苏教版

鼎尖教案

新课标·高中总复习·鼎尖学案(个性化学案)

新课标·高中总复习·鼎尖教案(通用型教案)

数学

上

丛书主编/严治理 黄俊葵 姜山峰 刘芳芳

延边教育出版社

责任编辑:陈长玉
法律顾问:北京陈鹰律师事务所(010-64970501)

图书在版编目(CIP)数据

高中新课标总复习:苏教版. 数学/梁景义主编. —延吉:延边教育出版社,2008.3
(鼎尖教案)
ISBN 978-7-5437-7056-0

Ⅰ.高… Ⅱ.梁… Ⅲ.数学课—高中—升学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 023197 号

《鼎尖教案》数学总复习 ***苏教版***

出版发行:延边教育出版社
地　　址:吉林省延吉市友谊路 363 号(133000)
北京市海淀区苏州街 18 号院长远天地 4 号楼 A1 座 1003(100080)
网　　址:http://www.topedu.net.cn
电　　话:0433-2913975　010-82608550
传　　真:0433-2913971　010-82608856
排　　版:北京鼎尖雷射图文设计有限公司
印　　刷:益利印刷有限公司印装
开　　本:890×1240　16 开本
印　　张:41.5
字　　数:1 328 千字
版　　次:2008 年 4 月第 1 版
印　　次:2008 年 4 月第 1 次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5437-7056-0
定　　价:66.00 元

以首创“复式教学案例”的模式
引领中国教辅出版的新标准

为适应新课改区高考总复习的需要，本着求同存异、通用多用的原则，针对目前教材版本多样化、考试题型和考试范围多样化、学生基础和能力差异化的现状，特组织新课改区一线优秀教师编写了这套《高中总复习鼎尖教案》。该套丛书从学生的时间分配上，从教案的内容结构上，从教师的教学思路上三方面优化设计，肯定会给当前沉闷的教辅出版行业带来一股清新之气。

首先从**学生的时间分配**上考虑，将每“讲”内容分为[课前夯实基础]、[课堂讲练互动]、[课后巩固提高]三个环环相扣的教学环节，并突出以“课堂[课堂讲练互动]”为中心，兼顾“课前[课前夯实基础]”和“课后[课后巩固提高]”。将高考复习时间的分配和内容的分布有机结合在一起，对于高三一轮复习具有极强的可操作性。真正实现了时间作为第一要素在高考复习中的关键作用。

其次从**教案的内容结构**上着想，打破了传统教辅单一的授课模式，将解决问题的两种普遍（各个击破和整体突破）方式引用到教学中来，首创总复习课堂教学的“复式案例”模式。**案例一**:将每“讲”的内容按考点划分，化整为零，各个击破。**案例二**:从知识的整体解决出发，由浅到深，逐级提升。教师可以根据自己的教学实际选择适合自己的教学案例。这两种教学案例在栏目地位上对等，它们之间不是从属关系，而是并列关系；在栏目功能上相同，它们中间任何一个都能独立完成教学任务，实现教学目标；在授课方式上又具有相对的独立性，它们中间任何一个都自成科学而实用的备考体系。在高考题型设计上，该套丛书为体现通用型原则，自始至终在题型设置上全面跟进新课改区的高考真题，全面展现不同新课改区高考新题型，真正解决了同一版本不同区域使用的出版难题。

最后从**教师的教学思路**上考虑，在“教无定法”的理论指导下，教师可以根据学生的特点和自己喜好的教学方式，从《鼎尖教案》中选出适合自己学生的学案。虽然我们在附录部分只给您提供了2-3种学案模式，但我们相信您会从中发现更多种学案模式的存在。为您开发属于您自己的《校本教材》提供了丰富的教学资源。从这种意义上说，作为通用型教案的《鼎尖教案》的出版，为个性化学案《鼎尖学案》的出版提供了最完善的解决方案。

该套丛书的出版，融入了一大批对教育事业拥有神圣情怀和远大使命的中青年教师的心血。在付梓之际，仍怀着忐忑不安的心情等待着读者的检阅。最后借用古人的一句诗，来总结所有出版人在出版过程中的心路历程：**为书消得人憔悴，衣带渐宽终不悔。**

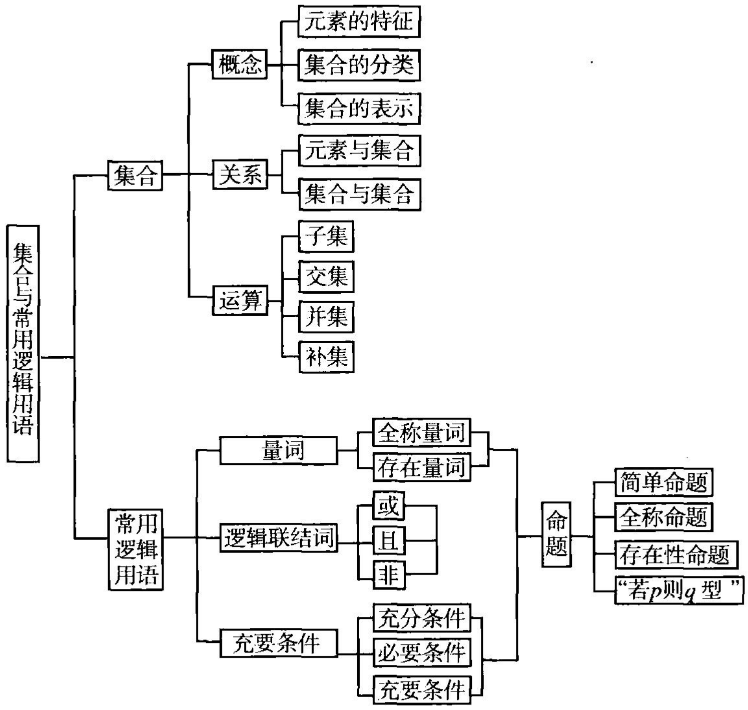
目录

附录　个性化学案的三种模式

堂堂好課　鼎尖教案

第一章 集合与常用逻辑用语

知识网络梳理



高考目标聚焦

课程标准要求

1. 集合

(1)集合的含义与表示

①了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.

