中等职业教育
基础类课程规划教材

新世纪

数学

（基础版 Ⅱ）

主编 关革强 程敬松

大连理工大学出版社

新世纪

中等职业教育基础类课程规划教材

数 学

（基础版Ⅱ）

主 编 关革强 程敬松 副主编 张岩松 李传欣 常玉宝

SHU XUE

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

数学. 基础版. 2 / 关革强,程敬松主编. —大连:大连理工大学出版社,2008. 4

中等职业教育基础类课程规划教材

ISBN 978-7-5611-4063-5

Ⅰ. 数…　Ⅱ. ①关…②程…　Ⅲ. 高等数学—高等学校:技术学校—教材　Ⅳ. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 043148 号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路 80 号　邮政编码:116023

发行:0411-84708842　邮购:0411-84703636　传真:0411-84701466

E-mail:dutp@dutp.cn　URL:http://www.dutp.cn

大连理工印刷有限公司印刷　　大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:185mm×260mm　　印张:9　　字数:199 千字

印数:1~3000

2008 年 4 月第 1 版　　2008 年 4 月第 1 次印刷

责任编辑:欧阳碧蕾　杨云　　责任校对:米青霞

封面设计:季　强

定　价:18.00 元

前言

《数学(基础版Ⅱ)》是中等职业教育基础类课程规划教材之一,也是《数学(基础版)》的第二分册。

数学是研究空间形式和数量关系的科学。随着现代科学技术和经济建设的高速发展,数学的思想、内容、方法和语言日益在科学技术、生产和生活中得到广泛应用,成为现代文化不可缺少的组成部分。因此,使学生在中等职业学校继续受到必要的数学教育,提高数学素养,对培养高素质劳动者和初、中级人才具有十分重要的意义。

为了适应中等职业学校培养应用型、复合型中等专门人材的需要,同时,为了适应中等职业教育的改革形势,为了能更好地将课程与实际教学相结合,我们编写了这套教材——《数学(基础版)》。本教材共两册,以"概念、定理适度掌握,强化实用,培养技能"为重点,充分体现了以应用为目标、以够用为度的中等职业教学基本原则;理论描述精确简练,具体讲解明晰易懂;很好地兼顾了中职各专业对数学知识的需要。本套教材的内容包括:集合、不等式、简单逻辑;幂函数、指数函数、对数函数;任意角的三角函数;加法定理及其推论 、正弦型曲线;反三角函数与简单的三角方程;空间图形;直线和二次曲线;数列;复数;排列、组合、二项式定理、概率初步等十个部分。每节后均有相应的习题,相应地增加了与实际应用相关的内容。

本教材具有以下特点:

强调数学概念与实际问题的联系,通过大量新颖的数学应用例题,使学生能体会到数学应用的可能性,从而更加明确学习数学的目的;

充分考虑中职学生的数学基础,较好地处理了初中数学与中职数学之间的过渡和衔接;

每章节后的习题量少简洁、对应性强,以便学生明确和掌握重点,理解和消化难点,及时复习巩固所学内容。

新世纪

《数学(基础版Ⅱ)》由关革强、程敬松任主编，其他作者参与了部分章节的编写。具体编写分工如下：第六章、第八章、第九章、第十章由关革强编写，第七章由程敬松编写。刘严老师、詹耀华老师审阅了全部书稿并提出了很多宝贵的意见和建议，在此谨致谢忱。

对于教材中存在的不足和错误之处，诚望读者批评指正。

所有意见和建议请发往：gzjckfb@163.com
联系电话：0411-84706231　84706104

编　者

2008 年 4 月

目　录

第 6 章 空间图形

6.1 平面

在平面几何里，我们研究的是在同一平面内的图形，即研究平面图形的基本性质及这些性质的应用. 但在现实生活中，我们遇到更多的是空间的物体，从这些空间物体抽象出来的点、线、面所组成的几何图形并不全在同一个平面上，例如，我们从火柴盒抽象出来的长方体，从圆罐头筒抽象出来的圆柱体，从足球抽象出来的球体等.

