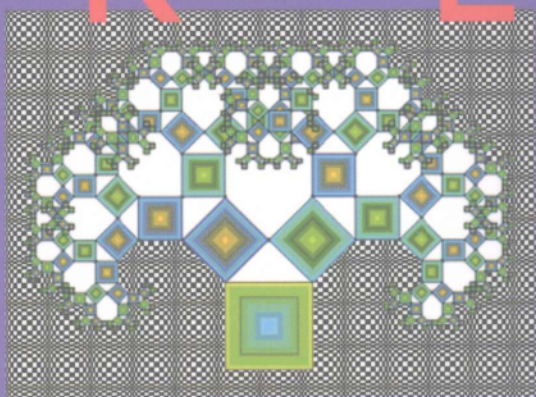


理科

华东师范大学 第二附属中学 校本课程

华东师范大学第二附属中学 主编



数学美之旅

陈双双 编著



华东师范大学出版社



ISBN 978-7-5617-6178-6



9 787561 761786 >

定价: 480.00元

www.ecnupress.com.cn

华东师范大学 第二附属中学 校本课程

华东师范大学第二附属中学 主编

数学美之旅

陈双双 编著



华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

华东师范大学第二附属中学校本课程. 理科/华东师范大学第二附属中学主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2008

ISBN 978-7-5617-6178-6

I. 华… II. 华… III. 理科(教育)—课程—中学—教材
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 099464 号

华东师范大学第二附属中学校本课程(理科)

主 编 华东师范大学第二附属中学
责任编辑 李 艺
装帧设计 高 山

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
电话总机 021-62450163 转各部门 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537(兼传真)
门市(邮购)电话 021-62869887
门市地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 址 www.ecupress.com.cn

印 刷 者 浙江临安曙光印务有限公司
开 本 700×1000 16 开
印 张 185.75
字 数 2902 千字
版 次 2008 年 9 月第一版
印 次 2008 年 9 月第一次
书 号 ISBN 978-7-5617-6178-6/G·3582
定 价 480.00 元

出 版 人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

目录

第一章 美之起始 / 1

第一节 数学是什么 / 1

第二节 美是什么 / 4

第三节 数学美之含义 / 9

第二章 数字之美 / 14

第一节 计数之美 / 14

第二节 数系之美 / 19

第三节 趣数之美 / 24

第三章 图形之美 / 32

第一节 欧氏之雅 / 32

第二节 非欧之奇 / 38

第三节 坐标之形 / 44

第四章 符号之美 / 49

第一节 符号之览 / 49

第二节 等式之美 / 53

第三节 不等之感 / 57

第五章 理性之美 / 62

第一节 逻辑之理 / 62

第二节 定理之魅 / 67

第三节 方法之魂 / 73

第六章 应用之美 / 78

第一节 数学与文史 / 78

第二节 数学与艺术 / 82

第三节 数学与科技 / 88

第七章 美无止境 / 94

第一节 常数之美 / 94

第二节 变量之美 / 100

第三节 无限之美 / 107

参考书目 / 112

附录 华东师范大学第二附属中学校本课程(理科) / 117

第一章 美之起始

自人类具有意识以来,美就成为人们持之以恒的不懈追求;自从人类屈指计数开始,数学作为文明之光就一直照亮着社会进化发展的漫长路。数学和美与人类相伴相随,源远流长。现在,让我们一起来亲历一次“数学美之旅”吧!

第一节 数学是什么

数学(英语:mathematics;希腊语:μαθηματικά)一词源自于古希腊语的 μάθημα(máthēma),有学习、学问和科学的意思。古希腊时期,数学曾经是算术、几何、天文学和音乐这四门学科的总和,处于一种比语法、修辞和辩证法这三门学科更高的地位。若仅从汉语的字面角度理解,该词的意思即为“数的学问”,但这样的解释显然不能令人满意。

数学是什么?如何给数学下定义?古往今来,众说纷纭。下面列举一些数学家、哲学家给出的不同说法。

1. “万物皆数”说

数统治着宇宙。

——毕达哥拉斯(Pythagoras,约前 580~约前 500,古希腊)

2. “哲学”说

新的思想家虽说是为了其他事物而研究数学,但他们却把数学和哲学看作是相同的。

——亚里士多德(Aristoteleḥ,前 384~前 322,古希腊)