②能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.

(2)集合间的基本关系

①理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集.

②在具体情境中,了解全集与空集的含义.

(3)集合的基本运算

①理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个简单集合的并集与交集.

②理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.

③能使用韦恩图(Venn)表达集合的关系及运算.

2. 常用逻辑用语

(1)命题及其关系

①了解命题及其逆命题、否命题与逆否命题.

②理解必要条件、充分条件与充要条件的意义,会分析四种命题的相互关系.

(2)简单的逻辑联结词

了解逻辑联结词“或”“且”“非”的含义.

(3)全称量词与存在量词

①理解全称量词与存在量词的意义.

②能正确地对含有一个量词的命题进行否定.

高考命题预测

1. 集合作为高中数学的一种基本语言工具,几乎为全国高考的必考内容,多以选择题的形式出现,分值约占总分的3.3%～8%.

2. (1)集合的基本概念是解决集合问题的基础,求解集合问题的关键是确定集合的元素,并注意根据集合元素的性质进行检验,特别是集合元素的互异性,常常作为检验的标准和依据.

(2)集合间的关系是高考的热点,一般是直接判断. 对于用描述法表示的集合,要紧紧抓住代表元素及其属性.

(3)集合的运算是考查的重点,在进行本考点问题的求解时,应先把所给集合化为最简形式,再结合集合条件合理转化求解.必要时充分结合数轴、韦恩图、图像等工具,特别注意空集这一特殊的集合.

3. 常用逻辑用语作为学习数学知识的工具,在历年高考中多有体现,并且所占比重也会越来越大,在高考中多以选择题、填空题的形式出现,有时也隐含于解答题中,主要考查有关命题的概念、四种命题间的相互关系、充要条件、逻辑联结词的使用等.

4. (1)学习四种命题的关键在于了解命题的结构.掌握四种命题的组成及互为逆否命题的等价性.数学中定义、公式、公理都是命题,但命题有真假之分,而定理都是真的.

(2)充分条件、必要条件、充要条件是高考重点,常见的判断方法有三种:定义法、等价法、集合间的包含关系法.

(3)在集合部分中所学的"并集""交集""补集"与逻辑连接词"或、且、非"关系密切,对逻辑连结词"或、且、非"的理解很有益处.

(4)$p\cup q$ 一真必真,$p\cap q$ 一假必假,$\neg p$ 真假相反.

§1.1 集合

课前夯实基础

基础知识巩固

1. 集合的含义与表示

(1)一般地,我们把研究对象统称为______,把一些元素组成的总体叫做______,简称______.

(2)集合中的元素有三个特性:①______;②______;③______.

(3)集合中元素与集合的关系分别为______和______两种,分别用______和______来表示.

(4)几个常用集合的记法

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法	____	____	____	____	____

(5)集合有三种表示方法:______、______、______,它们各有优点,用什么方法来表示集合,要具体问题具体分析.

2. 集合间的基本关系

(1)一般地,对于两个集合 A、B,如果____________,我们就说这两个集合有包含关系,称集合 A 为集合 B 的子集,记作______.

(2)对于两个集合 A、B,若______且______,则称集合 A 与集合 B 相等.

(3)如果集合 $A\subseteq B$,但存在元素 $x\in B$,且 $x\notin A$,我们称集合 A 是集合 B 的______,记作______.

(4)不含任何元素的集合叫做______,记作______,并规定:空集是任何集合的子集.

(5)若 A 含有 n 个元素,则 A 的子集个数为______个,A 的非空子集个数为______个,A 的非空真子集个数为______个.

3. 集合的基本运算

(1)一般地,由所有____________的元素所组成的集合,称为集体 A 与 B 的并集,记作 $A\cup B$,即:$A\cup B=$____________.

(2)一般地,由属于____________的所有元素组成的集合,称为 A 与 B 的交集,记作 $A\cap B$,即:$A\cap B=$____________.

(3)如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为______,通常记作______.

(4)对于一个集合 A,由全集 U 中______的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,记作 $\complement_U A$,即 $\complement_U A=$____________.

(5)$A\cap B=A\Leftrightarrow$______

$A\cup B=A\Leftrightarrow$______

1. (1)元素 集合 集
(2)确定性 互异性 无序性
(3)属于 不属于 $\in$ $\notin$
(4)$\mathbf{N}$ $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ Z Q $\mathbf{R}$
(5)列举法 描述法 Venn 图法
2. (1)集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素 $A\subseteq B$(或 $B\supseteq A$)
(2)$A\subseteq B$ $B\supseteq A$
(3)真子集 $A\subsetneqq B$(或 $B\supsetneqq A$)
(4)空集 $\varnothing$
(5)2^n 2^n-1 2^n-2
3. (1)属于集合 A 或属于集合 B $\{x|x\in A$ 或 $x\in B\}$
(2)集合 A 且属于集合 B $\{x|x\in A$ 且 $x\in B\}$
(3)全集 U
(4)不属于集合 A $\{x|x\in U$,且 $x\notin A\}$
(5)$A\subseteq B$ $B\subseteq A$

课前热身练习

1. 已知集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$,$A=\{2,4,5,7\}$,$B=\{3,4,5\}$,则 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=$______.

【解析】$\complement_U A=\{1,3,6\}$,$\complement_U B=\{1,2,6,7\}$,

$\therefore(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)\{1,2,3,6,7\}$

【答案】$\{1,2,3,6,7\}$

2. 设集合 $M=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$,$N=\{y|y=-x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$,则 $M\cap N$ 是______.

【解析】$\because y=x^2+1,x\in\mathbf{R}$,得 $y\geqslant1$,

$\therefore M=\{y|y\geqslant1\}$

在集合 N 中 $y=-x^2+1$,,$x\in\mathbf{R}$,得 $y\leqslant1$,

$\therefore N=\{y|y\leqslant1\}$

$\therefore M\cap N=\{1\}$.

【答案】$\{1\}$

3. 设集合 $A=\{x|1<x<2\}$,$B=\{x|x<a\}$,若 $A\subsetneqq B$,则 a 的取值

范围________.