这种图形已不再是平面几何中所研究的平面图形，我们把这种由空间中的点、线、面组成的图形，叫做**空间**图形（或立体图形）. 显然，平面图形是由同一平面内的点、线组成的，平面图形是空间图形的一部分.

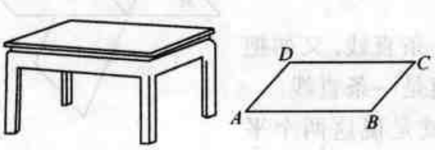
在这一章中，我们将学习空间图形的性质、画法及相关计算和应用.

6.1.1 平面的概念

常见的桌面、黑板面、平静的水面等，都给我们以“平面”的形象. 但这和几何里所说的平面不同，它们都只是平面的局部形象. 几何里的**平面是无限延展而没有边界的**. 实际中我们所见到的“平面”都是有边界的，只有想象它们无限延展，才能得到几何中的平面，但是我们不可能把一个无限延展的平面画在纸上，通常我们用平行四边形表示平面.

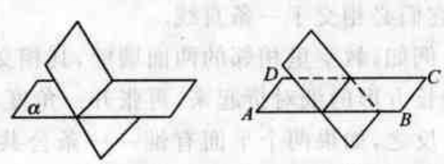
如图 6-1 所示，当我们从适当的角度和距离观察一个桌面的水平面时，就会感到它很像平行四边形. 因此，我们通常用平行四边形来表示水平放置的平面，而且把平行四边形的锐角画成 45°，横边画成水平方向，且等于邻边的 2 倍. 而平面处于其他位置时，只要画成平行四边形就可以了.

当一个平面的一部分被另一个平面遮住时，应把被遮部分的线段画成虚线或不画，以增强图形的立体感（图 6-2）.



(a) (b)

图 6-1



(a) (b)

图 6-2

一个平面常用一个小写希腊字母来表示,如平面 α(图 6-2(a)),也可以用表示平面的平行四边形顶点的字母来表示,如平面 $ABCD$ 或平面 AC(图 6-2(b)).

6.1.2 平面的基本性质

同学们,当你骑着自行车上学到学校停车场,把自行车的支架放下,支在地面上,为什么车子会稳当地停在地面上?而当我们放学时,把教室的门锁上时,为什么门会固定在墙上?这就是我们要研究的平面的基本性质.

在社会实践中,人们经过长期的观察与总结,得出了关于平面的三个性质.我们把它们称做**公理**,作为进一步推证空间图形其他性质的基础.

公理 1 如果一条直线上有两个点在一个平面内,那么这条直线上所有的点都在这个平面内(图 6-3).

这时,我们称**直线在平面内**,或者说**平面通过直线**.

这条公理是判定直线是否在平面内的依据,同时又可以作为检验一个面是否"平"的标准.例如,买木制尺时,为了检验尺子是否直,可以把尺子的直边放在很平的玻璃面上,观察尺边与玻璃面之间有没有空隙,就可以知道尺子是否直了;木工为了检验刨过的木板是否已经"平",把角尺放在木板上,并且任意移动角尺的位置,观察尺边与木板之间是否处处密合,就可以判断木板是不是已经刨平了(图 6-4).

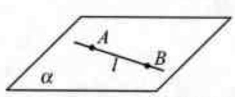


图 6-3

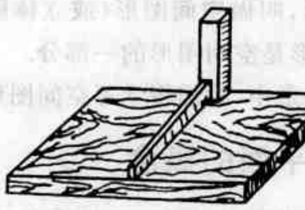


图 6-4

直线和平面都可以看做是点的集合,因此,我们可以用集合的符号表示点、线、面的相互关系.例如:点 A 在直线 l 上,记做 $A\in l$;直线 l 外的一点 P,记做 $P\notin l$;点 B 在平面 α 上,记做 $B\in$ 平面 α;而 $l\subset$ 平面 α,则表示直线 l 在平面 α 内.否则,就说直线 l 在平面 α 外,记做 $l\not\subset\alpha$.

