



文登教育集团课堂用书
聚骄公司全心专业设计



传承辉煌的历史 **2009 版** 开启成功的未来

考研数学

基础过关500题

陈文灯 审订
世 华 主编

(理工类)

44
4-1

千题万题，离不开基础题
好题巧题，尽在500题
基础过关，立于不败

兴界图书出版公司

甜酸(91C)目録

传承辉煌的历史 **2009 版** 开启成功的未来

考研数学

基础过关500题

陈文灯 审订
世 华 主编

(理工类)

千题万题，离不开基础题
好题巧题，尽在500题
基础过关，立于不败

世界图书出版公司

图书在版编目(CIP)数据

考研数学基础过关 500 题. 理工类 / 世华主编. — 北京:
世界图书出版公司北京公司, 2007. 1

ISBN 978 - 7 - 5062 - 8166 - 9

I. 考... II. 世... III. 高等数学 - 研究生 - 入学考试 -
习题 IV. 013 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007) 第 019511 号

考研数学基础过关 500 题(理工类)

主 编: 世 华

责任编辑: 王志平

封面设计: 章 良

出 版: 世界图书出版公司北京公司

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(北京朝内大街 137 号 电话: 88861708 邮编: 100089)

销 售: 各地新华书店

印 刷: 北京忠信诚胶印厂

开 本: 787 × 1092 毫米 1/16

印 张: 13.25

字 数: 204 千字

版 次: 2008 年 2 月第 2 版 2008 年 2 月第 1 次印刷

ISBN 978 - 7 - 5062 - 8166 - 9/G · 248

定价: 21.50 元

服务热线: 010 - 88861708

前 言

考研数学复习离不开课本,因为课本承载了考研所需的全部基本原理和基础知识。但由于考生各自对教材的理解和运用水平不一样,因此课本还不可能成为考研数学的唯一复习用书。为了更好地运用好教材的基础知识和基本原理及定理,让考生尽快形成数学整体架构,为下一阶段的系统复习打牢基础,于是《考研数学基础过关 500 题》一书就应运而生。

本书本着精选精炼的原则,力求帮助读者在有限的时间内熟悉课本基础知识和基本原理的实际运用,熟悉常用的一些基本解题技巧。我们严格按照最新考试大纲要求对课本的相关知识点进行了题型化全面改造,试题难度呈梯度递增。有少部分题目来源于历年真题中综合性较强的经典题,更多的是笔者在长期教学实践中所应用的典型例题,这些题目已经过长期的推敲,对知识点的理解和运用具有很强的综合指导作用。

建议考生在使用本书时注意以下几点:

1. 先弄懂课本相关知识点,再使用本书作配套练习;
2. 应批判性地看待本书的解题思路和参考答案,多思考一下是否还有更好的和更简易的方法,这样一方面能活跃您的思维,另一方面能通过对题目的反复思考,提高对知识点的灵活运用能力;
3. 将易错的题目归纳总结,反复揣摩推敲,形成思维定势。读者如果能与《数学复习指南》(陈文灯主编)的相关解题思维定势和解题技巧对照查看,定有豁然开朗之成就感;
4. 对于看似简单的题也不能跳过,因为这些题对知识的串连及数学架构的形成具有较强的辅助作用,对这类题您可以尝试更灵活的解题思路。

题不在多,精练则灵。盲目的“题海战术”,非但不能提高解题速度和解题技巧,还会耗费考生宝贵的复习时间,更会影响考生对整体知识结构的把握。我们精心设计的这 500 题,它定会成为您高分的强力保障,更是您迈向考研坦途的第一步!值得一做!

最后衷心地预祝各位读者考出好成绩!

编 者
2008 年 2 月

目 录

第一篇 高等数学

一、选择题	(1)
二、填空题	(15)
三、解答题	(21)

第二篇 线性代数

一、选择题	(26)
二、填空题	(31)
三、解答题	(34)

第三篇 * 概率论与数理统计

一、选择题	(37)
二、填空题	(42)
三、解答题	(45)

参考答案 高等数学

一、选择题	(48)
二、填空题	(74)
三、解答题	(108)

参考答案 线性代数

一、选择题	(137)
二、填空题	(148)
三、解答题	(163)

参考答案 * 概率论与数理统计

一、选择题	(176)
二、填空题	(186)
三、解答题	(194)