【解析】运用数轴的方法

$\because B$要包含A,

$\therefore a\geqslant 2$.

【答案】$[2,+\infty)$

4. (2007·湖北重点中学高三联考)已知集合$M=\{y|y=x+1\}$,$N=\{(x,y)|x^2+y^2=1\}$,则$M\cap N$中元素的个数是________个.

【解析】集合M是数集,集合N是点集,两者无公共元素.

【答案】0

5. (2007·广东)已知函数$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$的定义域为$M$,$g(x)=\ln(1+x)$的定义域为$N$,则$M\cap N=$________.

【解析】$M=\{x|x<1\}$,$N=\{x|x>-1\}$,

$\therefore M\cap N=\{x|-1<x<1\}$.

【答案】$\{x|x<1\}$

6. (2007·重庆)设全集$U=\{a,b,c,d\}$,$A=\{a,c\}$,$B=\{b\}$,则$A\cap(\complement_U B)=$________.

【解析】$\because B=\{b\}$,$\therefore \complement_U B=\{a,c,d\}$,$\therefore A\cap(\complement_U B)=\{a,c\}$.

【答案】$\{a,c\}$

7. (2007·安徽)若$A=\{x\in\mathbf{Z}|2\leqslant 2^{2-x}<8\}$,$B=\{x\in\mathbf{R}||\log_2 x|>1\}$,则$A\cap(\complement_{\mathbf{R}} B)$的元素个数为________个.

【解析】$A=\{0,1\}$,$B=\{x|x>2$或$0<x<\frac{1}{2}\}$.

$\therefore A\cap(\complement_{\mathbf{R}} B)=\{0,1\}$.

【答案】2

课堂讲练互动

教学案例(一) 考点各个击破

考点1 集合的含义与表示

考点归纳

要注意集合元素的确定性、互异性、无序性的运用,即分析问题,要看能否用它找到解题的切入点;最后再检验元素是否满足“三性”.表示集合要选择适当的方法,如:列举法、描述法、区间法、图示法等.由于空集较特殊,即$\varnothing\subseteq A$,又易被忽视,应处处提高警惕.

考点探究

【例1】(2006·湖北重点中学联考)设$A=\{-4,2a-1,a^2\}$,$B=\{9,a-5,1-a\}$,已知$A\cap B=\{9\}$,求实数a的值.

【解析】$\because A\cap B=\{9\}$,$\therefore 9\in A$.

若$2a-1=9$,则$a=5$.

此时$A=\{-4,9,25\}$,$B=\{9,0,-4\}$,

$A\cap B=\{9,-4\}$,与已知矛盾,舍去.

若$a^2=9$,则$a=\pm3$.

当$a=3$时,$A=\{-4,5,9\}$,$B=\{-2,-2,9\}$.

B中有2个元素均为-2,与集合中元素的互异性矛盾,应舍去.

当$a=-3$时,$A=\{-4,-7,9\}$,$B=\{9,-8,4\}$,符合题意.

综上所述,$a=-3$.

【点评】本题考查集合元素的基本特征——确定性、互异性、无序性,切入点是分类讨论思想,由于集合中元素用字母表示,检验结果必不可少.

【例2】给定集合A,B,定义$A*B=\{x|x=m-n,m\in A,n\in B\}$,若$A=\{4,5,6\}$,$B=\{1,2,3\}$,则集合$A*B$中的所有元素之和为________.

A. 15　　B. 14　　C. 27　　D. -14

【解析】由于$A=\{4,5,6\}$,$B=\{1,2,3\}$.

$\therefore A*B=\{5,4,3,2,1\}$,故其所有元素和为$5+4+3+2+1=15$.

【点评】这是一个综合创新题,吃透新定义是此题的关键.解答这类信息迁移题,要注意紧扣题目中给出的新定义,将新旧知识联系起来,并用已有的解题方法来分析、解决新的问题.

考点拓展

1. 有关集合问题解决一要借助于概念,二要借助于数轴,三要借助于Venn图,四要借助于函数图象.

2. 在集合的描述法中特别关注代表元素的形式,如$\{y|y=x^2\}$,$\{x|y=x^2\}$,$\{(x,y)|y=x^2\}$均表示不同的集合.

考点应用

1. 下列六种表示法

①$\{x=-1,y=2\}$　　②$\left\{(x,y)\,\middle|\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}\right\}$

③$\{-1,2\}$　　④$(-1,2)$

⑤$\{(-1,2)\}$　　⑥$\{x,y|x=-1$或$y=2\}$

能正确表示方程组$\begin{cases}2x+y=0\\x-y+3=0\end{cases}$的解集的有________.

【解析】方程组的解易求出为$\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$

写成集合时,应表示成一对有序实数对$(-1,2)$,然后,再分析题设六种表示方法,即可得出结论.

$$\left\{(x,y)\,\middle|\begin{cases}2x+y=0\\x-y+3=0\end{cases}\right\}=\left\{(x,y)\,\middle|\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}\right\}$$

【答案】②⑤

2. 定义集合运算$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$.设集合$A=\{0,1\}$,$B=\{2,3\}$,则集合$A\odot B$的所有元素之和为________.

【解析】$A\odot B=\{z|z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$,

$\therefore$当$A=\{0,1\}$,$B=\{2,3\}$时,$A\odot B=\{0,6,12\}$,于是$A\odot B$的所有元素之和为$0+6+12=18$.

【答案】18

3. 设集合$M=\{x|x=5-4a+a^2,a\in\mathbf{R}\}$,$N=\{y|y=4b^2+4b+2,b\in\mathbf{R}\}$,则下列关系正确的是________.

【解析】集合$M=\{x|x=5-4a+a^2,a\in\mathbf{R}\}=\{x|x=(a-2)^2+1,a\in\mathbf{R}\}=\{x|x\geqslant1\}$,$N=\{y|y=4b^2+4b+2,b\in\mathbf{R}\}=\{y|$

$y=(2b+1)^2+1,b\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geq1\}$.

$\therefore M=N$.