公理 1 也可以用符号表示为 $A\in l, B\in l, A\in\alpha, B\in\alpha\Rightarrow l\subset\alpha$.

公理 2 如果两个平面有一个公共点,那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线(图 6-5).

这条公理揭示了两个平面相交的重要特征:如果两个平面相交,它们必相交于一条直线.

例如,教室里相邻的两面墙壁,其相交处是一条直线.又如把一张长方形的纸对折起来,再张开一角度,其折痕是一条直线.

反之,如果两个平面有惟一一条公共直线,就是说这两个平面相交,交线就是它们的公共直线.

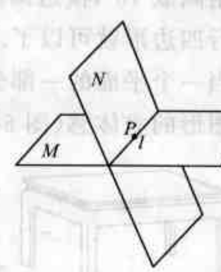


图 6-5

如图 6-5 所示，平面 M 与平面 N 相交，交线为 l，记做

$$\text{平面 } M\cap \text{平面 } N=l.$$

公理 2 也可以用符号表示为

$$P\in M\cap N\Rightarrow M\cap N=l \text{ 且 } P\in l.$$

公理 3　经过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面(图 6-6).

这条公理可以简单地说成“不共线的三点确定一个平面”. 这里所谓“确定”是指经过这三个点的平面“存在”而且“惟一”的意思. 例如，一扇门用两个合页和一把锁固定，门也就固定在惟一的位置上了.

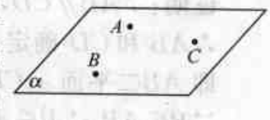


图 6-6

过不在一条直线的三点 A、B、C 的平面，可记做“平面 ABC”.

根据上述公理，可以得出下面三条推论：

推论 1　经过一条直线和这条直线外的一点，确定一个平面(图 6-7(a)).

如图 6-7(b)所示，设 A 是直线 l 外的一点，在 l 上任取两点 B、C，根据公理 3，不共线的三点确定一个平面，所以 A、B、C 可以确定一个平面，设为 α.

图 6-7

因为直线 l 上有两个点 B 和 C 在平面 α 内，所以根据公理 1，直线 l 在平面 α 内，即平面 α 经过 l 和 l 外一点 A(**存在性**).

根据公理 3，经过不公线的三点 A、B、C 的平面只能有一个，所以经过直线 l 与 l 外一点 A 的平面 α，也只能有一个(**惟一性**).

即直线和直线外的一点确定一个平面.

推论 1 可以用符号表示为

$$A\notin l\Rightarrow \text{有且只有一个平面 } \alpha, \text{使 } A\in\alpha, l\subset\alpha.$$

类似地，可以得出另外两个推论：

推论 2　两条相交直线确定一个平面(图 6-8).

推论 2 可以用符号表示为

$$a\cap b=A\Rightarrow \text{有且只有一个平面 } M, \text{使 } a\subset M, b\subset M.$$

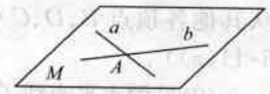


图 6-8

推论 3　两条平行直线确定一个平面(图 6-9).

推论 3 可以用符号表示为

$$c /\!/ d\Rightarrow \text{有且只有一个平面 } N, \text{使 } c\subset N, d\subset N.$$

例 6-1　求证平行四边形一定是平面图形.

已知：▱$ABCD$(图 6-10).

求证：AB、BC、CD、DA 四条边共面①.

---

①　空间的几个点和几条直线，如果在同一个平面内，称做“共面”，否则说它们“不共面”.