第一篇 高等数学

一、选择题

1. 设 $g(x) = \int_{-1}^x f(u) du$, 其中 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 + \cos x}, & -1 \leq x < 0 \\ xe^{-x^2}, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$ 则 $g(x)$ 在 $(-1, 2)$ 内
- A. 无界 B. 递减 C. 不连续 D. 连续 【 D 】
2. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a, g(x) = \begin{cases} e^{f(\frac{1}{x})}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 则
- A. $x = 0$ 必是 $g(x)$ 的可去间断点
 B. $x = 0$ 必是 $g(x)$ 的第二类可去间断点
 C. $x = 0$ 必是 $g(x)$ 的连续点
 D. $g(x)$ 的连续性与 a 的取值无关 【 A 】
3. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 则在 $(-\infty, +\infty)$ 内
- A. 当 $f'(x)$ 为单调函数时, $f(x)$ 一定为单调函数
 B. 当 $f(x)$ 为单调函数时, $f'(x)$ 一定为单调函数
 C. 当 $f'(x)$ 为偶函数时, $f(x)$ 一定为奇函数
 D. 当 $f(x)$ 为奇函数时, $f'(x)$ 一定为偶函数 【 D 】
4. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则下列各式成立的是
- A. $\int_{-a}^a f^2(x) dx = 2 \int_0^a f^2(x) dx$ B. $\int_{-a}^a f(x^2) dx = 2 \int_0^a f(x^2) dx$
 C. $\int_{-a}^a xf(x^2) dx = 2 \int_0^a xf(x^2) dx$ D. $\int_{-a}^a xf^2(x) dx = 2 \int_0^a xf^2(x) dx$ 【 D 】
5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ 则 $x = 0$ 是 $f(x)$ 的一个
- A. 连续点 B. 可去间断点
 C. 第二类间断点 D. 跳跃间断点 【 D 】
6. 设函数 $f(x)$ 是在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续的单调增加的奇函数, $F(x) = \int_0^x (2t - x)f(x - t) dt$, 则 $F(x)$ 是
- A. 单调增加的非奇非偶函数 B. 单调减少的非奇非偶函数
 C. 单调增加的奇函数 D. 单调减少的奇函数 【 C 】
7. 已知 $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2 + bx - \ln(1 - 2x + x^2)}{x^2} = 5$, 则
- A. $a = -4, b = 2$ B. $a = 4, b = -2$

C. $a = 3, b = -2$

D. $a = -3, b = 2$

[B]

7. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)]$ 存在, $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - g(x)]$ 不存在, 则正确的是

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不一定存在

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ 不一定存在

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f^2(x) - g^2(x)]$ 必不存在

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 不存在

[D]

9. 设 $f(x) = e^{x^2}$, $f[\varphi(x)] = 1 + x$, 且 $\varphi(x) \geq 0$, 则 $\varphi(x)$ 在其定义域内是

A. 有界函数

B. 周期函数

C. 单调增加函数

D. 单调减少函数

[C]

10. 曲线 $y = \frac{1 - e^x}{x + e^x}$

A. 有一条渐近线

B. 有两条渐近线

C. 有三条渐近线

D. 没有渐近线

[B]

11. 设线性无关的函数 y_1, y_2, y_3 都是非齐次线性微分方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ 的解, c_1, c_2 是任意常数, 则该方程的通解为

A. $c_1 y_1 + c_2 y_2 + y_3$

B. $c_1 y_1 + c_2 y_2 - (c_1 + c_2) y_3$

C. $c_1 y_1 + c_2 y_2 - (1 - c_1 - c_2) y_3$

D. $c_1 y_1 + c_2 y_2 + (1 - c_1 - c_2) y_3$

[D]

12. 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上连续的偶函数, 且 $|f(x)| \leq m$, 当 $x \in (-\infty, +\infty)$ 时成立, 则

$F(x) = \int_0^x t e^{-t^2} f(t) dt$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的

A. 有界偶函数

B. 无界偶函数

C. 有界奇函数

D. 无界奇函数

[B]

13. 设函数 $f(x) = \begin{cases} g(x) \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 且 $g(0) = g'(0) = 0$, 则 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处

A. 连续但不可导

B. 可导但 $f'(0) \neq 0$

C. 极限存在但不连续

D. 可微且 $df(x)|_{x=0} = 0$

[A]

14. 设 $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{3}{2}} \sin \frac{1}{\sqrt{x}}, & x > 0 \\ x^2, & x \leq 0 \end{cases}$, 则

A. $f(x)$ 有间断点 $x = 0$

B. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上处处可导, 但 $f'(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上不连续

C. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 但有不可导点

D. $f'(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续

[B]

15. 设 $f(x), \varphi(x)$ 在 $x = 0$ 某邻域内连续, 且当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) \sim x, \varphi(x) \sim x^2$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时,

$\int_0^{f(x)} f(t) \sin t dt$ 是 $\int_0^{\varphi(x)} t^2 \varphi(t) dt$ 的

A. 等价无穷小

B. 同阶但不等价无穷小

C. 低阶无穷小

D. 高阶无穷小

[C]

16. 设 $f(x) = \int_0^x \arctan(t-x)^2 dt, g(x) = \int_0^{\sin x} (3t^2 + t^3 \cos t) dt$, 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的

