



● 新课标·高中同步·鼎尖学案（个性化学案）

新课标

鼎尖教案

教材教案、
教辅教案、
习题教案

数学

必修5

人教A版

● 新课标·高中同步·鼎尖教案（通用型教案）

丛书主编：严治理 黄俊葵
马擒虎 刘芳芳



延边教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

鼎尖教案：人教 A 版. 数学. 5：必修/李强主编. —延
吉：延边教育出版社，2008. 6
ISBN 978-7-5437-7162-8

I. 鼎… II. 李… III. 数学课—教案（教育）—高中
IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2008）第 078309 号

-
- ☐ 本册主编：李 强
☐ 编 著：李思华 文曙光 马腾伟 李冬云 秦 利 王怀昌
李建业 李清平 朱桂艳 朱信富 周长海 刘玉文
☐ 责任编辑：严今石
☐ 法律顾问：北京陈鹰律师事务所（010-64970501）

与 人教 A 版 普通高中课程标准实验教科书同步
《鼎尖教案》数学 必修 5

出版发行：延边教育出版社

地 址：吉林省延吉市友谊路 363 号（133000）

北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003（100080）

网 址：<http://www.topedu.org>

电 话：0433-2913975 010-82608550

传 真：0433-2913971 010-82608856

排 版：北京鼎尖雷射图文设计有限公司

印 刷：大厂书文印刷有限公司

开 本：890×1240 16 开本

印 张：20.5

字 数：763 千字

版 次：2008 年 6 月第 1 版

印 次：2008 年 6 月第 1 次印刷

书 号：ISBN 978-7-5437-7162-8

定 价：42.00 元

如印装质量有问题，本社负责调换

国家新课程改革的教学观,强调教学目标的全面性和具体化,强调学习方式、教学活动方式的多样化,强调学习的选择性。要适应新课程教学改革的要求,提倡自主、探索与合作的学习方式,使学生在教师指导下主动地、富有个性和创造性地学习,就必须坚持教学模式的多样化。

教学模式的多样化是新课程实施的重要途径,也为教学模式的多样化研究提供了有利的理论和实践环境。教学模式的多样化,要求教师必须在准确把握教学目标、教学内容、师生情况、运用条件和评价体系特点的前提下,利用和发挥自身特长、体现自身特色,采用相应的教学模式。

《鼎尖教案》系列丛书,是依托延边教育出版社多年教案出版经验和资源优势,由近百名教辅研究专家精心策划的一套教案丛书。书中的教学案例,大都是在全国范围内广泛征集的优秀作品,是全国一线特高级教师经验智慧的结晶,代表着当前教学改革方向和最高水平,堪称精品。

丛书以“教学模式多样化”为基本原则,通过科学合理的设计,克服了以往教案类产品无法解决的教学模式单一的问题,对于推进新课程改革具有很强的指导意义,是广大教师教学的参考和帮手,其主要特点如下:

- **工具性** 突出实用性、系统性、工具性、资料性,汇集教学教案、重难点知识讲解、类题(题型)讲解、规律方法总结、知识体系构建、训练题库等内容,为教师提供融课堂教学、钻研教材、课后辅导、习题编选于一体的全息资源库。
- **选择性** 体现教学模式多样化原则,对同一知识体系的教授和解读方式,提供两种教学形式和教学思路,展示两种解决问题的方法,搭建动态开放的资源平台。教师可根据学生特点和教学习惯自由选择组合,形成多种教学模式。
- **系统性** 创新教案编写模式,内容包括教材教案、教辅教案、习题教案三个板块,为教师提供教学模式多样化的全方位系统解决之道,教师得到的不仅是新授课的教案,更有复习课、训练讲评等内容的教案。同时注重教师用书与学生用书的配套互补功能,同步推出配套学案,方便教师教学。

教学模式开发和应用的过程,是一个随着教育理论和教学实践不断发展的双向的动态的过程,在探索教学模式多样化的过程中,按照“学习—实践—评价—创新—构建”的思路,我们将不断探索和创新更多的教学模式。同时感谢在本书编写和教案征集中,为我们提供帮助和支持的广大教师,也希望有更多的人能够参与进来,与我们共同探索实现教学模式多样化的思路和办法。

体 例 表 解

主要栏目名称				栏目设计功能		栏目使用建议		
教材教案	[教学目标]	[知识与技能]		依据教材和课程标准,让学生了解本课时的“三维目标”		两套案例体现了不同的教学思路和技巧,教师可根据自己的授课模式,自主选择一种教学案例,师生互动,完成教学		
		[过程与方法]						
		[情感、态度与价值观]						
	[重点难点]	[重点]		帮助教师、学生准确把握教材的深广度,明确本课时学习的重点、难点				
		[难点]						
	案例一 案例二 (以课时为单位)	[教学过程]		体现情景设置、师生互动等课堂教学思路,既给教师以启发,又不束缚教师的创造性				
[板书设计]		直观、清晰地呈现本课时的主要内容						
[教学反思](机动)		对教学方法和教学过程的反思,提出改进设想						
教辅教案	案例一 课时详解 (以课时为单位)	[课堂导入]		激发学生学习兴趣,导入本课内容		学生课前自主完成		
		[课前自主学习]		引导学生自学课本内容,培养自主学习能力				
		[课堂合作探究]	[情景激疑]		提供课堂讨论材料,学生思考归纳出知识点		可供教师授课,学生自主学习时使用	
			[知识点归纳]		通过情景激疑的讨论引出知识点内容,按知识分块讲解,各个击破			
			[典例剖析]		通过例题讲解、变式练习,理解、巩固知识点			
	[概括整合]		将本课时主要内容总结归纳,帮助学生形成知识网络					
	案例二 精析精练 (以节为单位)	[课堂合作探究]	[重点难点突破]		对本节重点和难点知识进行详细全面讲解,按知识层次整体突破			
			[典型例题分析]		通过例题讲解、变式练习,理解、巩固知识点内容			
		[规律方法总结]		将本节主要规律、方法总结归纳,帮助学生形成知识网络				
	[定时巩固检测]			通过强化训练,巩固所学知识		教师可安排学生课堂集中检测和学生课后自主完成相结合		
习题教案	案例一 同步练习(以课时为单位)			用习题让学生对本课时所学知识进行检测		教师可安排学生课堂集中检测和学生课后自主完成相结合		
	案例二 一课3练(以节为单位)			将习题划分为“基础巩固——能力升级——拓展探究”,让学生对本节所学知识分层次进行检测				
单元末	[单元概括整合]	[单元复习课]		通过例题分析导入,归纳总结知识规律或解题方法,提高解题能力		教师指导学生对本章内容进行回顾		
		[单元测试卷]		以测试卷的形式对本章学习效果进行检测		教师安排学生课堂集中检测,或者学生课后自主完成		