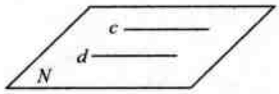


图 6-9

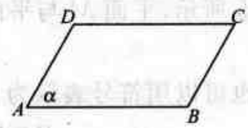


图 6-10

证明:∵ $AB // CD$,

∴ AB 和 CD 确定一个平面 α(根据推论 3).

即 $AB \subset$ 平面 α, $CD \subset$ 平面 α,

∵ $B \in AB$, ∴ $B \in$ 平面 α.

∵ $C \in CD$, ∴ $C \in$ 平面 α.

∴ $BC \subset$ 平面 α(根据公理 1).

同理 $AD \subset$ 平面 α.

∴ AB、BC、CD、DA 四条边共面.

6.1.3 空间图形在平面上的表示方法

为了能用平面图形把一个空间图形表示出来,我们需要会画空间图形的直观图(图 6-11). 这种直观图虽不是空间图形的真实形状,却有较强的立体感. 为此,我们需要首先学习水平放置的平面图形的直观图画法.

下面举例说明这种水平放置的平面图形的一种常用画法.

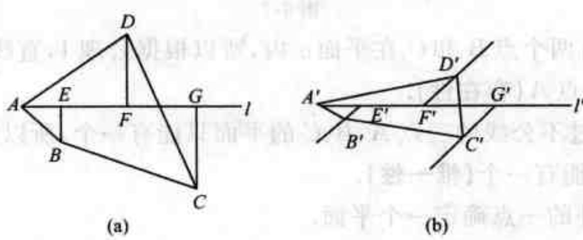


图 6-11

例 6-2 画水平放置的任意四边形的直观图(图 6-11).

画法:(1)在已知任意四边形 $ABCD$ 中,过点 A 做水平直线 l,以此作为水平基准线. 从其他各顶点 B、D、C 分别做 l 的垂线 BE、DF、CG(称为竖直线),垂足分别为 E、F、G(图 6-11(a)).

(2)另做水平直线 l',在 l' 上取一点为 A',并依次截取 $A'E'=AE$, $E'F'=EF$, $F'G'=FG$.

(3)过 E', F', G' 分别做与 l' 正向成 45° 角的直线,并在这些直线上按照 EB、FD、GC 原有的方向分别截取 $E'B'=\frac{1}{2}EB$, $F'D'=\frac{1}{2}FD$, $G'C'=\frac{1}{2}GC$.

(4)依次连结 $A'B'$、$B'C'$、$C'D'$、$D'A'$,则 $A'B'C'D'$ 就是四边形 $ABCD$ 水平放置后的直观图(图 6-11(b)).

注意:直观图画成之后,应将辅助线擦去.

这个例题中画直观图的方法,叫做**斜二测画法**. 画法规则如下:

(1)选择已知图形的水平方向线段(也可以根据图形位置做一条辅助的水平线段);

(2)凡水平方向的线段仍画成水平方向,其长度不变(即实长);

(3)凡与水平方向线段垂直的线段画成与水平方向成45°(或135°)角的线段,其长度画成实长的一半.

习题 6.1

1. 填空:

(1)若一条直线上有________点在平面内,则这条直线在平面内;

(2)有一个公共点的两个平面交于________直线;

(3)________三点确定一个平面.

2. 用集合符号表示下列语句,并画出满足条件的图形:

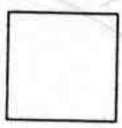
(1)点 A 在平面 α 内,点 B 在平面 α 外;

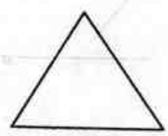
(2)直线 l 经过平面 α 外的一点 M,并且与平面 α 相交于点 N;

(3)直线 l 在平面 α 内,又在平面 β 内,即平面 α 与平面 β 相交于直线 l.

3. 过一个点可以做多少个平面? 过两个点呢? 过一条直线上的三个点可做多少个平面?

4. 画水平放置的正方形、正三角形的直观图.