A. 高阶无穷小

B. 低阶无穷小

- C. 等价无穷小 D. 同阶而非等价无穷小 []
17. 设 $f(x), g(x)$ 在 x_0 不连续, 则
- A. $f(x) + g(x)$ 在 x_0 不连续, $f(x) \cdot g(x)$ 在 x_0 连续
 B. $f(x) + g(x)$ 和 $f(x) \cdot g(x)$ 在 x_0 都不连续
 C. $f(x) + g(x)$ 在 x_0 连续, $f(x) \cdot g(x)$ 在 x_0 不连续
 D. $f(x) + g(x)$ 和 $f(x) \cdot g(x)$ 在 x_0 的连续性不确定 [D]
18. 设 $f(x)$ 满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = -1$, 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln \cos x^2$ 是比 $x^n f(x)$ 高阶的无穷小量, 而 $x^n f(x)$ 是比 $e^{\sin^2 x} - 1$ 高阶的无穷小, 则正整数 n 等于
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 [A]
19. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续, 则
- A. 函数 $\int_0^x t^2 [f(t) + f(-t)] dt$ 必是奇函数
 B. 函数 $\int_0^x t^2 [f(t) - f(-t)] dt$ 必是奇函数
 C. 函数 $\int_0^x [f(t)]^3 dt$ 必是奇函数
 D. 函数 $\int_0^x f(t^3) dt$ 必是奇函数 [A]
20. 设 $f(x) = \frac{1}{2}(x + |x|)$, $g(x) = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ 则
- A. $f[g(x)] = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases}$ B. $g[f(x)] = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases}$
 C. $f[g(x)] = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ D. $g[f(x)] = \begin{cases} x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$ [C]
21. 设 $f(x)$ 为周期函数, 周期 $T = 10$, 且 $f'(8) = 3$, 则 $\lim_{k \rightarrow 0} \frac{k}{f(5k-2) - f(-2)}$ 为
- A. $\frac{1}{15}$ B. $-\frac{1}{15}$ C. 15 D. $\frac{3}{5}$ [A]
22. 设 α 是实数, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^\alpha} \cos \frac{1}{1-x}, & x > 1 \\ 0, & x \leq 1 \end{cases}$, $f(x)$ 在 $x = 1$ 处可导, 则 α 的取值为
- A. $\alpha < -1$ B. $-1 \leq \alpha < 0$ C. $0 \leq \alpha < 1$ D. $\alpha \geq 1$ []
23. 设方程 $x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n = 0$, (a_1, a_2, \dots, a_n 为常数), 且 $a_n < 0$, 则
- A. 不能确定方程是否有实根 B. 方程至少有一个正实根
 C. 方程至少有一个负实根 D. 方程没有实根 []
24. 方程 $5x - 2 - \int_0^x \frac{dt}{1+t^8} = 0$ 在区间 $(0, 1)$ 内实根的个数有
- A. 1 个 B. 2 个 C. 2 个以上 D. 无实根 []
25. 设 $f(x) = \min\{\sin x, \cos x\}$, 则 $f(x)$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上
- A. 只有 1 个不可导的点 B. 共有 2 个不可导的点
 C. 共有 3 个不可导的点 D. 没有不可导的点 []

26. 已知 $f(x)$ 具有二阶连续导数, $g(x)$ 为连续函数, 且 $f'(x) = \ln \cos x + \int_0^x g(x-t) dt$,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x} = -2, \text{ 则}$$

- A. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极大值点
- B. $x = 0$ 为 $f(x)$ 的极小值点
- C. $(0, f(0))$ 为曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- D. $x = 0$ 不是 $f(x)$ 的极值点, $(0, f(0))$ 不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

27. 设 $F(x) = g(x)\varphi(x)$, $\varphi(x)$ 在 $x = a$ 处连续但不可导, 又 $g'(a)$ 存在, 则 $g(a) = 0$ 是 $F(x)$ 在 $x = a$ 处可导的

- A. 充要条件
- B. 必要非充分条件
- C. 充分非必要条件
- D. 非充分非必要条件

28. 设 $y = f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上不恒为常数, 且连续可导, 如果 $f(0) = f(1)$, 则在 $(0, 1)$ 内

- A. $f'(x) \equiv 0$
- B. $f'(x) > 0$
- C. $f'(x) < 0$
- D. 在 $(0, 1)$ 内存在两点 ξ_1 和 ξ_2 , 使 $f'(\xi_1)$ 和 $f'(\xi_2)$ 异号

29. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 处

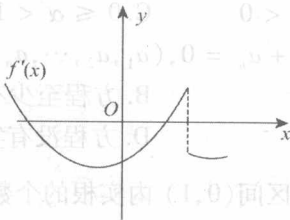
- A. 有连续的偏导数
- B. 可微
- C. 连续但偏导不存在
- D. 偏导存在但不连续

30. 若函数 $y = f(x)$ 在 x_0 处的导数不为零且不为 1, 则当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, 该函数在 $x = x_0$ 处的微分 dy 是

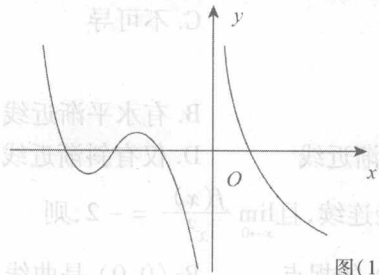
- A. 与 Δx 等阶无穷小
- B. 与 Δx 同阶无穷小
- C. 与 Δx 低阶无穷小
- D. 与 Δx 高阶无穷小