编 读 往 来

招聘启事	为了保证图书质量不断提升,吸纳更多教师的经验智慧和教学资源,本出版社常年征集优秀教案,并诚招优秀编稿教师和书稿审读教师,具体要求如下: ● 优秀教案 1. 教案内容包括从小学到高中的各年级各学科版本(高中大纲版教材除外)的教材。 2. 教案的内容和思路必须是作者原创的作品,突出新颖性、先进性、实用性和可操作性。 3. 投稿可使用电子稿,也可以使用手写稿。手写稿要求字迹工整清楚,装订整齐。 对参评教案我们将邀请专家进行评审,入选稿件将在本书中收录,支付相应的稿酬,并颁发证书。 ● 优秀编稿教师及书稿编审人员 1. 教龄在7年以上,至少有两届毕业班教学经历的各学段优秀教师。 2. 思维活跃,年富力强,熟练操作电脑者优先。 3. 有一定的文字功底,在省级及以上刊物上发表过论文,有写作经验者优先。 参与教案征集活动的教案和应征作者的简历,请邮寄至:北京市海淀区苏州街18号院4号楼A1座1003,编辑部(收),邮编:100080。也可以发送邮件至:Yanbiandingjian@126.com.
您的联系方式	姓名_____联系电话_____电子邮箱_____ 通讯地址:_____省(区)_____市(县)_____
反馈意见	1. 您觉得本书对您教学帮助最大,实用性最强的内容是什么? 2. 在使用过程中,你觉得本书中的哪些栏目实用性不强? 3. 您觉得本书作为教案和教师用书,还应该增加什么内容对您更有帮助? 4. 请选出一个最好和最差的教案。 5. 你认为本书有没有更好的编写思路?请简单谈谈您的看法。

第一章 解三角形

1.1 正弦定理和余弦定理	(1)
1.1.1 正弦定理(1课时)	(1)
第一教案 教材教案	(1)
案例(一)	(1)
案例(二)	(3)
第二教案 教辅教案	(5)
案例(一) 课时详解	(5)
案例(二) 精析精练	(8)
定时巩固检测	(10)
第三教案 习题教案	(11)
案例(一)——同步练习	(11)
案例(二)——课3练	(12)
1.1.2 余弦定理(2课时)	(15)
第一教案 教材教案	(15)
第1课时 余弦定理	(15)
案例(一)	(15)
案例(二)	(17)
第2课时 余弦定理的应用	(18)
案例(一)	(18)
案例(二)	(20)
第二教案 教辅教案	(20)
案例(一) 课时详解	(20)
第1课时 余弦定理	(21)
第2课时 余弦定理的应用	(23)
案例(二) 精析精练	(25)
定时巩固检测	(27)
第三教案 习题教案	(30)
案例(一)——同步练习	(30)
案例(二)——课3练	(32)
1.2 应用举例(3课时)	(34)
第一教案 教材教案	(34)
第1课时 高度、距离的测量	(34)
案例(一)	(34)
案例(二)	(35)
第2课时 角度的测量	(36)
案例(一)	(37)
案例(二)	(38)
第3课时 三角形综合问题	(39)
案例(一)	(39)
案例(二)	(40)
第二教案 教辅教案	(41)
案例(一) 课时详解	(41)

第1课时 高度、距离的测量	(41)
第2课时 角度的测量	(43)
第3课时 三角形综合问题	(45)
案例(二) 精析精练	(47)
定时巩固检测	(49)
第三教案 习题教案	(52)
案例(一)——同步练习	(52)
案例(二)——课3练	(56)
单元概括整合	(59)
单元复习课	(59)
单元测试卷(A)	(62)
单元测试卷(B)	(64)

第二章 数列

2.1 数列的概念与简单表示法(2课时)	(67)
第一教案 教材教案	(67)
第1课时 数列的概念与通项公式	(67)
案例(一)	(67)
案例(二)	(68)
第2课时 数列的递推公式	(70)
案例(一)	(70)
案例(二)	(71)
第二教案 教辅教案	(73)
案例(一) 课时详解	(73)
第1课时 数列的概念与通项公式	(73)
第2课时 数列的递推公式	(76)
案例(二) 精析精练	(78)
定时巩固检测	(81)
第三教案 习题教案	(82)
案例(一)——同步练习	(82)
案例(二)——课3练	(84)
2.2 等差数列(2课时)	(86)
第一教案 教材教案	(86)
第1课时 等差数列的概念	(86)
案例(一)	(86)
案例(二)	(88)
第2课时 等差数列的性质	(89)
案例(一)	(89)
案例(二)	(91)
第二教案 教辅教案	(92)
案例(一) 课时详解	(92)
第1课时 等差数列的概念	(92)
第2课时 等差数列的性质	(94)

案例(二)	(144)
第 2 课时 等比数列前 n 项和性质	(145)
案例(一)	(145)
案例(二)	(147)
第二教案 教辅教案	(148)
案例(一) 课时详解	(148)
第 1 课时 等比数列前 n 项和公式	(149)
第 2 课时 等比数列前 n 项和性质	(151)
案例(二) 精析精练	(152)
定时巩固检测	(155)
第三教案 习题教案	(157)
案例(一)——同步练习	(157)
案例(二)——课 3 练	(161)
单元概括整合	(163)
单元复习课	(163)
单元测试卷(A)	(168)
单元测试卷(B)	(171)

3.1 不等关系与不等式(2 课时) (174)

第一教案	教材教案	(174)
第 1 课时	不等关系与不等式	(174)
案例(一)		(174)
案例(二)		(175)
第 2 课时	不等式的性质	(177)
案例(一)		(177)
案例(二)		(178)
第二教案	教辅教案	(180)
案例(一)	课时详解	(180)
第 1 课时	不等关系与不等式	(181)
第 2 课时	不等式的性质	(182)
案例(二)	精析精练	(185)
定时巩固检测		(188)
第三教案	习题教案	(190)
案例(一)	——同步练习	(190)
案例(二)	——一课 3 练	(192)
3.2	一元二次不等式及其解法(3 课时)	(195)
第一教案	教材教案	(195)
第 1 课时	一元二次不等式及其解法	(195)
案例(一)		(195)
案例(二)		(197)
第 2 课时	含参一元二次不等式的解法	(199)
案例(一)		(199)