3. “符号”说

算术符号是文字化的图形,而几何图形则是图像化的公式;没有一个数学家能缺少这些图像化的公式。

——希尔伯特(David Hilbert, 1862~1943,德国)

4. “逻辑”说

数学为其证明所具有的逻辑性而骄傲,也有资格为之骄傲。

——科尔(Frank Nelson Cole, 1861~1926,美国)

5. “科学”说

数学,科学的皇后;数论,数学的皇后。

——高斯(Carl Friedrich Gauss, 1777~1855,德国)

6. “工具”说

它是一个知识工具,比任何其他由于人的作用而得来的知识工具更为有力,因为它是所有其他知识工具的源泉。

——笛卡儿(René Descartes, 1596~1650, 法国)

7. “直觉”说

数学构造之称为构造,不仅与这种构造的性质本身无关,而且与数学构造是否独立于人的知识,与人的哲学观点都无关,是一种超然的先验知觉。

——布劳维(Brouwer, 1881~1966, 荷兰)

8. “集合”说

今日数学以集合论为基础,每一个数学概念都用集合来描述,并且所有的数学关系都被表示为某种集合之间的链锁式的成员资格关系。

——克利奇

9. “结构”说

数学是研究抽象结构的理论。

——布尔巴基学派(Bourbaki, 法国)

10. “模型”说

数学的本质就是研究相关模式的最显著的实例。

——怀特海(Alfred North Whitehead, 1861~1947, 英国)

11. “活动”说

数学是人类的一种活动。

——塞尔(Jean-Pierre Serre, 1926~ , 法国)

12. “精神”说

数学是一种精神,特别是理性的精神,能够使得人类的思维得以运用到最完美的程度。

——克莱因(Morris Kline, 1908~ , 美国)

13. “审美”说

哪里有数,哪里就有美。

——普洛克洛(Proklos, 410~485, 古罗马)

14. “艺术”说

数学是一种别具匠心的艺术。

——保罗·哈尔莫斯(Paul Halmos, 1916~2006, 美国)

15. “定义”说

数学是定义的科学。

——怀特(W. F. White)

16. “语言”说

数学是现实中优于任何普通语言的最完美的语言。

——迪尔曼(C. Dillmann)

17. “玄学”说

数学是真实的玄学体系。

——汤姆生(Joseph John Thomson, 1856~1940, 英国)

18. “技巧”说

数学是各式各样的证明技巧。

——维特根斯坦(Ludwig Wittgenstein, 1889~1951, 英国)

19. “创新”说

在大多数科学里,一代人要推倒另一代人所修筑的东西,一代人所树立的另一个人要加以摧毁,只有数学,每一代人都能在旧建筑上增添一层楼。

——汉克尔(Hermann Hankel, 1839~1873, 德国)

20. “文化”说

数学是一种不断进化的文化。

——魏尔德(R. L. Wilder, 美国)

除了上述列举的一些数学家、哲学家对数学的形形色色的定义以外,还有一些我们比较熟悉的对于“数学是什么”的回答,如:“数学是锻炼思维的体操”;“数学是解决‘问题’的各种思想与智力技巧的集合体”;“数学是而且将总是一门被看作关系系统的序的科学”;华东师大教授张奠宙先生曾经说过的“数学是一门关系学”等等。

恩格斯从辩证唯物主义的理论出发,通过深刻分析数学的起源和本质,精辟地作出了一系列对数学科学的论断。恩格斯指出:“数学研究的是物质及其运动的空间形式和数量关系。”“数和形的概念不是从其他任何地方,而是从世界中得来的。”现今的《中国大百科全书·数学卷》中“数学是研究现实世界中数量关系和空间形式的,简单地说,是研究数和形的科学”的数学定义,显然是脱胎于恩格斯关于数学的概括。

著名美籍德国数学家 R·库朗(Richard Courant, 1888~1972),在他与 H·罗宾合著的名著《数学是什么?》的序中,对数学给出了精彩的概括:数学,作为人类思维的表达形式,反映了人们积极进取的意志、缜密周详的推理及对完美境界的追求。它的基本要素是逻辑和直观、分析和构造、共性和个性。