【答案】$M=N$

考点2 集合间的基本关系

考点归纳

集合的交集、并集、补集运算是重点内容,在学习时要重视数形结合思想的运用,数集往往借助数轴进行;点集则借助平面直角坐标系;有时可以借助文氏图进行运算.

考点探究

【例3】已知集合 $A=\{x|0<ax+1\leq5\}$,

集合 $B=\{x|-\frac{1}{2}<x\leq2\}$.

(1)若 $A\subseteq B$,求实数 a 的取值范围;

(2)若 $B\subseteq A$,求实数 a 的取值范围;

(3)A、B 能否相等?若能,求出 a 的值;若不能,试说明理由.

【点拨】利用数轴作工具,使问题得到解决.

【解析】A 中不等式的解集应分三种情况讨论:

①若 $a=0$,则 $A=\mathbf{R}$;

②若 $a<0$,则 $A=\{x|\frac{4}{a}\leq x<-\frac{1}{a}\}$;

③若 $a>0$,则 $A=\{x|-\frac{1}{a}<x\leq\frac{4}{a}\}$.

(1)当 $a=0$ 时,若 $A\subseteq B$,此种情况不存在.

当 $a<0$ 时,若 $A\subseteq B$,则 $\begin{cases}\frac{4}{a}>-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{a}\leq2\end{cases}$,

$\therefore \begin{cases}a<-8\\a\leq-\frac{1}{2}\end{cases}$,$\therefore a<-8$.

当 $a>0$ 时,若 $A\subseteq B$,则 $\begin{cases}-\frac{1}{a}\geq-\frac{1}{2}\\\frac{4}{a}\leq2\end{cases}$,$\therefore \begin{cases}a\geq2\\a\geq2\end{cases}$,

$\therefore a\geq2$.综上知,此时 a 的取值范围是 $a<-8$ 或 $a\geq2$.

(2)当 $a=0$ 时,显然 $B\subseteq A$;

当 $a<0$ 时,若 $B\subseteq A$,则 $\begin{cases}\frac{4}{a}\leq-\frac{1}{2}\\-\frac{1}{a}>2\end{cases}$,

$\therefore \begin{cases}a\geq-8\\a>-\frac{1}{2}\end{cases}$

$\therefore -\frac{1}{2}<a<0$;

当 $a>0$ 时,若 $B\subseteq A$,则 $\begin{cases}-\frac{1}{a}\leq-\frac{1}{2}\\\frac{4}{a}\geq2\end{cases}$,

$\therefore \begin{cases}a\leq2\\a\leq2\end{cases}$

$\therefore 0<a\leq2$.

综上知,当 $B\subseteq A$ 时,$-\frac{1}{2}<a\leq2$.

(3)当且仅当 A、B 两个集合互相包含时,$A=B$,由(1)、(2)知,$a=2$.

【点评】在解决两个数集关系问题时,避免出错的一个有效手段是合理运用数轴帮助分析与求解,另外,在解含有参数的不等式(或方程)时,要对参数进行讨论.分类时要遵循"不重不漏"的分类原则,然后对于每一类情况都要给出问题的解答.分类讨论的一般步骤:①确定标准;②恰当分类;③逐类讨论;④归纳结论.

考点应用

4. 已知集合 $P=\{1,2\}$,那么满足 $Q\subseteq P$ 的集合 Q 的个数是______个.

【解析】$Q=\{1\}$或$\{2\}$或$\{1,2\}$或 $\varnothing$,故共有4个.总结结论:若集合 A 中含有 n 个元素,则其子集个数为 2^n 个,真子集为 2^n-1 个.

【答案】4

5. $M=\{x|x^2=1\}$,$N=\{x|ax=1\}$,若 $N\subsetneqq M$,则 a 的值为______.

【解析】$M=\{-1,1\}$,$N\subsetneqq M$,$\therefore N=\phi$ 或$\{1\}$或$\{-1\}$,

①$N=\phi$ 时,$a=0$

②$N=\{1\}$时,$a=1$

③$N=\{-1\}$时,$a=-1$

$\therefore a=0$ 或 1 或 -1.

【答案】$0,\pm1$

6. 设集合 $P=\{m|-1<m<0\}$,$Q=\{m\in\mathbf{R}|mx^2+4mx-4<0$ 对任意实数 x 恒成立$\}$,则下列关系中成立的是______.

【解析】对集合 Q 中的元素,①当 $m=0$ 时,$-4<0$ 恒成立;

②当 $m<0$ 时,需 $\Delta=(4m)^2-4\times m\times(-4)<0$,解得 $-1<m<0$,综①②知 $-1<m\leq0$,

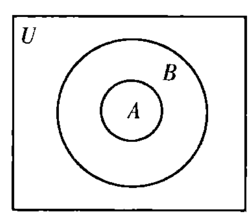
$\therefore Q=\{m\in\mathbf{R}|-1<m\leq0\}$,

$\therefore P\subsetneqq Q$.

【答案】$P\subsetneqq Q$

7. 设集合 A,B 是全集 $\mathbf{U}$ 的两个子集,则 $A\subsetneqq B$ 是 $\complement_U A\cup B=\mathbf{U}$ 的______条件.

【解析】利用 Venn 图法.



【答案】充分不必要条件

8. 设 $f(x)=\frac{x-a}{x-1}$,集合 $M=\{x|f(x)<0\}$,$P=\{x|f'(x)>0\}$,若 $M\subsetneqq P$,则实数 a 的取值范围是______.

【解析】$\because f(x)=1+\frac{1-a}{x-1}$,

$\therefore f'(x)=\frac{a-1}{(x-1)^2}$,

当 $f'(x)>0$ 时,有 $a>1$.

$\therefore M=\{x|1<x<a\}$,$P=\{x|x\neq1\}$,

又$\because M\subsetneqq P$,

$\therefore a>1$

【答案】$(1,+\infty)$

考点3 集合的运算

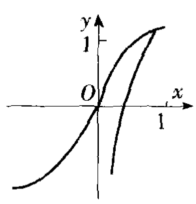
考点归纳

集合的子交并补运算是重点内容,在学习时要重视数形结合思想的运用,数集往往借助数轴进行;点集则借助平面直角坐标系;有时可以借助文氏图进行运算.