案例(二)	(200)	第二教案 教辅教案	(248)
第3课时 一元二次不等式的综合应用	(201)	案例(一) 课时详解	(248)
案例(一)	(202)	第1课时 简单的线性规划	(248)
案例(二)	(204)	第2课时 简单线性规划的应用	(251)
第二教案 教辅教案	(205)	案例(二) 精析精练	(256)
案例(一) 课时详解	(205)	定时巩固检测	(258)
第1课时 一元二次不等式及其解法	(206)	第三教案 习题教案	(260)
第2课时 含参一元二次不等式的解法	(209)	案例(一)——同步练习	(260)
第3课时 一元二次不等式的综合应用	(211)	案例(二)——课3练	(263)
案例(二) 精析精练	(213)	3.4 基本不等式: $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ (3课时)	(266)
定时巩固检测	(216)	第一教案 教材教案	(266)
第三教案 习题教案	(219)	第1课时 基本不等式	(266)
案例(一)——同步练习	(219)	案例(一)	(267)
案例(二)——课3练	(222)	案例(二)	(268)
3.3 二元一次不等式(组)与简单的线性规划问题	(224)	第2课时 用基本不等式求最值	(269)
3.3.1 二元一次不等式(组)与平面区域(1课时)	(224)	案例(一)	(270)
第一教案 教材教案	(224)	案例(二)	(271)
案例(一)	(224)	第3课时 基本不等式的综合应用	(273)
案例(二)	(227)	案例(一)	(274)
第二教案 教辅教案	(229)	案例(二)	(275)
案例(一) 课时详解	(229)	第二教案 教辅教案	(277)
案例(二) 精析精练	(233)	案例(一) 课时详解	(277)
定时巩固检测	(235)	第1课时 基本不等式	(277)
第三教案 习题教案	(236)	第2课时 用基本不等式求最值	(279)
案例(一)——同步练习	(236)	第3课时 基本不等式的综合应用	(282)
案例(二)——课3练	(238)	案例(二) 精析精练	(284)
3.3.2 简单的线性规划问题(2课时)	(240)	定时巩固检测	(287)
第一教案 教材教案	(240)	第三教案 习题教案	(290)
第1课时 简单的线性规划	(240)	案例(一)——同步练习	(290)
案例(一)	(240)	案例(二)——课3练	(293)
案例(二)	(243)	单元概括整合	(295)
第2课时 简单线性规划的应用	(245)	单元复习课	(295)
案例(一)	(245)	单元测试卷(A)	(297)
案例(二)	(247)	单元测试卷(B)	(300)
		模块综合测试卷	(303)

附录 个性化学案模式说明

选择适合您的“学案”模式	(306)
个性化学案组合	(308)

【答案】 $\because a_4 + a_7 + a_{10} = 17$, 由等差数列性质知 $a_4 + a_{10} = 2a_7$, $\therefore a_7 = \frac{17}{3}$.

同理, $\therefore a_4 + a_5 + \dots + a_{14} = 77$,

$\therefore a_9 = 7$, $\therefore d = \frac{a_9 - a_7}{2} = \frac{2}{3}$, $\therefore a_n = a_7 + (n-7)d = \frac{2n}{3} + 1$.

若 $a_k = 13$, 则 $\frac{2k}{3} + 1 = 13$, $\therefore k = 18$.

11. 有一批影碟机(VCD)原销售价为每台800元,在甲、乙两家家电商场均有销售.甲商场用如下方法促销:买一台单价为780元,买两台单价为760元,依次类推,每多买一台则所买各台单价均减少20元,但每台最少不低于440元;乙商场一律都按原价的75%销售.某单位需购买一批此类影碟机,问去哪家商场购买花费较少?

【答案】 设某单位需购买影碟机 n 台,在甲商场购买每台售

价不低于440元时,售价依台数 n 成等差数列 $\{a_n\}$.

$a_n = 780 + (n-1)(-20) = 800 - 20n$.

解不等式 $a_n \geq 440$, $800 - 20n \geq 440$ 得 $n \leq 18$.

当购买台数小于18时,每台售价为 $800 - 20n$ 元,在台数大于或等于18时,每台售价440元.

到乙商场购买,每台售价为 $800 \times 75\% = 600$ 元,作差 $(800 - 20n)n - 600n = 20n(10 - n)$

$\therefore$ 当 $n < 10$ 时, $600n < (800 - 20n)n$. 当 $n = 10$, $600n = (800 - 20n)n$.

当 $10 < n \leq 18$ 时, $(800 - 20n)n < 600n$, 当 $n > 18$ 时, $440n < 600n$.

$\therefore$ 当购买少于10台时,到乙商场花费较少,当购买10台时,到两商场购买花费相同,当购买多于10台时,到甲商场购买花费较少.

案例(二)——课3练

基础巩固

知识点1 等差数列的定义

1. 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n = 2(n+1) + 3$, 则此数列 ()

- A. 是公差为2的等差数列
B. 是公差为3的等差数列
C. 是公差为5的等差数列
D. 不是等差数列

【答案】 A (点拨: 利用通项公式 a_n , 求 a_1, d .)

2. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则 $a_1 + a_2 + a_3, a_4 + a_5 + a_6, a_7 + a_8 + a_9, \dots, a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n}, \dots$ ()

- A. 一定不是等差数列 B. 一定是递增数列
C. 一定是等差数列 D. 一定是递减数列

【答案】 C

3. 设函数 $f(x) = (x-1)^2 + n (x \in [-1, 3], n \in \mathbb{N}^*)$ 的最小值为 a_n , 最大值为 b_n , 记 $c_n = b_n^2 - a_n b_n$, 则 $\{c_n\}$ 是 ()

- A. 常数数列
B. 公比不为1的等比数列
C. 公差不为0的等差数列
D. 非等差数列也非等比数列

【答案】 C (点拨: 由题意 $a_n = n, b_n = n+4$, 所以 $c_n = b_n^2 - a_n b_n = (n+4)^2 - n(n+4) = 4n+16$. 故 $\{c_n\}$ 是公差为4的等差数列. 故选C.)

知识点2 考查等差数列与一元二次函数

4. 已知 a, b, c 成等差数列, 则二次函数 $y = ax^2 + 2bx + c$ 的图象与 x 轴的交点的个数为 ()

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 1或2

【答案】 D

知识点3 等差数列的性质

5. (2007·重庆)若等差数列 $\{a_n\}$ 的前3项和 $S_3 = 9$, 且 $a_1 = 1$, 则 $a_2 =$ ()

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

【答案】 A

6. 设等差数列的首项为 a , 公差为 d , 则它含负数项且只有有限个负数项的条件是 ()

- A. $a > 0, d > 0$ B. $a > 0, d < 0$
C. $a < 0, d > 0$ D. $a < 0, d < 0$

【答案】 C (点拨: $a < 0, d > 0$ 或 $a > 0, d < 0$ 代表意义.)

7. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 50, a_5 = 30$, 则 $a_7 =$ _____.

【答案】 10 (点拨: $2a_5 = a_3 + a_7$, $\therefore a_7 = 2a_5 - a_3 = 2 \times 30 - 50 = 10$.)

能力升级

综合点1 应用公式 $d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$ 来解题

8. 若 $x \neq y$, 且数列 x, a_1, a_2, y 与 l, y, b_1, x, b_2 各自都成等差数列, 则 $(a_2 - a_1) : (b_2 - b_1)$ 的值是 ()

- A. -3 B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

【答案】 C (点拨: 设两个数列的公差依次为 d_1, d_2 , 则 $a_2 - a_1 = d_1 = \frac{y-x}{4-1} = \frac{1}{3}(y-x)$, $b_2 - b_1 = 2d_2 = 2 \times \frac{x-y}{4-2} = x-y$, 故知 $(a_2 - a_1) : (b_2 - b_1) = -\frac{1}{3}$.)