现代数学日新月异,目前已经发展成为包括一百多个分支的庞大系统。数学已经不再是人们头脑中仅有的数和形的概念了。随着计算机的发明和技术的迅速提高,数学也进入了新的黄金时代,它包括了模式、结构和模拟现实世界这三个方面。

现在如果要用几句话给“数学是什么”作一个恰当的回答,绝非是一件易事。这关键决定于看这个问题的角度。对“数学”的认识,我们应从一元论趋于多元论。从数学学科的本身来讲,数学是一门科学,这门科学有它的相对独立性,既不属于自然科学,也不属于人文、社会或艺术类科学。可以这样说,数学是一个多元化的综合产物——

从数学的学科结构看,数学是模型。

从数学的过程看,数学是推理与计算。

从数学的表现形式看,数学是符号。

从数学对人的指导看,数学是方法论。

从数学的价值看,数学是工具。

第二节 美 是 什 么



美的呈现



图 1-1 自然之美

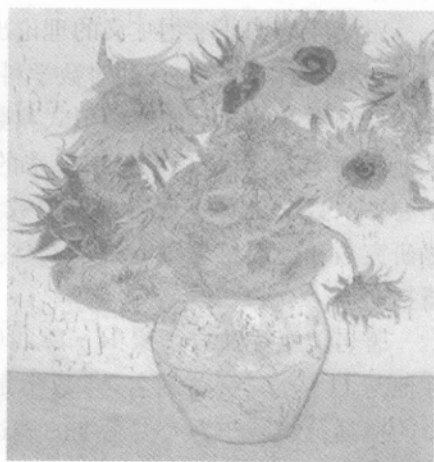


图 1-2 绘画之美



图 1-3 雕塑之美



图 1-4 建筑之美



图 1-5 书法之美



图 1-6 音乐之美



美的浏览

自古以来,对于“美是什么”的探讨,真可谓仁者见仁、智者见智,下面摘录一些名人关于“美”之名言,共赏。

1. “无害为美”说

夫美也者,上下、内外、大小、远近皆无害焉,故曰美。

——伍举(春秋)

2. “里仁为美”说

人而不仁如礼何,而不仁如乐何。

——孔子(前 551~前 479,春秋)

3. “美丑转化”说

天下皆知美之为美，斯恶已；皆知善之为善，斯不善已。

——老子(春秋)

4. “非乐”说

食必常饱然后求美，衣必常暖然后求丽，居必常安然后求乐。

——墨子(约前 468~前 376,春秋)

5. “充实之谓美”说

口之于味也，有同嗜焉；耳之于声也，有同听焉；目之于色也，有同美焉。

——孟子(约前 372~前 289,战国)

6. “无为”说

天地有大美而不言。

——庄子(约前 369~前 286,战国)

7. “内美外秀”说

纷吾既有此内美兮，又重之以修能。

——屈原(约前 340~约前 278,战国)

8. “质美不饰”说

其质至美，物不足以饰之。夫物之待饰而后行者，其质不美也。

——韩非(约前 280~前 238,战国)

9. “形式”说

一切之美皆形式之美也。

——王国维(1877~1927)

10. “数之和諧”说

美是数与数的和谐。

——毕达哥拉斯

11. “效用”说

每一件东西对于它的目的服务得很好，就是善的和美的，服务得不好，则是恶的和丑的。

——苏格拉底(Socrates, 前 469~前 399,古希腊)

12. “理念”说

美感是灵魂在迷狂状态中对美的理念的回忆。

——柏拉图(Platon, 前 427~前 347,古希腊)

13. “模仿”说

人对于模仿的作品总是感到快感。

——亚里士多德

14. “感觉”说

美不是事物本身的属性,它只存在于观赏者的心里,每一个人心见出一种不同的美。

——休谟(David Hume, 1711~1776,英国)

15. “关系”说

真正的美,即寓于关系的感受中的美。

——狄德罗(Denis Diderot, 1713~1784,法国)

16. “混乱认识”说

美是明晰的混乱的认识。

——莱布尼茨(Gottfried Wilhelm Von Leibniz, 1646~1716,德国)

17. “完善”说

美在于一件事物的完善,只要那件事物容易凭它的完善来引起我们的快感。

——沃尔弗(Christian Wolff, 1679~1754,德国)