(a)


(b)

(第4题)

6.2　空间两条直线的位置关系

6.2.1　位置关系

由前面所学的公理3的推论可以知道,在同一平面内的两条直线①的位置关系只有两种:平行或相交.

空间的两条直线,还有没有另外的位置关系呢?

观察正方形模型(图6-13),我们会发现它的各棱所在直线有着不同的位置关系.

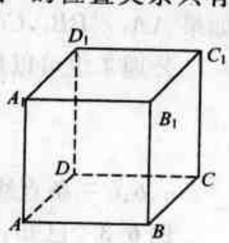


图 6-13

例如 $A_1B_1 /\!/ AB$,这是平行关系,BB_1 与 B_1C_1 交于 B_1 点,这是相交关系.

这是在平面几何中学过的情形,其中 A_1B_1 与 AB、BB_1 与 B_1C_1 都分别在同一个平面内.各棱所在的直线有没有别的位置关系呢? 不难发现直线 AB 与

---

① 本书中没有特别说明的"两条直线(平面)",均指不重合的两条直线(平面).

B_1C_1 它们既不相交也不平行，这表明它们不在同一平面内，这种位置关系在平面几何中我们没有遇到过.

我们把**不同在任何一个平面内的两条直线叫做异面直线**，显然，两条异面直线是既不平行又不相交的.

空间的两条直线有以下三种位置关系：

(1)相交直线：在同一个平面内，有且只有一个公共点；

(2)平行直线：在同一个平面内，没有公共点；

(3)异面直线：不同在任何一个平面内，没有公共点.

画异面直线时，为了显示出不共面的特点，要把两条直线画在不同的平面内，而且不相交也不平行，如图 6-14 所示. 而图 6-15 则不能明显地表示 a 与 b 的异面关系.

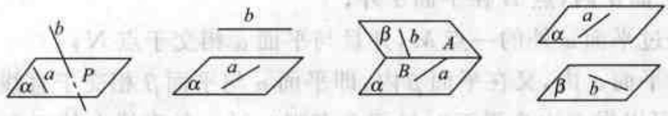


图 6-14

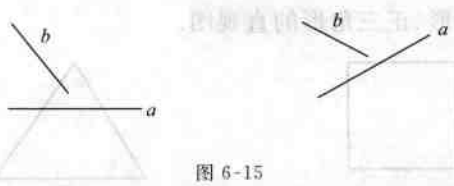


图 6-15

从图 6-14 可以得出一个一般性结论：**与平面相交的一条直线，和平面内不经过这个交点的直线是异面直线.**

6.2.2 平行直线

在平面几何里，我们知道平行于同一条直线的两条直线互相平行. 对于空间的三条直线，实际上也有同样的性质，我们把它作为公理.

公理 4　平行于同一条直线的两条直线互相平行.

这个公理也称做**"平行线公理"**或**"平行线传递性公理"**. 例如，在三棱镜中的三条棱，如果 $AA_1 /\!/ BB_1$，$CC_1 /\!/ BB_1$，则必有 $AA_1 /\!/ CC_1$(图 6-16).

公理 4 也可以用符号表示为

$$\left.\begin{array}{l} a /\!/ b \\ c /\!/ b \end{array}\right\} \Rightarrow a /\!/ c.$$

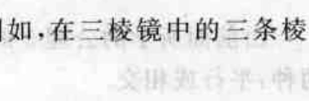


图 6-16

a、b、c 三条直线两两平行，可表示为 $a /\!/ b /\!/ c$.

例 6-3　已知：如图 6-17 所示，四边形 $ABCD$ 是空间四边形(四个顶点不共面的四边形)，其各边中点分别是 E、F、G、H. 求证：E、F、G、H 四点共面.

证明：如图，连结 BD、EH、FG.

$\because EH$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线，

$\therefore EH /\!/ BD$.

同理 $FG /\!/ BD$.