9. 在 a 和 b 中 ($a \neq b$) 两个数之间插入 n 个数, 使它们与 a, b 组成等差数列, 则该数列的公差为 ()

- A. $\frac{b-a}{n}$ B. $\frac{b-a}{n+1}$ C. $\frac{a+b}{n+1}$ D. $\frac{b-a}{n+2}$

【答案】 B (点拨: 在 a 和 b 中 ($a \neq b$) 两个数之间插入 n 个数后, 新数列中共有 $n+2$ 项, 故 $d = \frac{b-a}{(n+2)-1} = \frac{b-a}{n+1}$.)

综合点2 等差中项与通项公式的综合应用

10. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 前三项依次为: $\frac{1}{x+1}, \frac{5}{6x}, \frac{1}{x}$, 则 a_{101} 等于 ()

- A. $50 \frac{1}{3}$ B. $13 \frac{2}{3}$ C. 24 D. $8 \frac{2}{3}$

【答案】 D (点拨: 由 $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x} = 2 \times \frac{5}{6x}$ 解得 $x = 2$, 故知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $\frac{1}{3}$, 公差 $d = \frac{1}{12}$, 故 $a_{101} = a_1 + 100d =$

$$\frac{1}{3} + 100 \times \frac{1}{12} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}.$$

11. 已知 $-1, a_1, a_2, -4$ 与数列 $1, b_1, b_2, b_3, -5$ 各自成等差数列, 则 $\frac{a_2 - a_1}{b_2}$ 等于 ()

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{4}$

【答案】 B (点拨: 设数列 $-1, a_1, a_2, -4$ 的公差是 d , 则 $a_1 - a_1 = d = \frac{-4 - (-1)}{4 - 1} = -1$, $b_2 = \frac{-5 + 1}{2} = -2$, 故知 $\frac{a_2 - a_1}{b_2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$.)

12. 三个互不相等的数成等差数列, 较小的数的平方等于另外两个数的乘积, 已知这三个数的和等于 6, 求此三个数.

【答案】 设三个数分别为 $a-d, a, a+d$ ($d > 0$), 则 $(a-d) + a + (a+d) = 3a = 6$, $\therefore a = 2$. $\therefore (2-d)^2 = 2(2+d)$, 解得 $d = 6$, 因此, 三个数分别为 $-4, 2, 8$.

综合点 3 性质 $m+n=p+q \Leftrightarrow a_m + a_n = a_p + a_q, m+n=2k \Rightarrow a_n + a_m = 2a_k$ ($m, n, p, q, k \in \mathbb{N}^*$) 的应用

13. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, a_3, a_{10} 是方程 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 的两根, 则 $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 =$ _____.

【答案】 6 (点拨: 由根与系数的关系可知 $a_3 + a_{10} = 3$, 故 $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = (a_5 + a_8) + (a_6 + a_7) = 2(a_3 + a_{10}) = 6$.)

14. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 + a_5 + a_8 + a_{10} + a_{12} = 120$, 则 $2a_{10} - a_{12}$ 的值为 ()

A. 20 B. 22 C. 24 D. 28

【答案】 C (点拨: 由 $a_1 + a_5 + a_8 + a_{10} + a_{12} = 120$, 得 $5a_8 = 120$, $\therefore a_8 = 24$, $\therefore 2a_{10} - a_{12} = a_8 + a_{12} - a_{12} = a_8 = 24$.)

15. 设 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$ 是一个有穷的等差数列, 且 $a_4 + a_7 + a_{10} + \dots + a_{17} = 77$, 如果 $a_k = 13$, 那么 k 等于 ()

A. 16 B. 18 C. 20 D. 22

【答案】 B (点拨: 由已知可得 $3a_7 = 17$, $11a_9 = 77$, 故得 $a_7 = \frac{17}{3}$, $a_9 = 7$, 由 $a_9 = a_7 + 2d$, 得 $d = \frac{2}{3}$, 由 $a_k = a_9 + (k-9)d$, 得 $13 = 7 + (k-9) \times \frac{2}{3}$, 解得 $k = 18$.)

综合点 4 等差数列的判定与证明

16. 已知 $\frac{1}{b+c}, \frac{1}{c+a}, \frac{1}{a+b}$ 是等差数列, 求证: a^2, b^2, c^2 是等差数列.

【答案】 由已知条件, 得 $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+b} = \frac{2}{c+a}$, $\therefore \frac{2b+a+c}{(b+c)(a+b)} = \frac{2}{c+a}$, $\therefore (2b+a+c)(a+c) = 2(b+c)(a+b)$, $\therefore a^2 + c^2 = 2b^2$, 即 a^2, b^2, c^2 是等差数列.

17. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $b_n \cdot a_n + a_{n+2} = 0$, $c_n = \frac{1}{b_n+1}$, 求证: $\{c_n\}$ 是等差数列.

【答案】 $\because b_n \cdot a_n + a_{n+2} = 0$, $\therefore b_n = -\frac{a_{n+2}}{a_n}$,

$$\therefore b_n + 1 = -\frac{a_{n+2}}{a_n} + 1 = -\frac{a_{n+2} - a_n}{a_n} = -\frac{2d}{a_n},$$

$$\therefore b_{n+1} + 1 = -\frac{2d}{a_{n+1}}.$$

$$\begin{aligned} \therefore c_{n+1} - c_n &= \frac{1}{b_{n+1}+1} - \frac{1}{b_n+1} \\ &= -\frac{a_{n+1}}{2d} + \frac{a_n}{2d} \\ &= -\frac{a_{n+1} - a_n}{2d} \\ &= -\frac{d}{2d} = -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$\therefore \{c_n\}$ 是以公差为 $-\frac{1}{2}$ 的等差数列.

拓展探究

拓展点 等差数列的应用

18. 为了测试某种金属的热膨胀性质, 将这种金属的一根细棒加热, 从 100°C 开始第一次量细棒的长度, 以后每升高 50°C 量一次, 把依次量得的数据所成的数列 $\{l_n\}$ 表示成图象, 如图所示. 根据图象解答下列问题:

(1) 第 5 次量得金属的长度是多少? 此时金属棒的温度是多少?

(2) 求 $\{l_n\}$ 的通项公式和金属棒长度 l (单位: m) 关于温度 t (单位: $^\circ\text{C}$) 的函数关系式 (设长度是关于温度的线性函数);

(3) 在 30°C 的温度条件下, 如果把两块这种矩形金属板平铺在一个平面上, 这个平面的最高温度可达到 500°C , 问铺设时两块金属板之间至少要留出多宽的空隙?

【答案】 (1) 由图, 得 $l_5 = 2.005$ m, 此时金属棒的温度是 $t = 100 + (5-1) \times 50 = 300$ ($^\circ\text{C}$).

$\therefore$ 第 5 次量得金属棒的长度是 2.005 m, 此时金属棒的温度是 300°C ;

(2) 设 $l_n = dn + b$, 由 $l_1 = 2.001$ m, $l_2 = 2.002$ m,

$$\begin{cases} 2.001 = d + b, \\ 2.002 = 2d + b, \end{cases} \text{解得 } d = 0.001, b = 2.$$

所以通项公式是 $l_n = 0.001n + 2$.

由题意可得 $t = 50(n-1) + 100 = 50n + 50$.

