的β角值。

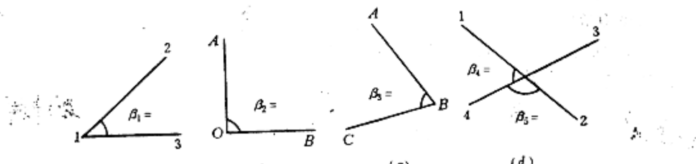

图 1-2

(a) $\begin{cases}\alpha_{12}=33°14'20''\\ \alpha_{13}=68°20'40''\end{cases}$　　(b) $\begin{cases}\alpha_{OA}=359°40'10''\\ \alpha_{BO}=270°00'50''\end{cases}$

(c) $\begin{cases}\alpha_{AB}=156°20'00''\\ \alpha_{BC}=264°10'30''\end{cases}$　　(d) $\begin{cases}\alpha_{12}=125°07'10''\\ \alpha_{34}=247°50'40''\end{cases}$

59．在图1-3中，已知BA边的坐标方位角为315°36′27″，各水平角值分别为：β_A＝90°54′56″，β_1＝253°27′36″，β_2＝86°38′14″，β_3＝274°47′52″，β_4＝114°48′25″，求$\overline{45}$边的坐标方位角。

60．如图1-4所示，已知BA边的坐标方位角α_{BA}＝59°48′53″，观测的水平角∠A＝

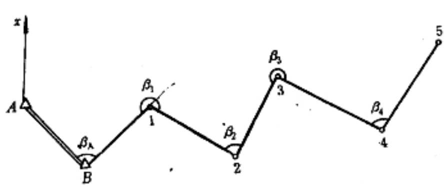

图 1-3

65°26′17″，$\angle B=59°42'31''$，求CB和CA边的坐标方位角。

61．在图1-5中，已知$\overline{12}$边的坐标方位角$\alpha_{12}=160°42'$，五边形的各内角值如图中所注，求其它各边的坐标方位角值。

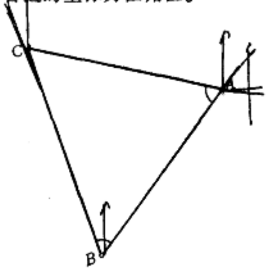

图 1-4

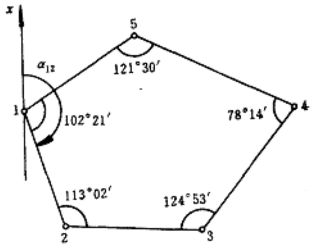

图 1-5

62．在测量工作中获得下列数值：测线AB的坐标方位角为146°31′50″，其长度为121.500m；测线AC的象限角为NE86°31′50″，测线AC的俯角为45°00′00″；测线BC的象限角为NE26°31′50″。作A、B、C三点相对位置的示意图，并计算C点的高程（已知A点高程为346.710m）。

四、坐标计算原理

基本公式

1．坐标增量计算式

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_{始-终}&=x_{终}-x_{始}\\ \Delta y_{始-终}&=y_{终}-y_{始}\end{aligned}\right\}\tag{1-1}$$

或

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_{始-终}&=l\cdot\cos\alpha_{始-终}\\ \Delta y_{始-终}&=l\cdot\sin\alpha_{始-终}\end{aligned}\right\}\tag{1-2}$$

2．坐标正算公式

$$\left.\begin{aligned}x_{终}&=x_{始}+\Delta x_{始-终}\\ y_{终}&=y_{始}+\Delta y_{始-终}\end{aligned}\right\}\tag{1-3}$$

3．坐标反算公式

$$\alpha_{始-终}=\mathrm{arctg}\,\frac{\Delta y_{始-终}}{\Delta x_{始-终}}\tag{1-4}$$

$$l=\sqrt{\Delta x^2_{始-终}+\Delta y^2_{始-终}}\tag{1-5}$$

或

$$l=\frac{\Delta x_{始-终}}{\cos\alpha_{始-终}}=\frac{\Delta y_{始-终}}{\sin\alpha_{始-终}}\tag{1-6}$$

式中　$\Delta x_{始-终}$、$\Delta y_{始-终}$——某直线起点至终点的纵、横坐标增量；

$x_{始}$、$y_{始}$、$x_{终}$、$y_{终}$——某直线起点与终点的坐标；

l——某直线的水平距离；

$\alpha_{始-终}$——某直线从起点至终点方向的坐标方位角。

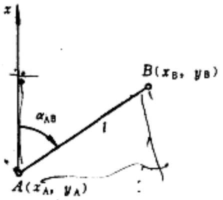

图 1-6

〔例1-1〕 如图 1-6所示，直线AB的起点坐标$x_A = 1689.730m$，$y_A = 4474.480m$，水平距离$l_{AB} = 824.986m$，坐标方位角$\alpha_{AB} = 300°31'15''$，求$B$点坐标。