考点探究

【例4】若集合 $A=\{y|y=x^{\frac{1}{3}},-1\leqslant x\leqslant 1\}$, $B=\{y|y=2-\frac{1}{x},0<x\leqslant 1\}$,则 $A\cap B$ 等于________.

【解析】根据题意求出集合 A 和 B 的元素,再求公共元素所组成的集合,便可得正确选项.也可画出图象,求函数值的公共部分.



方法一:$A=\{y|-1\leqslant y\leqslant 1\}$, $B=\{y|y\leqslant 1\}$, $A\cap B=A=[-1,1]$.

方法二:(数形结合法)如图,从两个函数图象上可以看出它们的函数值的交集是公共部分,即 $[-1,1]$.

【点评】解答本类题目,必须弄清集合中的元素是什么,是函数关系中自变量的取值,还是因变量的取值,还是曲线上的点……数形结合是解集合问题的常用方法,解题时要尽可能地借助数轴、直角坐标系或韦恩图等工具,将抽象的代数问题具体化、形象化、直观化,然后利用数形结合的思想方法解决.

【例5】已知集合 $A=\{x|x^2-6x+8<0\}$, $B=\{x|(x-a)\cdot(x-3a)<0\}$.

(1)若 $A\subseteq B$,求 a 的取值范围.

(2)若 $A\cap B=\varnothing$,求 a 的取值范围.

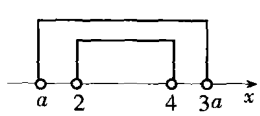
(3)若 $A\cap B=\{x|3<x<4\}$,求 a 的取值范围.

【点拨】此题主要考查集合间的包含关系、集合运算、分类讨论等基础知识,考查运算、分析问题、解决问题的能力.本题可结合数轴进行分析.

【解析】$\because A=\{x|x^2-6x+8<0\}$,

$\therefore A=\{x|2<x<4\}$.

(1)当 $a>0$ 时, $B=\{x|a<x<3a\}$,



应满足 $\begin{cases}a\leqslant 2\\3a\geqslant 4\end{cases}\Rightarrow\frac{4}{3}\leqslant a\leqslant 2$,

当 $a<0$ 时, $B=\{x|3a<x<a\}$,

应满足 $\begin{cases}3a\leqslant 2\\a\geqslant 4\end{cases}\Rightarrow a\in\varnothing$,

$\therefore A\subseteq B$ 时, $\frac{4}{3}\leqslant a\leqslant 2$.

(2)要满足 $A\cap B=\varnothing$,

当 $a>0$, $B=\{x|a<x<3a\}$, $a\geqslant 4$ 或 $3a\leqslant 2$,

$\therefore 0<a\leqslant\frac{2}{3}$ 或 $a\geqslant 4$;

当 $a<0$ 时, $B=\{x|3a<x<a\}$, $a\leqslant 2$ 或 $a\geqslant\frac{4}{3}$,

$\therefore a<0$ 时成立,验证知当 $a=0$ 时也成立.

综上所述, $a\leqslant\frac{2}{3}$ 或 $a\geqslant 4$ 时, $A\cap B=\varnothing$.

(3)要满足 $A\cap B=\{x|3<x<4\}$,显然 $a>0$ 且 $a=3$ 时成立,

$\because$ 此时 $B=\{x|3<x<9\}$,而 $A\cap B=\{x|3<x<4\}$,

故所求 a 的值为3.

【点评】(1)本题为集合在一定约束条件下求参数的问题,涉及集合的运算,其转化途径常通过两个方面:一是分析、简化每个集合;二是利用两集合元素的性质.

(2)本题体现了分类讨论的思想,分类的关键点在于比较出 a 与 $3a$ 的大小,进而将集合 B 表示出来.

考点拓展

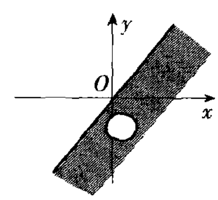
(1)解决用符号描述法表示的集合问题时,弄清集合的元素特征是关键.(2)用图形表示集合,使抽象问题形象化,正确转化是解题的前提.(3)把集合作为工具应用,解题的关键在于拨开利用集合来叙述问题的这一面纱,把它转化为其他的数学本质问题,从而使问题顺利地解决.

考点应用

9. 已知集合 $A=\{(x,y)|y-\sqrt{3}x\leqslant 0\}$,集合 $B=\{(x,y)|x^2+(y-a)^2\leqslant 1\}$,若 $A\cap B=B$,则实数 a 的取值范围是________.

【解析】集合 A 表示直线 $y=\sqrt{3}x$ 及其右下方区域,集合 B 表示以 $(0,a)$ 为圆心,以1为半径的动圆面,

由于 $A\cap B=B$, $\therefore B\subseteq A$,



$\therefore$ 动圆必须在不等式 $y-\sqrt{3}x\leqslant 0$ 所表示的平面区域内,如图所示,由此可得关系式

$\begin{cases}a<0\\\frac{|a-0\times\sqrt{3}|}{\sqrt{1+3}}\geqslant 1\end{cases}$

$\therefore a\leqslant -2$.

【答案】$(-\infty,-2]$

10. 设 $f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$, $P=\{1,2,3,4,5\}$, $Q=\{3,4,5,6,7\}$.记 $\hat{P}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}$, $\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}$,则 $\hat{P}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{P})=$________.

【解析】$\because f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$,

$\therefore f(n)$ 为奇数.

$\therefore \hat{P}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}=\{0,1,2\}$,

$\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}=\{1,2,3\}$.

$\therefore(\hat{P}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{P})=\{0,3\}$.

【答案】$\{0,3\}$

11. 设I为全集, S_1, S_2, S_3 是I的三个非空子集且 $S_1\cup S_2\cup S_3=$ I,则下列论断正确的有________.

①$\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

②$S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3$

③$\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \varnothing$

④$S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$

【解析】$\because S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, $\therefore \complement_I (S_1 \cup S_2 \cup S_3) = \varnothing$,

即$(\complement_I S_1) \cap (\complement_I S_2) \cap (\complement_I S_3) = \varnothing$.