$\therefore n = \frac{t-50}{50}$, 把它代入通项公式, 得

$$l = 0.000\ 02t + 1.999.$$

由上式可知, l 也是 t 的一次函数, 不过 t 不限于取正整数, 可以取不致失去实际意义的任何实数;

(3) 设当 $t = 30^\circ\text{C}$ 时金属板在某方向的长度为 l' m,

当 $t = 500^\circ\text{C}$ 时金属板在该方向的长度为 l'' m,

$$\begin{cases} l' = 0.000\ 02 \times 30 + 1.999, \\ l'' = 0.000\ 02 \times 500 + 1.999, \end{cases}$$

$\therefore l'' - l' = 0.000\ 02 \times (500 - 30) = 0.009\ 4$ m, 也就是说, 当金属板温度从 30°C 上升到 500°C 时, 每块金属板的单向伸长为 0.009 4 m, 所以铺设时, 两块金属板之间至少要留出 0.009 4 m 宽的空隙.

2.3 等差数列的前 n 项和(2 课时)

第一教案

教材教案

第 1 课时 等差数列前 n 项和公式

教学 目标

知识与技能

掌握等差数列前 n 项和公式及其获取思路;会用等差数列的前 n 项和公式解决一些简单的与前 n 项和有关的问题.

过程与方法

通过公式的推导和公式的运用,使学生体会从特殊到一般,再从一般到特殊的思维规律,初步形成认识问题,解决问题的一般思路和方法;通过公式推导的过程教学,对学生进行思维灵活

性与广阔性的训练,发展学生的思维水平.

情感、态度与价值观

通过公式的推导过程,展现数学中的对称美.

重点

难点

重点

等差数列 n 项和公式的理解、推导及应用.

难点

灵活应用等差数列前 n 项和公式解决一些简单的有关问题.

案例 (一)

教学 过程

一、课题导入

“小故事”:

高斯是伟大的数学家,天文学家,高斯十岁时,有一次老师出了一道题目,老师说:“现在给大家出道题目: $1+2+\cdots+100=?$ ”

过了两分钟,正当大家在: $1+2=3$; $3+3=6$; $4+6=10\cdots$ 忙得不亦乐乎时,高斯站起来回答说:

“ $1+2+3+\cdots+100=5\ 050$ ”.

教师问:“你是如何算出答案的?”

高斯回答说:因为 $1+100=101$;

$2+99=101$; $\cdots$; $50+51=101$, 所以

$101\times 50=5\ 050$ ”

这个故事告诉我们:

(1)作为数学王子的高斯从小就善于观察,敢于思考,所以他能从一些简单的事物中发现和寻找出某些规律性的东西.

(2)该故事还告诉我们求等差数列前 n 项和的一种很重要的思想方法,这就是下面我们要介绍的“倒序相加”法.

二、讲授新课

师生活动:

[教师] 引导学生回忆等差数列的性质,在等差数列中,若 $m, n, p, q \in \mathbf{N}, m+n=p+q$, 则 $a_m+a_n=a_p+a_q$, 能否利用这一性质求和 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$?

[学生] 交流讨论,自由发言, $S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\cdots=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$.

[教师] 此求法完善吗? 若 n 分奇数、偶数,情况是否有所不同?

[学生] 思考讨论.

[师生] 共同得出证明方法.

1. 等差数列的前 n 项和公式 1: $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$

证明: $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}+a_n$, ①

$$S_n=a_n+a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_2+a_1,$$

②

①+②:

$$2S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+(a_3+a_{n-2})+\cdots+(a_n+a_1),$$

$$\therefore a_1+a_n=a_2+a_{n-1}=a_3+a_{n-2}=\cdots$$

$$\therefore 2S_n=n(a_1+a_n), \text{ 由此得: } S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}.$$

从而我们可以验证高斯十岁时计算上述问题的正确性.

2. 等差数列的前 n 项和公式 2: $S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}$

用上述公式要求 S_n 必须具备三个条件: n, a_1, a_n ,

但 $a_n=a_1+(n-1)d$,

代入公式 1 即得: $S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}$.

此公式要求 S_n 必须已知三个条件: n, a_1, d (有时比较有用)

3. 范例讲解

教材例 1、例 2、例 3.

师生活动:

[教师] 引导学生读题,寻找题目中的基本量,应用公式解题.

[学生] 思考交流,选择公式解题.

[师生] 总结由例 3 得到的由 S_n 求 a_n 的一般方法.

由 S_n 的定义可知,当 $n=1$ 时, $S_1=a_1$; 当 $n \geq 2$ 时, $a_n=S_n-S_{n-1}$,

$$\text{即 } a_n=\begin{cases} S_1(n=1), \\ S_n-S_{n-1}(n \geq 2). \end{cases}$$

三、课堂练习

教材练习第 1~3 题.

四、小结

本节课学习了以下内容:

1. 等差数列的前 n 项和公式 1: $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$.

2. 等差数列的前 n 项和公式 2: $S_n=na_1+\frac{n(n-1)d}{2}$.

五、课后作业

教材习题 2.3A2、3.

板书设计

一、引入

1. 等差数列前 n 项和公式的推导

二、讲授新课

1. 公式 1

2. 公式 2

3. 范例讲解

例 1

例 2

例 3

三、课堂练习

四、小结

五、课后作业

案例(二)

教学过程

一、介绍有趣的数学历史故事,激发学生求知的欲望和探究的热情

设计意图:本着提高学生自主性、能动性,以及解决问题的能力出发,在轻松愉悦中让学生体会探究的快乐.

师生活动:

[教师] 求和 $1+2+3+\cdots+100=?$ 被誉为“数学王子”的德国数学家高斯在十岁时,在老师提出这个问题后仅花了几秒钟的时间就说出了答案,想必大家都知道他是如何得出的了.

[学生] $(1+100)+(2+99)+(3+98)+\cdots+(50+51)=50\times 101=5\ 050$.

[教师] 这种方法非常的巧妙,为什么要把 1 和 100,2 和 99 这样配对相加呢?

[学生] 因为等差数列到两端等距离的两项相加都相等,等于 101.

[师生] 共同体会 1,2,3, $\cdots$,100 其实是一个等差数列,利用首尾配对,我们可以把它配成 50 个相等的和.

二、引导学生探究等差数列前 n 项和公式

设计意图:通过一次又一次的发现问题、提出问题、解决问题,让学生自己思考,自己解决,自己完善,这样有利于他们思维的提高和智力的发展.

师生活动:

[教师] 对于一般的等差数列,如何求其前 n 项和,即:设 $\{a_n\}$ 为等差数列,求它的前 n 项和,即 $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=?$

[学生] 交流讨论,自由发言 $S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\cdots+(a_3+a_{n-2})+\cdots=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$.

[师生] 共同评价,由学生说出分析思路,因为 $a_n+a_1=a_{n-1}+a_2=\cdots$

[教师] 对学生的回答给予评价,并提出疑问,这样证明问题全面吗?当项数是奇数时,这种方法行吗?

[学生] 学生思考,首尾配对后发现剩了一项中间项.