解：按公式（1-2）得

$$\Delta x_{AB} = l_{AB} \cdot \cos\alpha_{AB} = 824.986 \times \cos 300°31'15'' = 418.970m$$

$$\Delta y_{AB} = l_{AB} \cdot \sin\alpha_{AB} = 824.986 \times \sin 300°31'15'' = -710.680m$$

按公式（1-3）得B点坐标为

$$x_B = x_A + \Delta x_{AB} = 1689.730 + 418.970 = 2108.700m$$

$$y_B = y_A + \Delta y_{AB} = 4474.480 + (-710.680) = 3763.800m$$

〔例1-2〕 已知A、B两点的坐标：$x_A = 689.73m$，$y_A = 3474.48m$；$x_B = 1108.70m$，$y_B = 4763.80m$；求A、B两点间的距离l_{AB}及其坐标方位角α_{AB}。

解：按公式（1-1）得

$$\Delta x_{AB} = x_B - x_A = 1108.70 - 689.73 = 418.97$$

$$\Delta y_{AB} = y_B - y_A = 4763.80 - 3474.48 = 1289.32$$

按公式（1-4）得α_{AB}为

$$\alpha_{AB} = \mathrm{arctg}\frac{\Delta y_{AB}}{\Delta x_{AB}}$$

$$= \mathrm{arctg}\frac{1289.32}{418.97} = 71°59'54''$$

按公式（1-5）得l_{AB}为

$$l_{AB} = \sqrt{\Delta x^2_{AB} + \Delta y^2_{AB}}$$

$$= \sqrt{(418.97)^2 + (1289.32)^2} = 1355.69m$$

〔例1-3〕 已知主井中心设计坐标为$x_A = 3540m$，$y_A = 4245m$，副井中心设计坐标为$x_B = 3480m$，$y_B = 4185m$，计算求得主、副井中心连线的坐标方位角$\alpha_{AB} = 45°$，试分析α_{AB}的值是否正确？为什么？

解：按公式（1-1）得

$$\Delta x_{AB} = 3480 - 3540 = -60$$

$$\Delta y_{AB}=4185-4245=-60$$

按公式（1-4）得α'_{AB}为

$$\alpha_{AB}=\text{arctg}\frac{-60}{-60}=45^\circ+180^\circ=225^\circ$$

分析：$\alpha_{AB}=45^\circ$是错误的，错误原因是增量的符号是表示直线方位角所在的象限，而不能同数学上一样相约去得1，实际上α_{AB}在第三象限而不是在第一象限。

63．根据直线的起点坐标、直线的水平距离及其方位角，计算直线的终点坐标，称为_______；根据直线起、终点坐标、计算直线的________和_________谓之坐标反算。

64．某直线段在坐标轴上的投影长度谓之________，其值可用____________和_________公式计算。

65．填出表1-2中坐标增量的符号。

表 1-2

直线的坐标方位角			坐标增量符号	
(°)	(′)	(″)	Δx	Δy
90	00	15		
151	50	00		
200	40	10		
65	30	20		
179	59	55		
270	01	00		
315	16	40		

66．直线AB长100m，且平行于x轴，则其$\Delta x=$______m，$\Delta y=$______m，若AB直线平行y轴时，则$\Delta x=$____m，$\Delta y=$______m。

67．已知E、F两点坐标值为$x_E=100$m，$y_E=1250$m；$x_F=200$m，$y_F=1150$m；那么$l_{EF}=$______m，$\alpha_{EF}=$______。

68．坐标计算的基本步骤是：

（1）根据起始边的方位角和观测水平角推算各边的______；

（2）根据各边的水平距离及其______计算各边的________；

（3）根据起点坐标和________计算各待定点的____。

69．已知A、B两点间的水平长度$l_{AB}=104.53$m，及AB方向的方位角$\alpha_{AB}=245^\circ30'45''$，试计算$A$、$B$两点间的坐标增量。

70．如图1-7所示，已知CD边的坐标方位角$\alpha_{CD}=343^\circ15'20''$，水平角$\beta=116^\circ51'30''$，$C1$边的长度$l_{C1}=89.56$m，$C$点坐标$x_C=3145.62$m，$y_C=8710.14$m。计算1点的坐标。