【答案】③

【点评】本题利用了集合运算的两个性质:①$\complement_I I = \varnothing$;②$\complement_I (S_1 \cup S_2) = (\complement_I S_1) \cap (\complement_I S_2)$.

考点4 集合的综合应用

考点归纳

集合与其它知识点的联系在高考中经常考,并且渗透集合语言叙述的综合题也屡见不鲜,常与函数、方程、不等式、数列、解析几何为背景构造一类综合性题目.其中高考热点是集合与不等式的综合题.

考点探究

【例6】记函数$f(x) = \lg(2x-3)$的定义域为集合M,函数$g(x) = \sqrt{1-\dfrac{2}{x-1}}$的定义域为集合$N$.

求(Ⅰ)集合M,N;

(Ⅱ)集合$M \cap N, M \cup N$.

【解析】(Ⅰ)$M = \{x|2x-3>0\} = \{x|x>\dfrac{3}{2}\}$;

$N = \{x|1-\dfrac{2}{x-1} \geqslant 0\} = \{x|\dfrac{x-3}{x-1} \geqslant 0\}$

$= \{x|x \geqslant 3$ 或 $x<1\}$.

(Ⅱ)$M \cap N = \{x|x \geqslant 3\}$;

$M \cup N = \{x|x<1$ 或 $x>\dfrac{3}{2}\}$.

【点评】本题考查函数的定义域以及集合的运算.以及不等式的解法.求定义域转化为解不等式.借助于数,求数集合的交集和并集.

【例7】设$I = \{1,2,3,4\}$,A与B是I的子集,若$A \cap B = \{2,1\}$,则称(A,B)为一个“理想配集”,规定(A,B)和(B,A)是两个不同的“理想配集”,那么符合此条件的“理想配集”的个数是______个.

【点拨】解答信息迁移问题,关键在理解新信息并把它纳入已有的知识体系中,用原来的知识和方法来解决新情境下的问题.

【解析】由A与B是集合I的子集,且$A \cap B = \{1,2\}$,得A,B应为$\{1,2\},\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,3,4\}$中的一个.

由定义知,

①若$A = \{1,2\}$,则集合B可以取以上4个集合中的任何一个,共有4种不同的情形;

②若$A = \{1,2,3\}$,则集合B可以取$\{1,2\},\{1,2,4\}$中的任何一个,共有2种不同的情形;

③若$A = \{1,2,4\}$,则集合B可以取$\{1,2\},\{1,2,3\}$中的任何一个,共有2种不同的情形;

④若$A = \{1,2,3,4\}$,则集合B可以取$\{1,2\}$这一种情形.

综上可知,适合题意的情形共有$4+2+2+1=9$种.

【点评】本题主要考查集合的运算以及分类讨论思想,阅读迁移的能力,体现了最新《考试大纲》的“要构造有一定深度和广度的数学问题”的高考命题要求.

【例8】(2006·全国Ⅱ)设$a \in \mathbf{R}$,二次函数$f(x) = ax^2 - 2x - 2a$,设不等式$f(x)>0$的解集为A,又知$B = \{x|1<x<3\}$,若$A \cap B \neq \varnothing$,求$a$的取值范围.

【点拨】若从正面考虑,解$f(x)>0$,显然较繁,故考虑对立面,先求$A \cap B = \varnothing$时a的范围,然后取补集.

【解析】$\because f(x)$为二次函数,

$\therefore a \neq 0$.

①当$a>0$时,

$A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leqslant 0 \\ f(3) \leqslant 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2-2a \leqslant 0 \\ 9a-6-2a \leqslant 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2 \leqslant a \leqslant \dfrac{6}{7}$,

$\therefore 0<a \leqslant \dfrac{6}{7}$.

②当$a<0$时,

$A \cap B = \varnothing$

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leqslant 0 \\ f(3) \leqslant 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2 \leqslant a \leqslant \dfrac{6}{7}$,

$\therefore -2 \leqslant a < 0$.

$\therefore$ 当$A \cap B = \varnothing$时,$-2 \leqslant a \leqslant 0$ 或 $0<a \leqslant \dfrac{6}{7}$.

又$\because a \in \mathbf{R}$,且$a \neq 0$,

$\therefore A \cap B \neq \varnothing$时,$a<-2$ 或 $a>\dfrac{6}{7}$.

$\therefore a$的取值范围是$(-\infty,-2) \cup (\dfrac{6}{7},+\infty)$.

【点评】当从正面求一个集合比较麻烦时,可以考虑先求其补集,然后再取补集.这种补集的思想可以化繁为简.

考点应用

12. 设集合$A = \{x|x^2-5x+4>0\}$,$B = \{x|x^2-2ax+(a+2)=0\}$,若$A \cap B \neq \varnothing$,求实数$a$的取值范围.

【答案】$\{a|a \leqslant -1$ 或 $a>\dfrac{18}{7}\}$

13. 设集合$A = \{(x,y)|ay^2-x-1=0\}$,$B = \{(x,y)|4x^2+2x-2y+5=0\}$,$C = \{(x,y)|y=kx+b\}$.

若$a=1$,是否存在自然数k和b,使得$(A \cap C) \cup (B \cap C) = \varnothing$?若存在,请求出$k$和$b$的值;若不存在,请说明理由.

【解析】$\because (A \cap C) \cup (B \cap C) = \varnothing$,$\therefore A \cap C = \varnothing$ 且 $B \cap C = \varnothing$.

即方程组$\begin{cases} y^2 = x+1, \\ y = kx+b \end{cases}$与$\begin{cases} 4x^2+2x-2y+5=0, \\ y=kx+b \end{cases}$都无解.

根据数形结合可知$1<b<2.5$且$b \in \mathbf{N}^*$,$\therefore b=2$.

从而$\begin{cases} y^2 = x+1 \\ y = kx+2 \end{cases}$,无解,

即$k^2x^2+(4k-1)x+3=0$无解,故$\Delta<0$.

$1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}<k<1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$且$k \in \mathbf{N}$,$\therefore k=1$.