[师生] 引导学生得出:当项数是奇数时,中间项可以化为配对两项之和的一半.那么当 $n=2k-1$ 时, $S_n=(a_1+a_n)+(a_2+a_{n-1})+\cdots+(a_{k-1}+a_{k+1})+a_k=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$.

[教师] 进一步思考,能不能在此基础上作进一步的完善,避免对项数奇、偶的讨论呢?

[学生] 基本抽象出“倒序相加”的思想方法.

[师生] 由学生自主推导等差数列前 n 项和公式,写出推导

过程.分析对比:两种方法其实本质上是一样的,但方法二却巧妙的避免了对项数 n 奇、偶的讨论.

$$\begin{aligned} \text{三、引导学生得出公式的另一种形式: } S_n &= \frac{n[2a_1+(n-1)d]}{2} \\ &= na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \end{aligned}$$

设计意图:体会知识间的联系,得到等差数列前 n 项和公式的另一种形式,比较公式间的差别.

师生活动:

[教师] 由等差数列的通项 $a_n=a_1+(n-1)d$,你能给出 S_n 的另一种表示吗?

[学生] 动手化简.

[师生] 分组讨论 S_n 的两个表达式的不同特点及最佳使用场合,并加以对比.

四、联系实际,体会“现实问题情景→数学模型→解决问题”的特点.比较公式差别,做到善于选用公式

设计意图:体验从实际情景中发现等差数列模型,并用相关知识解决问题的过程.

师生活动:

[教师] 展示投影胶片(或做成课件)教材例 1.

[学生] 阅读题目,从中提取有用信息,构建等差数列模型.

[师生] 由学生用语言叙述所构建的等差数列模型.师生评价.

[教师] 让学生写出这个数列的首项和公差,并根据首项和公差自己选择前 n 项和公式进行求解.

[学生] 学生独立完成解题.

[师生] 展示胶片(或课件)教材例 1 的解题过程,要求学生完善解题步骤.

五、灵活应用公式,建立方程组解题

设计意图:建立等差数列前 n 项和与方程之间的联系,根据已知量,通过解方程(组),得出其余的未知量,让学生体会方程的思想在解决数列问题中的应用,引导学生认识等差数列前 n 项和公式,就是一个关于 a_n, a_1, n 的方程,把方程思想和前 n 项和公式相结合,解决与等差数列前 n 项和有关的问题.

师生活动:

[教师] 展示胶片(或课件)教材例 2,引导学生分析为了求 S_n 要先求什么?布置学生独立练习.

[学生] 列方程组,解决问题.

[师生] 总结评价:等差数列前 n 项和公式,就是一个关于 a_n, a_1, n 或者 a_1, n, d 的方程,把方程思想和前 n 项和公式相结合,可以有效解决与等差数列前 n 项和有关的问题.

六、作业设计

作业:教材习题 2.3A1~4.

备选练习:

1. 在小于 100 的正整数中共有多少个数能被 3 除余 2? 这些数的和是多少?

2. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n . 已知 $a_{10}=30, a_{20}=50$.

(1) 求通项 a_n ;

(2) 若 $S_n=242$, 求 n .

3. 有 30 根水泥电线杆, 要运往 1 000 m 的地方开始安装, 在 1 000 m 处放一根, 以后每 50 m 放一根, 一辆汽车每次只能运 3 根, 如果用一辆汽车完成这项任务, 这辆汽车的行程共有多少公里?

参考答案:

1. 33 1650

2. (1) 由 $a_n = a_1 + (n-1)d, a_{10}=30, a_{20}=50$, 得方程组 $\begin{cases} a_1 + 9d = 30, \\ a_1 + 19d = 50. \end{cases}$

解得 $a_1=12, d=2$. 所以 $a_n=2n+10$.

(2) 由 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d, S_n=242$ 得方程 $12n + \frac{n(n-1)}{2} \times 2 = 242$.

解得 $n=11$ 或 $n=-22$ (舍去),

3. 35.5 km

板书设计

一、课题引入

二、探究公式

推导前 n 项和公式

三、公式第 2 种形式的推导

四、讲解例题

例 1

五、应用

例 2

六、作业设计

第 2 课时 等差数列前 n 项和性质

教学

目标

知识与技能

进一步熟练掌握等差数列的通项公式和前 n 项和公式; 了解等差数列的一些性质, 并会用它们解决一些相关问题; 会利用等差数列通项公式与前 n 项和的公式研究 S_n 的最值.

过程与方法

经历公式应用的过程.

情感、态度与价值观

通过有关内容在实际生活中的应用, 使学生再一次感受数

学源于生活, 又服务于生活的实用性, 引导学生善于观察生活, 从生活中发现问题, 并用数学方法解决问题.

重点

难点

重点

熟练掌握等差数列的求和公式.

难点

灵活应用求和公式解决问题.

案例 (一)

教学

过程

一、回顾等差数列的通项公式及前 n 项和公式, 熟练应用公式解决具体问题

设计意图: 初步建立在研究等差数列时将问题转化为基本量(首项、公差)和方程(组)的思想.

师生活动:

[师生] 共同回顾等差数列通项公式及前 n 项和公式. 引导观察公式中涉及的五量 a_1, d, n, a_n, S_n , 体会等差数列的通项公式与首项 a_1 , 公差 d 和项数 n 有关; 前 n 项和公式的特点: 一个是与首项 a_1 , 公差 d 和项数 n 有关, 另一个是与首项 a_1 , 末项 a_n 和项数 n 有关. 进一步引导学生从方程思想分析得出: 对于等差数列中的五量 a_1, d, n, a_n, S_n , 已知其中三个可求另外两个. (a_1 与 d 是基本量)

[教师] 教师展示胶片(或课件)补充例题: 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, (1) 已知 $a_6=10, S_5=5$, 求 a_8, S_8 ; (2) 已知 $a_3+a_{15}=40$, 求 S_{17} .

[学生] 独立练习.

[师生] 相互校对结果, 交流讨论. 引导学生探讨第(2)题的两种不同解法. 得出: 在研究等差数列时, 转化为基本量(首项 a_1 、公差 d), 通过列方程(组)解决问题. 另外解关于 S_n 的问题时, 借助等差数列的性质及公式 $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$, 有时带来方便.

二、引领学生根据已知数列的前 n 项和探索求通项的方法

设计意图: 进一步弄清等差数列中各量之间的关系, 培养学生严谨的数学思考习惯.

师生活动:

[教师] 布置学生练习: 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + \frac{1}{2}n$,

求 $S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$. 提出问题 $S_n - S_{n-1}$ 说明什么?

[学生] 交流讨论.

[师生] 师生共同得出 $S_n - S_{n-1} = a_n (n \geq 2)$, 同时注意 $n=1$ 时 $a_1 = S_1$ (即 a_1 要单独把 $n=1$ 代入求值). 得出一般结论 $a_n = \begin{cases} a_1 (n=1), \\ S_n - S_{n-1} (n \geq 2). \end{cases}$

[师生] 展示胶片教材例3. 让学生自己完成该题的分析、求解. 教师分别指导(要求解题规范). 完成后让学生看教材例3解答过程, 校对答案.