31. 设函数 $f(x)$ 连续, 其导函数 $y = f'(x)$ 图象如下, 则 $y = f(x)$

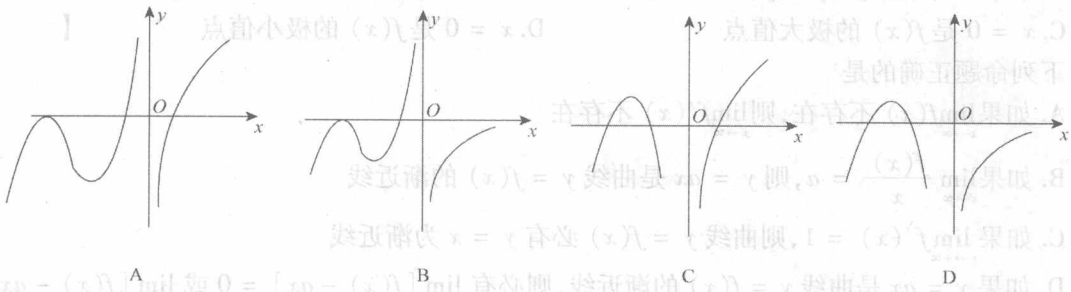
- A. 有两个极大值点, 一个极小值点, 一个拐点
- B. 有两个极大值点, 一个极小值点, 两个拐点
- C. 有一个极大值点, 两个极小值点, 一个拐点
- D. 有一个极大值点, 两个极小值点, 两个拐点



32. 设函数 $f(x)$ 在其定义域内可导, 若函数 $y = f(x)$ 的图形如图(1)所示, 则其导函数 $y = f'(x)$ 的图形应为



图(1)



33. 设 $f(x)$ 有二阶连续导数, 且 $f'(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = 1$, 则

- A. $f(x)$ 有极大值
- B. $f(0)$ 是 $f(x)$ 的极小值
- C. $(0, f(0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- D. $f(0)$ 不是 $f(x)$ 的极值, 点 $(0, f(0))$ 也不是曲线的拐点

34. 设 $f'(x_0) = 0, f''(x_0) > 0$, 则必定存在一个正数 δ , 使得

- A. 曲线 $y = f(x)$ 在 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 是凹的
- B. 曲线 $y = f(x)$ 在 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ 是凸的
- C. 曲线 $y = f(x)$ 在 $(x_0 - \delta, x_0]$ 单调减少, 在 $[x_0, x_0 + \delta)$ 单调增加
- D. 曲线 $y = f(x)$ 在 $(x_0 - \delta, x_0]$ 单调增加, 在 $[x_0, x_0 + \delta)$ 单调减少

35. 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的邻域内有定义, 且 $f(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 2$, 则 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处

- A. 不可导
- B. 可导且 $f'(0) = 0$
- C. 取极大值
- D. 不取极值

36. 设 $f(x) = \begin{cases} 2 - \cos x, & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 1, & x > 0 \end{cases}$ 则

- A. $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 但 $(0, 1)$ 不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- B. $x = 0$ 不是 $f(x)$ 的极值点, 但 $(0, 1)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- C. $x = 0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 且 $(0, 1)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
- D. $x = 0$ 不是 $f(x)$ 的极值点, $(0, 1)$ 也不是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

37. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 存在二阶导数, 且 $f(x) = -f(-x)$, 当 $x < 0$ 时有 $f'(x) < 0, f''(x) > 0$, 则当 $x > 0$ 时, 有:

- A. $f'(x) < 0, f''(x) > 0$
- B. $f'(x) > 0, f''(x) < 0$
- C. $f'(x) > 0, f''(x) > 0$
- D. $f'(x) < 0, f''(x) < 0$

38. $f(x)$ 在 x_0 处存在左、右导数, 则 $f(x)$ 在 x_0 点 【 () 】

A. 可导 B. 连续 C. 不可导 D. 不连续

39. 曲线 $y = (x+6)e^{\frac{1}{x}}$

A. 有铅直渐近线 B. 有水平渐近线

C. 既有铅直渐近线又有水平渐近线 D. 仅有斜渐近线 【 () 】

40. 已知函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = -2$, 则

A. $(0, -2)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点 B. $(0, 0)$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点

C. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点 D. $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点 【 () 】

41. 下列命题正确的是

A. 如果 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x)$ 不存在

B. 如果 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = a$, 则 $y = ax$ 是曲线 $y = f(x)$ 的渐近线

C. 如果 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 1$, 则曲线 $y = f(x)$ 必有 $y = x$ 为渐近线

D. 如果 $y = ax$ 是曲线 $y = f(x)$ 的渐近线, 则必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - ax] = 0$ 或 $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - ax] = 0$ 【 () 】