71．根据表1-3中给出的数据，计算B_i、C_i点的坐标。

72．根据表1-4中给出的C_i点和D_i点的坐标值，计算直线D_iC_i的长度$l_{D_iC_i}$和坐标方位角$\alpha_{D_iC_i}$。

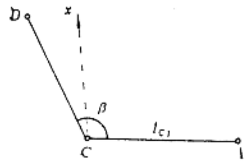

图 1-7

表 1-3

序号	A_i 点坐标 $\frac{x}{y}$ m	水平距离 $\frac{A_iB_i}{A_iC_i}$ m	坐标方位角 $\frac{A_iB_i}{A_iC_i}$ (°)	(′)	(″)
1	5270.50 9425.40	324.57 98.15	85 175	14 12	18 30
2	8316.21 2175.64	85.93 185.39	239 148	32 36	24 42
3	7123.77 1473.85	451.25 67.86	112 326	53 49	36 48

表 1-4

序号	点名	坐标值 x m	y m
1	C_1 D_1	21142.30 20928.14	6103.40 6645.78
2	C_2 D_2	20148.66 21662.25	8252.12 7136.21
3	C_3 D_3	21841.62 22075.16	7843.50 8910.45

五、 图的比例尺

基本公式

1. 比例尺的定义式

$$\frac{1}{M}=\frac{S}{l}=\frac{1}{l/S} \tag{1-7}$$

2. 比例尺精度的定义式

$$\varepsilon=0.1M,\ \text{mm} \tag{1-8}$$

式中 M——比例尺分母；

S——地形图上线段的长度，mm；

l——地面上相应线段的水平长度，m；

ε——比例尺的精度，mm。

〔例1-4〕 设量得地面上两点间的水平距离为 146.8m，试求在1：2000比例尺图上该段距离应画出的长度？

解：按公式（1-7）有

$$S=\frac{l}{M}$$

则图上长度为

$$S=\frac{146.8}{2000}=0.0734\text{m}=73.4\text{mm}$$

〔例1-5〕 在 1：500 图上量得两点间的距离为 6.24cm，求实地上两点间的水平距离是多长？

解：按公式（1-7）有

$$l=S\times M$$

故实地上的水平距离为

$$l=6.24\times 500=3120\text{cm}=31.2\text{m}$$

〔例1-6〕 现要求在图上能表示出不大于实地0.1m 大小的物体时，问应该用多大的比例尺测图？

解：按公式（1-8）有

$$M=\varepsilon/0.1$$

则测图比例尺的分母为

$$M=0.1\text{m}/0.1\text{mm}=1000$$

所以，测图比例尺不应小于1：1000。

〔例1-7〕 在地形图上量得AB线段的长度为3.5cm，其相应的实地水平长度为175m。求该图的比例尺及其比例尺精度？

解：按公式（1-7）得比例尺为

$$\frac{1}{M}=\frac{3.5\text{cm}}{175\text{m}}=\frac{1}{5000}$$

按公式（1-8）得比例尺精度为

$$\varepsilon=0.1\times 5000=500\text{mm}=0.5\text{m}$$

73. 图上某线段的长度同实地上[illegible]称为比例尺。

74. 图上0.1mm长度所代表的地面上的水平长度称为[illegible]。

75. 常用的比例尺有____比例尺和____比例尺两种。而____比例尺将随着图纸一同伸缩，因而它在同一张图上量测距离时，就可以基本上消除因图纸伸缩引起的____误差。

76. 比例尺有大、中、小之分；比例尺分母值越大，则比例尺越小；五百分之一与五万分之一两张图，前者属于大比例尺，后者属于小比例尺。

77. 在 1：2000 比例尺的采掘工程平面图上，量得某石门的长度为 2.45cm，则该石门的实际长度为____m。

78. 在1：500比例尺的平面图上，量得某矩形房屋的长边的长度为 8.0cm，短边长度

为3.2cm，则该房屋占地面积为______m^2。

79. 将正确的数字填入表 1-5 中的空格内。

表 1-5

比　例　尺	实地水平距离 m	图　上　长　度 mm	比例尺精度 m
1:500	5		
	40		0.2
1:1000		15	
	30	6	
1:10000		50.4	
	248		2.5
		11.8	5.0
1:200	50		

80. 地形图上的坐标方格网是 10cm×10cm，其坐标值注记的单位是 km；根据图 1-8 中的坐标值注记，可知图1-8中（a）图的比例尺为______，（b）图的比例尺为______。

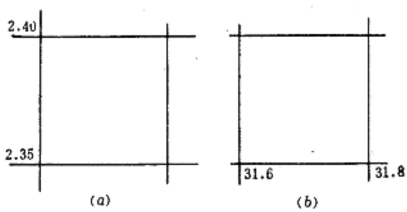

图 1-8

81. 设图上长度是1cm，分别代表实地水平距离 20m、100m、500m、1km。请写出相应的图的数字比例尺。

82. 求出能够描绘在比例尺为 1:1000、1:2000、1:5000和1:25000 地形图上的地面线段的最小长度各为多少。

83. 分别写出大于1:25000和1:10000比例尺 5 倍的图的比例尺。

84. 某水平煤层在回采过程中留有一块直角三角形的边角煤，已知其两直角边的实际长度分别为50.5m和100.5m。试计算这块煤在1:2000比例尺平面图上的面积？