18. “共通感”说

美是那没有概念而普遍令人喜欢的东西。

美是一个对象的合目的性的形式,如果这形式是没有任何一个目的的表现而在对象上被知觉到的话。

——康德(Immanuel Kant, 1724~1804,德国)

19. “理念感性”说

美是绝对理念的感性显现。

——黑格尔(Georg Wilhelm Friedrich Hegel, 1770~1831,德国)

20. “游戏”说

美是游戏冲动的对象,艺术是想象力在游戏中的自由活动。

——席勒(Johann Christoph Friedrich Von Schiller, 1759~1805,德国)

21. “生活”说

任何东西,凡是显示出生活或使我们想起生活的,那就是美的。

——车尔尼雪夫斯基(1828~1889,俄国)

22. “人的本质”说

美和艺术是真正的人的本质的现象或显示。

——费尔巴哈(Ludwing Andreas Feuerbach, 1804~1872,德国)

23. “劳动”说

劳动创造了美。

——马克思(Karl Marx, 1818~1883,德国)



美的鉴赏

对于“美”，如果从汉字构字方式解释为会意字，据说有两种说法：一是“羊大为美”，这与人类最早养羊的劳动有关；另一种是“羊人为美”，像是一个人头戴着羊角状，意为人混迹于兽群，伺机猎捕野兽，这也与劳动有关。这些都与马克思的“劳动创造了美”相吻合。

美的本质是什么？马克思主义认为，事物的本质表现为不同的层次。由此审视美，美的本质也是如此。具体地说，美的本质由表及里、从浅到深，主要表现为以下三个层次：

(1) 从本质论讲，美是主观的，即美是人的社会意识。

(2) 从根源论讲，美是客观的，即美源自于一种客观存在的审美价值，这种审美价值即客体与主体的统一。

(3) 从中介论讲，美是客观与主观的统一，即客观对象的审美价值符合人作为审美主体的审美观念，人作为审美主体就给予客观对象以美这样由衷的审美判断、审美评价。

我国著名美学家朱光潜(1897~1986)先生认为：“美是心借物的形象来表现情趣，是合规律性与合目的性的统一。”另一位美学家李泽厚(1930~)也进一步提出：“美是自由的形式：完好、和谐、鲜明。真与善、规律性与目的性的统一，这是美的本质和根源。”

这里提到了“真、善、美”之间的关系。归纳起来，大致可表现为以下三个方面：

(1) 真和善是美的基础，美必须具有真和善的品质。

(2) 真和善不等于美，因为客观规律(真)可能脱离人的实践和主体而独立存在，但美却不能离开人的实践和主体的功利目的(善)。

(3) 美是一种感性形象，具有真和善品质的感性形象表现即为美。

法国雕塑家罗丹说过“在我们的生活中不是缺少美，而是缺少发现”。由此可见，美是一种存在，一种客观的、自然的、社会的存在；美是一种意识，一种个人的意识，社会的意识。美是一种情趣，美是一种感受。

如果从哲学认识论的角度对美进行分类，可以划分为两大类型：现实美与艺术美。而现实美中又包含了自然美与社会美。

在现代，美学理论研究从美的产生发展，到美学的研究对象、范围，

美学研究的任务与方法,一直到审美对象、审美感受、审美实践等,已经发展成为一门独立完整的学科——美学。



美的链接

1. 《美学概论》——董学文主编,北京大学出版社 2003 年 2 月第 1 版。
2. 《美学概论》(第二版)——牛宏宝著,中国人民大学出版社 2007 年 6 月版。
3. 《身边的美学》——周莉等著,中国林业出版社 2004 年 1 月第 1 版。
4. 《破门而入——美学的问题与历史》——易中天著,复旦大学出版社 2006 年 8 月第 2 版。
5. 《数学中的美学方法》——徐本顺、殷启正著,大连理工大学出版社 2008 年 4 月第 1 版。