42. 函数 $f(x) = \int_0^x (1+t) \arctan(t^2-1) dt$

A. 无极值 B. 既有极大值, 又有极小值

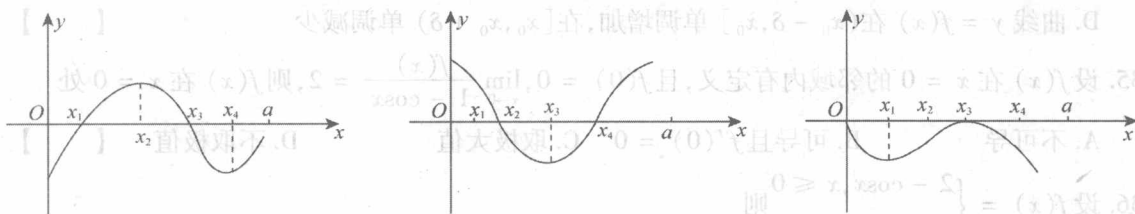
C. 仅有极大值 D. 仅有极小值 【 () 】

43. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $f'(x) + f(x) \neq 0$, 则 $f(x) = 0$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内

A. 至少有两个根 B. 仅有两个根

C. 仅有一个根 D. 至多有一个根 【 () 】

44. 设 $y = f(x)$ 在 $[0, a]$ 上可导, 从定性上看区间 $[0, a]$ 上下列三个图形分别是 $y = f(x)$, $y = f'(x)$, $y = \int_0^x f(t) dt$ 的图形是



A. L_3, L_1, L_2 B. L_1, L_2, L_3

C. L_2, L_3, L_1 D. L_1, L_3, L_2 【 () 】

45. 设函数 $f(x) = |x^3 - 1| \varphi(x)$, 其中 $\varphi(x)$ 在 $x=1$ 处连续, 则 $\varphi(1) = 0$ 是 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导的

A. 充分必要条件 B. 必要但非充分条件

C. 充分但非必要条件 D. 既非充分也非必要条件 【 () 】

46. 设函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导, x_1, x_2 是 (a, b) 内任意两个点, 且 $x_1 < x_2$, 则至少存在一点 ξ , 使_____成立.
- A. $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a), a < \xi < b$
 B. $f(b) - f(x_1) = f'(\xi)(b - x_1), x_1 < \xi < b$
 C. $f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2 - x_1), x_1 < \xi < x_2$
 D. $f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2 - a), a < \xi < x_2$ 【 】
47. 设下列极限存在, 且 $f(x)$ 为连续函数, 则_____ = $f'(6)$
- A. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x+4) - f(2x+2)}{2-x}$
 B. $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[f\left(6 + \frac{1}{n}\right) - f(6) \right]$
 C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[f\left(6 + \frac{1}{x}\right) - f(6) \right]$
 D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x^2+6) - f(6)}{2(1-\cos x)}$ 【 】
48. 为使方程 $x^5 - 5x = 5$ 在区间 I 内至少有一个根, 区间 I 可取为
- A. $(-1, 1)$ B. $(-2, -1)$ C. $(2, 3)$ D. $(1, 2)$ 【 】
49. 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内方程 $|x|^{\frac{1}{4}} + |x|^{\frac{1}{2}} - \cos x = 0$ 的实根个数为
- A. 无穷多 B. 2 C. 1 D. 0 【 】
50. $f(x)$ 二阶可导, $f(\pi) = 0, f''(\pi) > 0, x = \pi$ 是 $f(x)$ 的极值点, $g(x) = f(x)\cos x$, 则
- A. 不能确定 $x = \pi$ 是否为 $g(x)$ 的极值点
 B. $x = \pi$ 不是 $g(x)$ 的极值点
 C. $x = \pi$ 是 $g(x)$ 的极小值点
 D. $x = \pi$ 是 $g(x)$ 的极大值点 【 】
51. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 又 $f'(x) + f^2(x) - \int_0^x f(t) dt = 0$ 且 $\int_a^b f(t) dt = 0$, 则 $\int_0^x f(t) dt$ 在 (a, b) 内
- A. 不确定 B. 恒为零 C. 恒为负 D. 恒为正 【 】
52. 设 $f(x)$ 是在 $(-\infty, +\infty)$ 上以 T 为周期的连续函数, 则下列函数中也是以 T 为周期的是
- A. $\int_0^x f(t) dt$ B. $\int_{-x}^0 f(t) dt$
 C. $\int_0^x f(t) dt - \int_{-x}^0 f(t) dt$ D. $\int_0^x f(t) dt + \int_{-x}^0 f(t) dt$ 【 】
53. 设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $f(0) = f'(0) = 0, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f''(x)}{|x|} = -2$, 则以下结论正确的是
- A. 存在实数 $\delta > 0$, 使得 $\int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx > 0$
 B. 存在实数 $\delta > 0$, 使得 $\int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx < 0$
 C. 存在实数 $\delta > 0$, 使得 $\int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx = 0$
 D. 对于任意实数 $\delta > 0$, $\int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx$ 符号不能确定 【 】
54. 设 $\int_0^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x dx = 5, f(\pi) = 2$, 则 $f(0) =$
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 大于 3 【 】

55. 设 $f(x)$ 为连续函数, 则 $\int_0^x [\int_0^t f(x) dx] dt =$

- A. $\int_0^x f(t)(t-x) dt$ B. $\int_0^x f(x)(x-t) dx$ C. $\int_0^x f(t)(x-t) dt$ D. $\int_0^x f(x)(t-x) dx$