此时$\begin{cases} 4x^2+2x-2y+5=0 \\ y=x+2 \end{cases}$,无解,

故$k=1, b=2$.

教学案例(二) 知能整体提升

重点难点突破

1. 重点

了解集合的含义与表示方法,理解集合间包含与相等的含义,会用集合语言表达数学对象或数学内容,理解两个集合的并集与交集的含义,会用集合语言解决相关问题.

2. 难点

区别元素与集合的属于、包含关系,恰当选择列举法和描述法表示集合,理解交集、并集、补集的概念及其符号之间的区别,特别注意空集的情况.

3. 疑难点突破

本节内容有以下常见疑难问题:一是对于抽象符合的理解与记忆,如"$\subset$"与"$\in$",几种数集的符合,描述法表示集合等;二是集合中元素含有字母时,容易忽视元素的互异性而导致失误;三是集合的包含关系转化为等式或不等式问题;四是集合运算问题,Venn 图和数轴是帮助理解交集、并集、补集的概念,正确进行集合运算的良好工具,在应用中注意体会.

考点题型探究

题型一 利用集合中元素的性质解题

【例 1】2008 年第 29 届奥运会将在北京召开,现有三个实数的集合,既可以表示为$\{a,\frac{b}{a},1\}$,也可表示为$\{a^2,a+b,0\}$,则$a^{2008}+b^{2008}=$________.

【点拨】根据集合中元素的确定性,我们不难得到两集合的元素是相同的,这样需要列方程组分类讨论,显然复杂又繁琐.这时若能发现 0 这个特殊元素,和$\frac{b}{a}$中的 a 不为 0 的隐含信息,就能得到如下解法.

【解析】由已知得$\frac{b}{a}=0$,及 $a\neq0$,所以 $b=0$,于是 $a^2=1$,即 $a=1$ 或 $a=-1$.又根据集合中元素的互异性 $a=1$ 应舍去,因而 $a=-1$,故 $a^{2008}+b^{2008}=(-1)^{2008}=1$.

【点评】1. 利用集合中元素的特点,列出方程组求解,但仍然要检验,看所得结果是否符合集合元素的互异性的特征.

2. 此类问题还可以根据两集合中元素的和相等,元素的积相等,列出方程组求解,但仍然要检验.

【变式训练】设全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$,$A=\{|2a-1|,2\}$,$\complement_U A=(5)$,求实数 a 的值.

【点拨】由$\complement_U A=\{5\}$知,$5\in U$,$5\notin A$,故由 $a^2+2a-3=5$,可求得 a.

【解析】$\because \complement_U A=\{5\}$,$\therefore 5\in U$,且$|2a-1|=3$.

$\therefore \begin{cases}a^2+2a-3=5\\|2a-1|=3\end{cases}$

解得 $a=2$.

【点评】(1)在进行集合的子集、并集、交集、补集运算时,首先要明确各运算的定义,可首先考虑 Venn 图,这样可提高思维起点,缩短运算过程,提高数形结合能力.

(2)本题易犯错误:由 $a^2+2a-3=5$ 解得 $a=2$,或 $a=-4$,而忽视了隐含条件 $A\subsetneq U$,或者说忘记了检验集合中的元素是否满足题意.

题型二 利用集合与集合的关系解参数的取值问题

【例 2】设集合 $A=\{x|x^2+x-2\leqslant0\}$,$B=\{x|2<x+1\leqslant4\}$,$C=\{x|x^2+bx+c>0\}$满足$(A\cup B)\cap C=\varnothing$,且$(A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$,求 b,c.

【点拨】条件 $A\cup B\cap C=\varnothing$,$(A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$,

即$\complement_R(A\cup B)=C$.

【解析】$A=\{x|-2\leqslant x\leqslant1\}$,$B=\{x|1<x\leqslant3\}$,

$\therefore A\cup B=\{x|-2\leqslant x\leqslant3\}=[-2,3]$.

$\because (A\cup B)\cup C=\mathbf{R}$,$(A\cup B)\cap C=\varnothing$,

$\therefore C=(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$.

$\therefore -2,3$ 是方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根,

$\therefore b=-(-2+3)=-1$,$c=-6$.

【点评】(1)空集是不含任何元素的集合,是一个特殊集合,不能忽视其性质.

(2)集合作为一种数学语言,在各部分有广泛的渗透性和联系性.高考的其他考点也经常用集合语言"包装",要搞清其本质含义.

(3)由于集合的联系性较强,应注意体会和提炼数学思想(如数形结合,方程思想和分类讨论思想).

【变式训练】(2007·西安交大附中模拟)设$A=\{x|x^2-ax+a^2-19=0\}$,$B=\{x|x^2-5x+6=0\}$,$C=\{x|x^2+2x-8=0\}$.

(1)若 $A\cap B=A\cup B$,求 a 的值;

(2)若 $\varnothing\subsetneq A\cap B$,且 $A\cap C=\varnothing$,求 a 的值;

(3)若 $A\cap B=A\cap C\neq\varnothing$,求 a 的值.

【答案】(1)此时当且仅当 $A=B$,由韦达定理可得 $a=5$ 和 $a^2-19=6$ 同时成立,即 $a=5$.

(2)由于 $B=\{2,3\}$,$C=\{-4,2\}$,故只可能 $3\in A$.此时 $a^2-3a-10=0$,即 $a=5$ 或 $a=-2$,由(1)可得 $a=-2$.

(3)此时只可能 $2\in A$,有 $a^2-2a-15=0$,即 $a=5$ 或 $a=-3$,由(1)可得 $a=-3$.

题型三 与集合有关的新概念问题

【例 3】设数集 $M=\{x|m\leqslant x\leqslant m+\frac{3}{4}\}$,$N=\{x|n-\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant n\}$,且 M、N 都是集合$\{x|0\leqslant x\leqslant1\}$的子集,如果把 $b-a$ 叫做集合$\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$的"长度",那么集合 $M\cap N$ 的"长度"的最小值是________.

【点拨】用区间的长度来刻画集合,使"长度"的概念有了更深层次的内涵.