美的体验

通过书籍、网络资源,了解各种关于“美”的论述,汲取精华,观察身边的事物,结合自己的亲身经历,交流畅谈“美”的体验。

第三节 数学美之含义



美的呈现



图 1-7 螺线之美

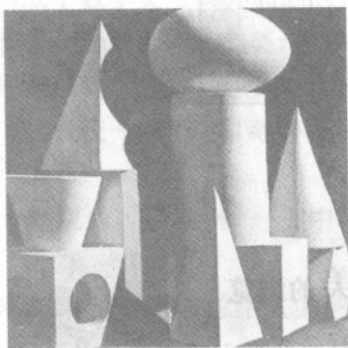


图 1-8 模型之美

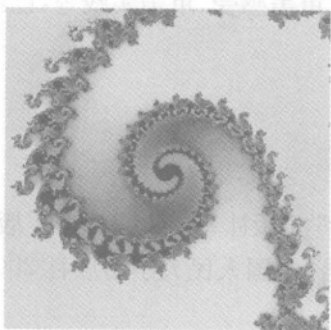


图 1-9 分形之美

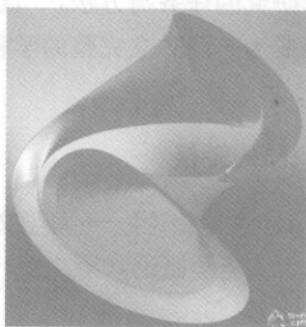


图 1-10 混沌之美

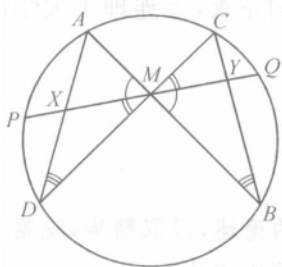


图 1-11 定理之美



图 1-12 符号之美

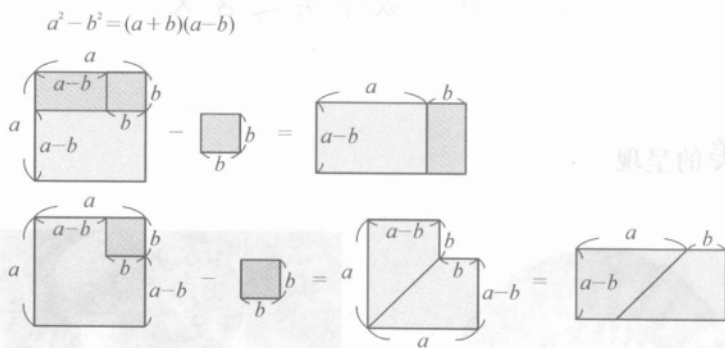


图 1-13 公式之美



美的浏览

对于数学中所蕴涵的美,古今数学家们均不吝赞美之辞,以下摘录一些,共赏。

数学是这个世界之美的原型。

——开普勒(Johannes Kepler, 1571~1630,德国)

数学,如果正确地看,不但拥有真理,而且也具有至高的美。

——罗素(Bertrand Russell, 1872~1970,英国)

数学能促进人们对美的特性——数值、比例、秩序等的认识。

——亚里士多德

审美、研究美的规律包括结构以及美所表现的具体形式,将来可以用某些数学方程和数学结构来作出精确的表述。美感是尚待发现和解答的某种未知的数学方程式。这方程式的变数很多,不同比例的配合可以变成不同种类的美感。

——李泽厚

数学中的发现与其说是一个逻辑问题,倒不如说它是神功所使,没有人懂得这种力量,但那种对美的不知不觉的认识必定起着重要的作用。

——莫尔斯(Samuel Finley Breese Morse, 1791~1872,美国)

算学中所谓美的问题,是指一个难以解决的问题;而所谓美的解答,则是指对于困难和复杂问题的简单回答。

——狄德罗



美的鉴赏

从哲学角度来看,数学美是人的本质力量通过宜人的数学思维结构的呈现。数学美是社会属性与物质属性的有机统一。其社会性构成了数学美内容方面的因素;其物质化构成了数学美形式方面的因素。

数学美就其内容来看,可分为结构美、语言美和方法美;如果按照数学美的形式,可将其分为形态美和神秘美,它们通常又可以细分为简洁美(抽象美、符号美等)、和谐美(对称美、统一美等)和奇异美(有限美、神秘美等)。

张奠宙先生在《数学学科德育——新视角·新案例》一书中,把数学美分成了四个层次:

(1) 美观:数学对象以形式上的对称、和谐、简洁,总给人的感官带来美丽、漂亮的感受。

(2) 美好:数学上的许多东西,只有认识到它的正确性,才能感觉到它的“美好”。