【 】

56. 设 $f(x)$ 在 $[-a, a]$ 上是连续的偶函数, $a > 0, g(x) = \int_{-a}^a |x-t| f(t) dt$, 则在 $[-a, a]$ 上

- A. $g(x)$ 是单调递增的 B. $g(x)$ 是单调递减的
C. $g(x)$ 是偶函数 D. $g(x)$ 是奇函数

【 】

57. 设 $F(x) = f(x) - \frac{1}{f(x)}, g(x) = f(x) + \frac{1}{f(x)}, F'(x) = g^2(x)$, 且 $f(\frac{\pi}{4}) = 1$, 则 $f(x) =$

- A. $\tan x$ B. $\cot x$ C. $\arctan x$ D. $\operatorname{arccot} x$

【 】

58. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 且 $F'(x) = f(x), a \neq 0$, 则 $\int_0^1 f(ax) dx =$

- A. $F(1) - F(0)$ B. $F(a) - F(0)$

- C. $\frac{1}{a}[F(a) - F(0)]$ D. $a[F(a) - F(0)]$

【 】

59. 设 $f(x) = \int_1^x e^{-t^2} dt$, 则 $\int_0^1 f(x) dx =$

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}e^{-1}$ D. $\frac{1}{2}(e^{-1} - 1)$

【 】

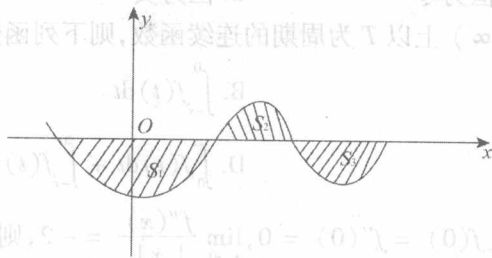
60. 平面图形 $D = \{(x, y) \mid x^2 + (4-y)^2 \leq 1\}$ 绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积 $V =$

- A. $4\pi^2$ B. $6\pi^2$ C. $8\pi^2$ D. $10\pi^2$

【 】

61. 设函数 $f(x)$ 连续, 由曲线 $y = f(x)$ 在 x 轴围成的三块面积为 S_1, S_2, S_3 (S_1, S_2, S_3 均大于 0)

如图所示, 已知 $S_2 + S_3 = p, S_1 = 2S_2 - q$, 且 $p \neq q$, 则 $\int_a^b f(x) dx =$



- A. $p - q$ B. $q - p$ C. $p + q$ D. $2(p - q)$

【 】

62. 下列不等式成立的是

A. $\int_{-1}^{-2} x^4 dx \geq \int_{-1}^{-2} x^3 dx$

B. $\int_1^{+\infty} x^3 dx \geq \int_1^{+\infty} x^2 dx$

C. $\frac{1}{t} \int_0^t e^{x^2} dx > \frac{1}{s} \int_0^s e^{x^2} dx$, 其中 $0 < t < s$

D. $1 > \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{x} dx > \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\tan x} dx$

【 】

63. 设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4+x}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ \sqrt{1-x}, & x < 0 \end{cases}$ $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, 则
- A. $F(x)$ 在 $x = 0$ 点不连续
 B. $F(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 在 $x = 0$ 点不可导
 C. $F(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $F'(x) = f(x)$
 D. $F(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 但不一定有 $F'(x) = f(x)$ 【 】
64. 若 $\frac{\ln x}{x^2}$ 是 $f(x)$ 当 $x > 0$ 时的一个原函数, 则 $\int_1^e x f'(x) dx =$
- A. $-\frac{2}{e^2} - 1$
 B. $-\frac{2}{e^2} + 1$
 C. $\frac{2}{e^2} - 1$
 D. $\frac{2}{e^2} + 1$ 【 】
65. 设 $a > b > 0$, 则 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ 和 $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} \leq 1$ 公共部分的面积为
- A. $8ab \arctan \frac{a}{b}$
 B. $8ab \arctan \frac{b}{a}$
 C. $4ab \arctan \frac{a}{b}$
 D. $4ab \arctan \frac{b}{a}$ 【 】
66. 设 $f(x)$ 为连续函数, $I = \int_y^{y+z} f(x-y) dx$, 则 I 的值
- A. 依赖于 x, y, z
 B. 只依赖于 y, z
 C. 只依赖于 y
 D. 只依赖于 z 【 】
67. 设函数 $f(x)$ 连续, 则在下列变上限定积分定义的函数中, 必为偶函数的是
- A. $\int_0^x [f(t) - f(-t)] dt$
 B. $\int_0^x t[f(t) + f(-t)] dt$
 C. $\int_0^x f(t^2) dt$
 D. $\int_0^x [f(t)]^2 dt$ 【 】
68. 曲线 $y = x(x-1)(2-x)$ 与 x 轴所围成图形面积为
- A. $-\int_0^2 x(x-1)(2-x) dx$
 B. $\int_0^1 x(x-1)(2-x) - \int_1^2 x(x-1)(2-x) dx$
 C. $-\int_0^1 x(x-1)(2-x) - \int_1^2 x(x-1)(2-x) dx$
 D. $-\int_0^1 x(x-1)(2-x) + \int_1^2 x(x-1)(2-x) dx$ 【 】
69. 设 $f(x) = \int_{\sqrt{x}}^1 e^{-t^2} dt$, 则 $\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx =$
- A. 1
 B. $1 - \frac{1}{e}$
 C. $1 + \frac{1}{e}$
 D. $e - 1$ 【 】