85. 某矿现有1:5000比例尺的井田区域地形图和1:2000的比例尺的井下主要巷道平面图。为了井上下对照，需要将井下巷道转绘到地形图上，试求井下巷道长度的缩小比？

86. 某矿欲在图上设计工业广场的建筑物，需要 1:500 比例尺的地形图，而现只有1:2000比例尺的航测地形图；今决定利用缩放仪将航测图放大，试求其放大比。

六、测量误差概念

基 本 公 式

1. 真误差的定义式

$$\Delta_i = X - l_i \tag{1-9}$$

式中 Δ_i——真误差（$i=1$、2、…、n）；

X——真值；

l_i——观测值。

2. 中误差的计算式

$$\cancel{m = \pm\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n-1}}} \quad m = \pm\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \tag{1-10}$$

$$m = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-1}} \tag{1-11}$$

式中 m——观测值中误差；

v——观测值改正数（$v_i = L - l_i$）；

n——观测次数（或个数）。

3. 算术平均值的计算式

$$L = \frac{[l]}{n} \tag{1-12}$$

4. 算术平均值中误差的计算式

$$M = \pm\frac{m}{\sqrt{n}} = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} \tag{1-13}$$

5. 容许误差（或极限误差）的计算式

$$\Delta_容 = \pm 2m \tag{1-14}$$

6. 相对误差的定义式

$$\frac{1}{T} = \frac{|m|}{L} = \frac{1}{\frac{L}{|m|}} \tag{1-15}$$

式中 L——相应的观测值。

7. 观测值函数中误差的计算式

（1）和、差函数的中误差

$$Z = x \pm y$$

$$m_Z = \pm\sqrt{m_x^2 + m_y^2} \tag{1-16}$$

式中 x、y——独立的观测值；

Z——观测值的函数；

m_x、m_y——观测值的中误差；

m_Z——观测值函数的中误差。

（2）倍数函数的中误差

$$Z = Kx$$

$$m_Z = \pm K m_x \tag{1-17}$$

式中　K——常数。

（3）线性函数的中误差

$$Z = K_1 x_1 \pm K_2 x_2 \pm \cdots \pm K_n x_n$$

$$m_Z = \pm\sqrt{K_1^2 m_1^2 + K_2^2 m_2^2 + \cdots + K_n^2 m_n^2} \tag{1-18}$$

（4）一般函数的中误差

$$Z = f(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$$

$$m_Z = \pm\sqrt{(\frac{\partial f}{\partial x_1})^2 m_1^2 + (\frac{\partial f}{\partial x_2})^2 m_2^2 + \cdots + (\frac{\partial f}{\partial x_n})^2 m_n^2} \tag{1-19}$$

8．不等精度观测计算中误差的公式

（1）单位权中误差

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{[P\Delta\Delta]}{n}} \tag{1-20}$$

$$\mu = \pm\sqrt{\frac{[Pvv]}{n-1}} \tag{1-21}$$

式中　μ——单位权中误差；

P——观测值的权。

（2）加权平均值

$$L_0 = \frac{P_1 l_1 + P_2 l_2 + \cdots + P_n l_n}{P_1 + P_2 + \cdots + P_n} = \frac{[Pl]}{[P]} \tag{1-22}$$

（3）加权平均值的中误差

$$M_0 = \pm\frac{\mu}{\sqrt{[p]}} \tag{1-23}$$

（4）权与中误差的关系式

$$P_i = \frac{\mu^2}{m_i^2} \tag{1-24}$$

〔例1-8〕　设有两列等精度观测之真误差分别为

Ⅰ列：$-3''$，$2''$，$4''$，$-2''$，$1''$，$0''$，$2''$，$-3''$，$-4''$，$3''$；

Ⅱ列：$0''$，$-1''$，$7''$，$2''$，$1''$，$-1''$，$0''$，$-8''$，$-3''$，$-1''$。

试求其相应观测值之中误差，并比较其精度。

解：设m_1、m_2为Ⅰ列和Ⅱ列观测值之中误差。按公式（1-10）得

$$m_1 = \pm\sqrt{\frac{9+4+16+4+1+0+4+9+16+9}{10}}$$

$$= \pm\sqrt{\frac{72}{10}} = \pm 2.7''$$

DD

$$m_2 = \pm\sqrt{\frac{0+1+49+4+1+1+0+64+9+1}{10}}$$