三、练习教材练习第3题

设计意图: 练习巩固, 联系对比, 通过对比进一步体会等差数列的实质.

师生活动:

[学生] 学生独立完成.

[师生] 请判断你得到的数列是等差数列吗? 学生交流讨论, 分析错误.

[教师] 对比该题与例3的共同点和不同点, 为什么一个是等差数列, 一个不是等差数列呢? 是谁影响着这一结论?

[学生] 学生讨论.

[师生] 引导学生得出: 如果一个数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = pn^2 + qn + r$, 其中 p, q, r 为常数, 且 $p \neq 0$, 那么 $r = 0$ 时这个数列是等差数列.

四、指导学生探求例4, 总结求等差数列 S_n 最值的一般方法

设计意图: 培养学生分析问题, 解决问题的能力. 认识等差数列 S_n ($d \neq 0$) 是关于 n 的二次函数, 从而使学生能从数列 S_n 的结构特征上分析等差数列, 同时渗透函数思想.

师生活动:

[师生] 教师引导校对答案. 学生思考讨论.

[教师] 展示胶片教材例4, 布置学生完成题目.

[学生] 学生书写解题过程, 得出答案.

[师生] 教师巡视, 个别指导.

五、小结

设计意图: 这节课的内容比较多, 三个例题所体现的知识点、数学方法、数学思想丰富. 由学生自主总结, 目的是锻炼学生的归纳能力, 同时强化学生对知识的理解.

师生活动:

[教师] 通过三个例题你学到了什么方法(或解题思想)? 请你小结本节所学的内容.

[学生] 回顾复习, 自由发言总结.

[师生] 教师展示胶片(或课件): 本课小结, 学生交流讨论. (1) 转化为基本量 a_1 和 d 解题. (2) $a_n = \begin{cases} a_1 (n=1), \\ S_n - S_{n-1} (n \geq 2). \end{cases}$

(3) 结合二次函数图象求 $S_n = \frac{d}{2}n^2 + (a_1 - \frac{d}{2})n$ 的最值. 如果二次函数的对称轴横坐标是自然数, S_n 在顶点处取得最值; 如果二次函数的对称轴横坐标不是自然数, S_n 在最接近对称轴横坐标的自然数处取得最值.

六、作业设计

作业: 教材习题2.3A5、6, B1、2.

备选练习:

1. 一个等差数列的前12项和为354, 前12项中偶数项与奇数项和之比为32:27, 求公差 d .

2. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $m, n \in \mathbf{N}^*$, 且 $m \neq n$.

(1) 若 $a_m = n, a_n = m$, 求 a_{m+n} ; (2) 若 $S_m = n, S_n = m$, 求 S_{m+n} .

3. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 其中 $a_1 = 31$, 公差 $d = -8$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 并作出它的图象;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 从哪一项开始小于0?

(3) 求数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和的最大值, 并求出 n 的值.

参考答案:

1. $S_{12} = a_1 + a_3 + \dots + a_{11}, S_{偶} = a_2 + a_4 + \dots + a_{12} = S_{奇} + 6d$,

而 $S_{奇} + S_{偶} = 354, \frac{S_{偶}}{S_{奇}} = \frac{32}{27}$, 解得 $S_{偶} = 192, S_{奇} = 162$.

所以 $192 = 162 + 6d$, 解得 $d = 5$.

2. (1) $\because d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{n - m}{m - n} = -1$,

$\therefore a_{m-n} = a_m + nd = n + n \times (-1) = 0$.

(2) 不妨假设 $m > n$, 则 $S_m = n$,

即 $a_1 + a_2 + \dots + a_n + a_{n+1} + \dots + a_m = n$, ①

又 $S_n = m$ 即 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = m$, ②

由①②得 $a_{n+1} + a_{n+2} + \dots + a_m = n - m$,

即 $\frac{a_{n+1} + a_m}{2} \times (m - n) = n - m, \therefore \frac{a_{n+1} + a_m}{2} = -1$.

在等差数列中 $\frac{a_1 + a_{m+n}}{2} = \frac{a_{n+1} + a_m}{2} = -1$.

故 $S_{m+n} = \frac{a_1 + a_{m+n}}{2} (m + n) = -(m + n)$.

3. (1) $a_n = -8n + 39$ (图略); (2) 第5项; (3) $n = 4$ 时, 前 n 项和最大为76.

板书设计

一、复习回顾

例题

二、由 S_n 和 a_n

例3

三、练习

四、求最值

例4

五、总结

六、作业设计

练习

案例(二)

教学过程

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
复习提问	1. 等差数列的定义, 通项公式、性质; 2. 等差数列前 n 项和公式及其推导.	提出问题, 让学生思考.	积极思考, 回答不确定的地方, 自己找同学补充.	检索学生头脑中的原有知识, 为引入新课作准备.
提出问题 (I)	例 1: 有一等差数列共有 $2n$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 项, 它的奇数项之和与偶数项之和分别为 24 和 30, 若最后一项与第一项之差为 10.5, 求此数列的首项、公差和项数.	引导学生分析, 提出两个问题: ① 奇数项项数与偶数项项数分别为多少? ② 奇数项和与偶数项和之间有什么关系.	回答两个小问题, 寻找解题思路.	通过师问生答, 师生共同分析, 让学生注意去寻找思路, 带动学生积极性.
解决问题	解: 由题意知: $\begin{cases} S_{\text{偶}} - S_{\text{奇}} = nd = 6, \\ a_{2n} - a_1 = (2n-1)d = 10.5, \end{cases}$ 解得: $n=4, d=\frac{3}{2}$, 又 $\because a_1 + a_3 + a_5 + a_7 = 4a_1 + 12d = 24$, $\therefore a_1 = \frac{3}{2}$. $\therefore$ 首项为 $\frac{3}{2}$, 公差为 $\frac{3}{2}$, 项数为 8.	让学生板演, 师强调步骤.	板演.	加强学生规范解题能力.
引申问题	引申: 若一个等差数列含有 $2n+1$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 项, 其奇数项的和与偶数项的和之比为多少? $\frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{n+1}{n}.$	1. 给学生 3 分钟思考时间, 同桌之间可相互讨论. 2. 提问学生.	积极思考回答.	让学生学会自己分析, 通过分析例 1, 提高学生分析能力.
小结	小结: (1) 当项数为 $2n$ 项时: $S_{\text{偶}} - S_{\text{奇}} = nd$, $\frac{S_{\text{偶}}}{S_{\text{奇}}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}.$ (2) 当项数为 $2n+1$ 项时: $S_{\text{奇}} - S_{\text{偶}} = a_{n+1} = a_{\text{中}}.$ $\frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{n+1}{n}.$	提出问题: 项数为 $2n$ 项时, $S_{\text{偶}}$ 与 $S_{\text{奇}}$ 关系, 项数为 $2n+1$ 时呢?	思考回答.	让学生总结问题, 进一步提高能力.
应用举例	练习: 已知某等差数列共有 10 项, 其奇数项之和为 15, 偶数项之和为 30, 则公差 d 为多少? 答案: 3.	提出问题.	思考回答.	通过练习, 加深对所知识的巩固.