70. 使曲线 $y = x^2$ 与直线 $y = kx (0 < x < 2)$ 及 $x = 2$ 所围图形面积最小的 k 值为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 【 】

71. 设 $f(x) = \begin{cases} [1 + \ln(1+x)]^{\frac{2}{x}} & x > 0 \\ b & x \leq 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} \frac{3\sin(x-1)}{x-1} & x > 1 \\ e^{2ax} - e^{ax} + 1 & x \leq 1 \end{cases}$, 若 $f(x) + g(x)$ 在

$(-\infty, +\infty)$ 上连续, 则有

- A. $a = e^2, b = \ln 2$ B. $a = \ln 2, b = e^2$
 C. $a = \ln 2, b$ 为任意实数 D. $b = e^2, a$ 为任意实数 【 】

72. $\lim_{n \rightarrow \infty} 3n \int_0^{\frac{n+1}{n}} x^{2n-1} \sqrt{1+x^{2n}} dx =$

- A. $(1+e^2)^{\frac{3}{2}} - 1$ B. $(1+e)^{\frac{3}{2}} - 1$
 C. $(1+e^{-2})^{\frac{3}{2}} - 1$ D. $(1+e^{-1})^{\frac{3}{2}} - 1$ 【 】

73. 设函数 $f(x, y)$ 满足方程 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ 及条件 $f(x, 2x) = x, f'_x(x, 2x) = x^2$, 则 $f''_{xx}(x, 2x)$ 为

- A. $\frac{5}{3}x$ B. $\frac{4}{3}x$
 C. $-\frac{4}{3}x$ D. $-\frac{5}{3}x$ 【 】

74. 考查二元函数的下面 4 条性质:

- ① $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处连续
 ② $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数连续
 ③ $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微
 ④ $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数存在

若用“ $P \Rightarrow Q$ ”表示可由性质 P 推出性质 Q , 则有

- A. ② \Rightarrow ③ \Rightarrow ① B. ③ \Rightarrow ② \Rightarrow ①
 C. ③ \Rightarrow ④ \Rightarrow ① D. ③ \Rightarrow ① \Rightarrow ④ 【 】

75. 若 $f(x, x^2) = x^2 e^{-x}, f'_x(x, y)|_{y=x^2} = -x^2 e^{-x}$, 则 $f'_y(x, y)|_{y=x^2} =$

- A. $2xe^{-x}$ B. $(-x^2 + 2x)e^{-x}$
 C. e^{-x} D. $(2x - 1)e^{-x}$ 【 】

76. 设 $u = f(r), r = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ 满足方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (x^2 + y^2)^{-\frac{3}{2}}$, 则 $f(x)$ 为

- A. $f(x) = e^{-x} + C_1 x + C_2$ B. $f(x) = xe^{-x} + C_1 x + C_2$
 C. $f(x) = e^{-2x} + C_1 x + C_2$ D. $f(x) = xe^{-2x} + C_1 x + C_2$ 【 】

77. 设 f 具有二阶连续偏导数, 且 $u = f(xyz, z, yz)$, 则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} =$

- A. $xf'_1 + xyz^2 f''_{11}$ B. $zf'_1 + xyz^2 f''_{11}$
 C. $xf'_1 + xyz^2 f''_{11} + yz^2 f''_{13}$ D. $zf'_1 + xyz^2 f''_{11} + yz^2 f''_{13}$ 【 】

78. 设 $z = xf(x-y) + yg(x+y)$, f, g 有二阶连续偏导数, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} =$