$\therefore EH /\!/ FG$(公理 4).

EH、FG 在平面 EG 内(推论 3).

$\therefore E$、F、G、H 在同一平面内.

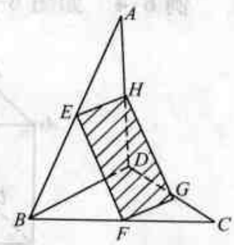


图 6-17

在平面几何中,我们知道"如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行,那么这两个角相等或互补".在空间图形中,同样有下述定理:

等角定理 **如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行并且方向相同,那么这两个角相等.**

推论 如果两条相交直线和另两条相交直线分别平行,那么这两组直线所成的锐角(或直角)相等.

6.2.3 两条异面直线所成的角

在平面几何中,对于两条相交直线,我们可以用它们交角的大小来确定相互位置关系;对于两条平行线,我们可以用它们之间的距离来确定相互位置关系.对于不同在一个平面内的两条异面直线,如何确定它们之间的位置关系呢?

如图 6-18(a)所示,直线 a、b 是异面直线,经过空间任意一点 O,分别引直线 $a' /\!/ a$, $b' /\!/ b$. 我们把直线 a' 和 b' 所成的锐角(或直角)叫做**两条异面直线所成的角**(图 6-18(b)).

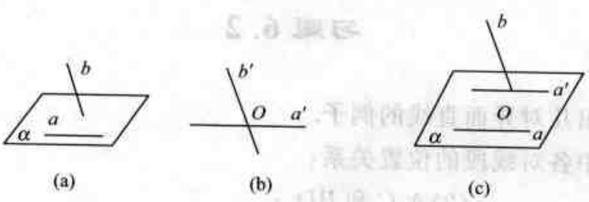


图 6-18

由等角定理可知,异面直线 a 与 b 所成的角的大小,与 O 点的位置无关,所以通常可在两条异面直线 a、b 中的任意一条,如 b 上,选取一点 O,在平面 α 内经过 O 点做一直线 a' 与 a 平行,如图 6-18(c)所示,则 a' 与 b 所成的锐角(或直角)就是异面直线 a 与 b 所成的角.

两条异面直线所成的角 θ 变化范围是 $0° < \theta \leqslant 90°$.

异面直线互相垂直 如果两条异面直线所成的角是直角,则称这**两条异面直线互相垂直**.

如图 6-19 所示,在正方体中,A_1A 和 B_1C_1 是互相垂直的两条异面直线.

异面直线的公垂线 和两条异面直线都垂直而且都相交的直线,叫做这**两条异面直线的公垂线**.公垂线在两条异面直线之间的部分,叫做**这两条异面直线的公垂线段**.异面直线公垂线段的长度叫做两条异面直线的距离.如图 6-19 所示,A_1D_1 是异面直线 A_1A 与 C_1D_1 的公垂线段,A_1D_1 的长是 A_1A 与 C_1D_1 间的距离.

例 6-4 如图 6-20 所示，在正方体中，求 CC_1 与 A_1B 所成的角的度数.

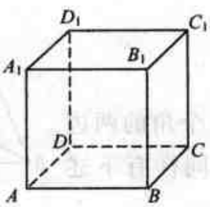


图 6-19

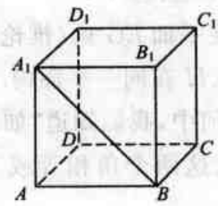


图 6-20

分析：欲求异面直线 CC_1 与 A_1B 所成的角，关键是根据定义，把异面直线的问题转化为共面直线的问题，容易知道 $BB_1 /\!/ CC_1$，所以$\angle A_1BB_1$ 就是异面直线 A_1B 与 CC_1 所成的角.

解：$\because$ 正方体的侧面 BC_1 是正方形，

$\therefore BB_1 /\!/ CC_1$.

$\therefore \angle A_1BB_1$ 就是异面直线 CC_1 与 A_1B 所成的角.