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
提出问题 (II)	例2:有两个等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$, 且满足: $\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n}{b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n} = \frac{7n+2}{n+3},$ 求 $\frac{a_5}{b_5}$.	提出问题: (1) $a_1+a_2+\cdots+a_n$ 与 $b_1+b_2+\cdots+b_n$ 各代表什么意义? (2) a_5, b_5 中的项数5与 $\frac{7n+2}{n+3}$ 中的 n 有什么关系?	同桌之间讨论3分钟, 回答.	通过教师引导, 让学生去学会分析问题, 找准突破点解决问题.
解决问题	解: 设 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 前 n 项和分别为 T_n, S_n , 则 $T_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2},$ $S_n = \frac{n(b_1+b_n)}{2},$ $\therefore \frac{T_n}{S_n} = \frac{7n+2}{n+3},$ $\therefore \frac{a_1+a_n}{b_1+b_n} = \frac{7n+2}{n+3},$ 又 $\because a_1+a_9=2a_5,$ $b_1+b_9=2b_5,$ $\therefore \frac{a_5}{b_5} = \frac{7 \times 9 + 2}{9 + 3} = \frac{65}{12}.$	通过学生回答, 写出解题思路, 重点强调 n 与5的关系: $n=2 \times 5 - 1$.	认真思考, 找出5与 n 的关系.	通过教师写出解题思路, 让学生知道解决问题抓关键.
小结	小结: 若等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 T_n, S_n , 则: $\frac{a_m}{b_m} = \frac{T_{2m-1}}{S_{2m-1}}.$	总结出结论.	学生思考, 找结论.	让学生学会总结问题.
应用举例	练习: 已知等差数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 T_n, S_n , 且 $\frac{T_n}{S_n} = \frac{3n+3}{n+3}$, 求 $\frac{a_{11}}{b_{11}}$.	多媒体投影题目.	解答.	通过练习, 加深对所学知识的巩固.
提出问题 (III)	例3: 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求证: $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}$ 仍为等差数列.	提问学生: 证明一个数列为等差数列的方法?	思考回答.	通过证明三者成等差数列, 学生能很快理解 S_n, S_{2n}, S_{3n} 三者关系.
解决问题	证明: 设 $a_n = a_1 + (n-1)d$, 则 $S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}$ $S_{2n} - S_n = \frac{n(a_{n+1}+a_{2n})}{2}$ $= \frac{n(a_n+a_{2n+1})}{2}$ $= \frac{n(a_n+a_1+2nd)}{2}$ $= \frac{n(a_1+a_n)}{2} + n^2d$ $S_{3n} - S_{2n} = \frac{n(a_{2n+1}+a_{3n})}{2}$ $= \frac{n(a_n+a_{3n+1})}{2}$ $= \frac{n(a_1+a_n)}{2} + 2n^2d.$ $\therefore 2(S_{2n} - S_n) = S_n + (S_{3n} - S_{2n})$ $\therefore S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n} \text{ 仍为等差数列, 公差为 } n^2d.$	(1) 证明; (2) 强调: 不是 S_n, S_{2n}, S_{3n} 成等差数列.	体会如何证明一个数列为等差数列.	复习证明一个数列为等差数列的关系, 巩固知识.

教学环节	教学内容	教师活动	学生活动	设计意图
应用举例	练习:已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,且 $S_{10}=70$, $S_{20}=60$,求 S_{30} .	设置题目.	思考回答.	对例3结论进行巩固.
总结	三条性质: ①当等差数列 $\{a_n\}$ 有 $2n$ 项或 $2n+1$ 项时, $S_{偶}$ 与 $S_{奇}$ 关系. ② $\frac{a_n}{b_n}$ 与 $\frac{T_n}{S_n}$ 关系. ③ $S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}$ 三者仍成等差数列.	让学生思考,对本节所学知识进行总结.	思考总结.	提高学生概括归纳能力,让所学知识更加条理化、系统化.
课后作业	教材 2.3A5、6.	布置作业.	课后练习.	对学生所学知识进行巩固、加深.

板书设计

一、复习提问 (1)定义、通项公式、性质 (2)前几项和公式及推导 二、应用	例1 引申 练习	例2小结: $\frac{a_m}{b_m} = \frac{T_{2m-1}}{S_{2m-1}}$,其中 $\{a_m\}$ $\{b_m\}$ 为等差数列 三、总结
---	----------------	--

第二教案

教辅教案

案例(一)——课时详解

课堂导入

数学史上有一颗光芒四射的巨星,他与阿基米德、牛顿齐名,被称为历史上最伟大的三位数学家之一,他就是18世纪德国著名的数学家——高斯.

高斯在上学时,就能很快地算出 $1+2+3+\cdots+100$ 的结果.高斯是这样算出: $1+2+3+\cdots+99+100=(1+100)+(2+99)+\cdots+(50+51)=101\times 50=5\ 050$.他的这种算法,就是等差数列求和的方法.

第1课时 等差数列前 n 项和公式

课前自主学习

1. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_n=a_2+\underline{\hspace{2cm}}=\underline{\hspace{2cm}}+a_{n-3}$.
2. 记 $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-2}+a_{n-1}+a_n$,同时, $S_n=a_n+a_{n-1}+a_{n-2}+\cdots+a_3+a_2+a_1$,两式相加, $2S_n=\underline{\hspace{2cm}}n(a_1+a_n)$.
3. 等差数列 $\{a_n\}$ 中,前 n 项的和 $S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=\frac{d}{2}n^2+(a_1-\frac{d}{2})n$,当 $d>0$ 时,前 n 项的和有最 $\underline{\hspace{1cm}}$ 值;当 $d<0$ 时,前 n 项的和有最 $\underline{\hspace{1cm}}$ 值.
4. 记 $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-2}+a_{n-1}+a_n$,则 $S_{n-1}=\underline{\hspace{2cm}}$

$(n\geq 2, n\in\mathbf{N}^*)$.

5. 在数列 $\{a_n\}$ 中,前 $2n+1$ 项中,正中间的一项为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
 6. 若等差数列的公差为 d ,项数为 $2n(n\in\mathbf{N}^*)$ 项,则 $S_{偶}-S_{奇}=\underline{\hspace{2cm}}$.
 7. 公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 中,记 $S_n=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{n-1}+a_n$,则 $a_{n+1}+a_{n+2}+a_{n+3}+\cdots+a_{2n-1}+a_{2n}=S_n+\underline{\hspace{2cm}}\cdot a_{2n+1}+a_{2n+2}+a_{2n+3}+\cdots+a_{3n-1}+a_{3n}=S_n+\underline{\hspace{2cm}}$.
- 答案 1. a_{n-1} 2. a_4 3. 小 大 4. $a_1+a_2+\cdots+a_{n-1}$
5. a_{n+1} 6. nd 7. n^2d $2n^2d$