- A. $2(f'_u - g'_v)$ B. $f'_u - g'_v$
 C. $f'_u + f'_v$ D. $xf''_{uu} - yg''_{vv}$ 【 C 】
79. $\int_0^1 dy \int_1^y \sqrt{x^2 - y^2} dx$ 的值等于
 A. $-\frac{\pi}{8}$ B. $-\frac{\pi}{12}$ C. $-\frac{\pi}{6}$ D. $-\frac{\pi}{18}$ 【 A 】
80. 设 $f(x, y)$ 连续, 且 $f(x, y) = e^{x^2+y^2} + xy \iint_D xyf(x, y) dx dy$, 其中 D 为区域: $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$,
 则 $\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} =$
 A. $4xye^{x^2+y^2} + \frac{9}{16}(e-1)^2$ B. $2xye^{x^2+y^2} + \frac{9}{32}(e-1)$
 C. $4xye^{x^2+y^2} + \frac{9}{32}(e-1)^2$ D. $4xye^{x^2+y^2} + \frac{9}{16}(e-1)$ 【 A 】
81. 函数 $f(x)$ 连续且恒不为零, 则二重积分 $\iint_{D: x^2+y^2 \leq R^2} \frac{af(x) + bf(y)}{f(x) + f(y)} dx dy =$
 A. $\frac{(b-a)}{2} \pi R^2$ B. $\frac{b-a}{2} \pi R^2$
 C. $\frac{a+b}{2} \pi R^2$ D. 0 【 A 】
82. 某产品的产量 Q 与原材料 A, B, C 的数量 x, y, z (单位均为吨) 满足 $Q = 0.05xyz$, 已知 A, B, C 的价格分别为 3, 2, 4 (百元). 若用 5400 元购买 A, B, C 三种原材料, 则使产量最大的 A, B, C 的采购量分别为 _____ 吨.
 A. 6, 9, 4.5 B. 2, 4, 8 C. 2, 3, 6 D. 2, 2, 2 【 A 】
83. 已知 $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 xf(x) dx$, 则二重积分 $\iint_D f(x) dx dy$ ($D: x+y \leq 1, x \geq 0, y \geq 0$) =
 A. 2 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 1 【 C 】
84. 已知 f 可微, 且 $x - az = f(y - bz)$, 则 $a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} =$
 A. 0 B. 1 C. -1 D. $a+b$ 【 C 】
85. 设函数 $z = f(x, y)$ 满足 $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2$, 且 $f(x, 0) = 1, f'_y(x, 0) = x$, 则 $f(x, y)$ 等于
 A. $1 - xy + y^2$ B. $1 + xy + y^2$
 C. $1 - x^2y + y^2$ D. $1 + x^2y + y^2$ 【 B 】
86. 设 $f(u)$ 为可微函数且 $f(0) = 0$, 则 $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{1}{\pi t^3} \iint_{x^2+y^2 \leq t^2} f(\sqrt{x^2+y^2}) d\sigma =$ _____.
 A. $f'(0)$ B. $\frac{2}{3}f'(0)$ C. $-\frac{2}{3}f'(0)$ D. $f(0)$ 【 B 】
87. 交换积分顺序 $\int_0^{\frac{1}{4}} dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx + \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dy \int_y^{\frac{1}{2}} f(x, y) dx =$ _____.
 A. $\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_{x^2}^x f(x, y) dy$ B. $\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_x^{x^2} f(x, y) dy$

- C. $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ D. $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{\sqrt{x}}^x f(x, y) dy$ 【A】
88. 已知 $df(x, y) = (6x - 4y - \frac{1}{x})dx - (4x + \frac{1}{y})dy$, 则 $f(x, y) =$
- A. $3x^2 - 4xy - \ln(xy) + c$ B. $6xy - y^2 - \frac{y}{x} - \frac{x}{y} + c$
- C. $4xy + \frac{x}{y} + 6x^2 + c$ D. $3x^2 - 4xy - \frac{1}{xy} + c$ 【B】
89. 设方程 $F(x, y, z) = 0$ 所确定的函数关系中, 已知 $\frac{\partial F}{\partial x} = ye^z - e^y$, $\frac{\partial F}{\partial y} = e^y - e^z$, $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{e^{y-z} - y}{e^{x-z} - y}$, 则 $\frac{\partial y}{\partial z} =$
- A. $\frac{ye^z - e^x}{e^y - e^z}$ B. $\frac{e^x - ye^z}{e^y - e^z}$
- C. $\frac{e^y - e^z}{ye^z - e^x}$ D. $\frac{e^z - e^y}{ye^3 - e^x}$ 【C】
90. 设在平面上有 $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} < 0$, $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} > 0$, 则在下列条件中能保证 $f(x_1, y_1) < f(x_2, y_2)$ 的是
- A. $x_1 < x_2, y_1 < y_2$ B. $x_1 < x_2, y_1 > y_2$
- C. $x_1 > x_2, y_1 < y_2$ D. $x_1 > x_2, y_1 > y_2$ 【B】
91. 改变积分次序, $\int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_{\frac{1}{y}}^2 f(x, y) dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{y^2}^2 f(x, y) dx =$
- A. $\int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_{\frac{1}{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ B. $\int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$
- C. $\int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_{\frac{1}{x}}^1 f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_1^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$ D. $\int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_{\frac{1}{x}}^1 f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^{y^2} f(x, y) dy$ 【A】
92. 设 $f(x, y) = g(x, y) |x - y|$, $g(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 的某邻域内连续, 则 $g(0, 0) = 0$ 是 $f'_x(0, 0)$, $f'_y(0, 0)$ 存在的
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
- C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件 【C】
93. 累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$ 可以写成
- A. $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) dx$ B. $\int_0^1 dy \int_1^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$
- C. $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) dy$ D. $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) dy$ 【D】
94. 估计二重积分 $I = \iint_{D: |x|+|y| \leq 10} \frac{1}{100 + \cos^2 x + \cos^2 y} dx dy$ 的值, 正确的是
- A. $0.5 < I < 1.04$ B. $1.04 < I < 1.96$
- C. $1.96 < I < 2$ D. $2 < I < 2.4$ 【B】
95. 设 $F(x, y)$ 可微, 且 $F(x, y) \cdot (ydx + xdy)$ 为某函数的全微分, 则