$\because A_1B_1 = BB_1$，$\angle A_1B_1B$ 是直角，

$\therefore \angle A_1BB_1 = 45°$.

即　CC_1 与 A_1B 所成的角为 $45°$.

习题 6.2

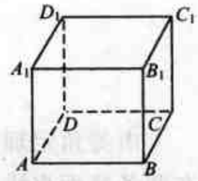
1. 在教室里找出几对异面直线的例子.

2. 说出正方体中各对线段的位置关系：

(1)AB 和 CC_1；　(2)A_1C 和 BD_1；

(3)A_1A 和 CB_1；　(4)A_1C 和 CB_1；

(5)A_1B_1 和 DC；　(6)BD_1 和 DC.

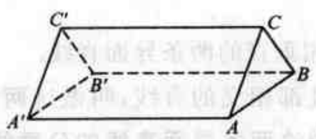


(第 2 题)

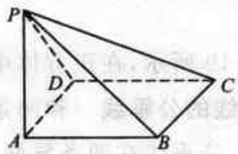
3. 四条线段依次首尾相接，所得封闭图形一定是平面图形吗？举例说明.

4. 如图，AA'、BB'、CC'不共面，且 $BB' \underline{/\!/} AA'$，$CC' \underline{/\!/} AA'$. 求证：$\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

5. 如图，P 是矩形 $ABCD$ 所在平面外一点，$PA \perp BC$，PD 与 BC 成 $45°$角，$PA=12$，求 AD 的长.



(第 4 题)



(第 5 题)

6.3　直线和平面的位置关系

6.3.1　直线与平面平行的判定和性质

用一支铅笔作为直线，课本作为平面，可以摆出它们的不同位置关系. 通过观察直线和平面公共点的情况，可以发现它们的位置关系有且只有下面三种：

(1)直线和平面有两个公共点，则称**直线在平面内**，这时直线与平面有无数个公共点；

(2)直线和平面有且只有一个公共点，则称**直线和平面相交**；

(3)直线和平面没有公共点，则称**直线和平面平行**.

这三种位置关系的画法通常如图 6-21 所示：

图 6-21(a)表示直线 a 在平面 α 内，写做 $a\subset$平面 α. 这时直线 a 应画在表示平面 α 的平行四边形内.

图 6-21(b)表示直线与平面相交，写做 $a\cap$平面 $\alpha=A$. 这时直线 a 最好有一部分画在表示平面 α 的平行四边形的外面，交点要用字母标明.

图 6-21(c)表示直线和平面平行，写作 $a//$平面 α，通常直线 a 要画在表示平面 α 的平行四边形之外，并且画成与表示平面 α 的平行四边形的一边平行.

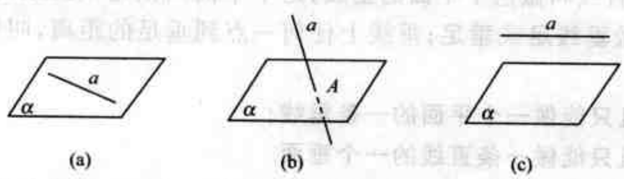


图 6-21

至此，我们不难知道，除直线在平面内的情形外，空间的直线与平面，不平行就相交. 我们把直线和平面相交或平行的两种情况，统称为**直线在平面外**，记做 $a\not\subset$平面 α.

判定直线和平面平行，除了根据定义外，还有下面的定理：

直线和平面平行的判定定理　如果平面外的一条直线和这个平面内的一条直线平行，那么这条直线就和这个平面平行.

即　如果 $a\not\subset$平面 α，$b\subset$平面 α，$a//b$(图 6-22).

那么 $a//$平面 α.

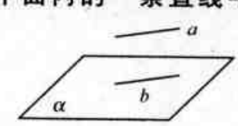


图 6-22

这个定理的应用非常广泛. 例如木工在钉黑板粉笔槽时，要使木条与地面平行，只要木条与墙脚线平行就可以了. 这样就把直线和平面的平行关系，转化成直线间的平行关系，从而简化了判定过程.

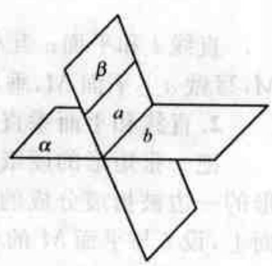


图 6-23

直线和平面平行的性质定理　如果一条直线和一个平面平行，并且经过这条直线的平面和这个平面相交，那么这条直线就和交线平行.

即　如果 $a//$平面 α，$a\subset$平面 β，$\alpha\cap\beta=b$(图 6-23)，

那么 $a//b$.

例 6-5 证明空间四边形相邻两边中点的连线，平行于经过另外两边的平面.

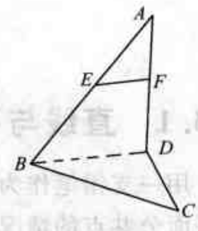


图 6-24

已知：空间四边形 $ABCD$ 中，E 和 F 分别是 AB 和 AD 的中点(图 6-24).

求证：$EF /\!/$ 平面 BCD.

证明：连结 BD.

$\because AE=EB, AF=FD$,

$\therefore EF /\!/ BD$.

又 $\because BD \subset$ 平面 BCD，$EF \not\subset$ 平面 BCD.

$\therefore EF /\!/$ 平面 BCD.

6.3.2 直线与平面垂直的判定和性质

1. 直线与平面垂直的定义

我们常见的电线杆、旗杆、工厂的烟囱、房屋的立柱与地面、下垂的电线与天花板，都给我们以直线和平面垂直的形象.

如果一条直线和一个平面内的任何一条直线都垂直，那么我们称**这条直线和这个平面互相垂直**；这条直线叫做这个**平面的垂线**；这个平面叫做这条**直线的垂面**；平面的垂线与平面的交点叫做**垂线足或垂足**；垂线上任何一点到垂足的距离，叫做**这点到平面的距离**. 并且

经过一点能且只能做一个平面的一条垂线；

经过一点能且只能做一条直线的一个垂面.

画直线和平面垂直时，竖直的直线 l 要画成与表示平面 α 的平行四边形的横边垂直；水平的直线 a 要画成与表示平面 α 的平行四边形的纵边垂直，并且使直线的一部分伸出平行四边形的外部，再用字母标明垂足，如图 6-25 所示.

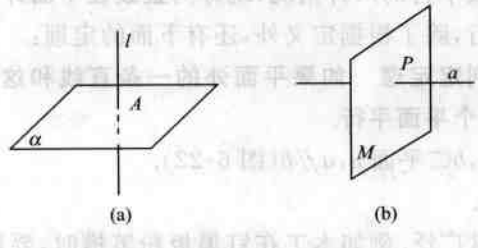


图 6-25

直线 l 和平面 α 互相垂直，写做 $l \perp$ 平面 α，垂足为 A(图 6-25(a)). 直线 a 垂直于平面 M，写做 $a \perp$ 平面 M，垂足为 P(图 6-25(b)).

2. 直线和平面垂直的判定

把一张矩形的硬纸板对折后，设 l 是折痕. 矩形被折痕分成的两个面分别为 α 和 β，矩形的一边被折痕分成的两段分别是 a 和 b. 如图 6-26 所示，将对折后的硬纸板竖立在桌面上，设 l 与平面 M 的交点为 P. 我们固定 l，让面 α、β 绕 l 转动. 如果保持 a、b 始终贴紧桌面 M，显然，不论 α、β 转到什么位置(α、β 不重合)，折痕 l 始终与 a、b 都垂直. 这说明直线 l 与平面 M 内的任何一条直线都垂直，所以直线 l 也就垂直于平面 M.