【解析】方法一 由已知可得$\begin{cases}m\geqslant0\\m+\frac{3}{4}\leqslant1\end{cases}$,即 $0\leqslant m\leqslant\frac{1}{4}$;

$\begin{cases}n-\frac{1}{3}\geqslant0\\n\leqslant1\end{cases}$,即$\frac{1}{3}\leqslant n\leqslant1$.取字母 m 的最小值 0,字母 n 的最大值 1,可得 $M=[0,\frac{3}{4}]$,$N=[\frac{2}{3},1]$,

$\therefore M\cap N=[0,\frac{3}{4}]\cap[\frac{2}{3},1]=[\frac{2}{3},\frac{3}{4}]$.此时得集合 $M\cap N$ 的"长度"为$\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$.

方法二 从另外一个角度也可解得此题,集合 M 的长度为

$\frac{3}{4}$,集合 N 的长度为 $\frac{1}{3}$.

由于 M、N 都是集合 $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的子集,而 $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$ 的长度为 1,

由此得集合 $M\cap N$ 的"长度"的最小值是 $(\frac{3}{4}+\frac{1}{3})-1=\frac{1}{12}$.

【答案】 $\frac{1}{12}$

【点评】以集合为背景将其它的长度等概念交汇于命题之中,是高考集合命题的一大特色,探究解题时紧扣定义及其相互间的联系,巧妙应用特殊化思想可以使解题的思路更为简捷.

【变式训练】两个集合 A,B 之差记做"$A-B$",定义为 $A-B=\{x|x\in A$ 且 $x\notin B\}$,如果集合 $A=\{x|\log_2 x<1\}$,$B=\{x||x-2|<1\}$,那么 $A-B$ 等于________.

【解析】由题意知,$A=\{x|0<x<2\}$,$B=\{x|1<x<3\}$,

$\therefore A-B=\{x|0<x\leqslant 1\}$.

【答案】 $\{x|0<x\leqslant 1\}$

题型四　集合知识的综合应用

【例 4】(2007·北京)已知集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_k\}(k\geqslant 2)$,其中 $a_i\in\mathbf{Z}(i=1,2,\cdots,k)$,由 A 中的元素构成两个相应的集合:

$S=\{(a,b)|a\in A,b\in A,a+b\in A\}$;$T=\{(a,b)|a\in A,b\in A,a-b\in A\}$,其中 (a,b) 是有序数对,集合 S 和 T 中的元素个数分别为 m 和 n.

若对于任意的 $a\in A$,总有 $-a\notin A$,则称集合 A 具有性质 P.

(1)检验集合 $\{0,1,2,3\}$ 与 $\{-1,2,3\}$ 是否具有性质 P,并对其中具有性质 P 的集合,写出相应的集合 S 和 T;

(2)对任何具有性质 P 的集合 A,证明:$n\leqslant\frac{k(k-1)}{2}$;

(3)判断 m 和 n 的大小关系,并证明你的结论.

【解析】(1)集合 $\{0,1,2,3\}$ 不具有性质 P.

集合 $\{-1,2,3\}$ 具有性质 P,其相应的集合 S 和 T 是

$S=\{(-1,3),(3,-1)\}$,$T=\{(2,-1),(2,3)\}$.

(2)首先,由 A 中元素构成的有序数对 (a_i,a_j) 共有 k^2 个.

因为 $0\notin A$,所以 $(a_i,a_i)\notin T(i=1,2,\cdots,k)$;

又因为 $a\in A$,$-a\notin A$,所以当 $(a_i,a_j)\in T$ 时,$(a_j,a_i)\notin T(i,j=1,2,\cdots,k)$,

从而,集合 T 中元素的个数最多为 $\frac{1}{2}(k^2-k)=\frac{k(k-1)}{2}$,即 $n\leqslant\frac{k(k-1)}{2}$.

(3)$m=n$.证明如下:

①对于 $(a,b)\in S$,根据定义,$a\in A$,$b\in A$,且 $a+b\in A$,从而 $(a+b,b)\in T$.

如果 (a,b) 与 (c,d) 是 S 的不同元素,那么 $a=c$ 与 $b=d$ 中至少有一个不成立,

从而 $a+b=c+d$ 与 $b=d$ 中也至少有一个不成立,

故 $(a+b,b)$ 与 $(c+d,d)$ 也是 T 的不同元素.

可见,S 中元素的个数不多于 T 中元素的个数,

即 $m\leqslant n$.

②对于 $(a,b)\in T$,根据定义,$a\in A$,$b\in A$,且 $a-b\in A$,从而 $(a-b,b)\in S$.

如果 (a,b) 与 (c,d) 是 T 的不同元素,那么 $a=c$ 与 $b=d$ 中至少有一个不成立,

从而 $a-b=c-d$ 与 $b=d$ 中也至少有一个不成立,

故 $(a-b,b)$ 与 $(c-d,d)$ 也是 S 的不同元素.

可见,T 中元素的个数不多于 S 中元素的个数,

即 $n\leqslant m$.

由①②可知,$m=n$.

【点评】本题主要考查学生的知识迁移能力以及集合的性质,同时考查了反证法的运用,这是一道考查学生抽象思维能力的题目.

规律方法总结

1. 解答集合问题,必须准确理解集合的有关概念,对于用描述法给出的集合 $\{x|x\in P\}$,要紧紧抓住竖线前面的代表元素 x 以及它所具有的性质 P,例如:$A=\{x|y=2^x\}=\mathbf{R}$,而 $B=\{y|y=2^x\}=\{y|y>0\}$.

2. 集合的元素必须满足三性:确定性、互异性、无序性.解决与集合有关问题时,一方面,在解答完毕之时,不要忘记检验集合的元素是否满足这三性;另一方面,善于抓住集合元素的三性,就能顺利地找到解题的切入点.

3. 准确理解子集、真子集的概念

(1)空集是任何非空集合的真子集,即 $\varnothing\subsetneqq A$(A 是非空集合).

(2)任何集合都是它本身的子集,即 $A\subseteq A$.

(3)子集、真子集都有传递性,即若 $A\subseteq B$,$B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$,若 $A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$,则 $A\subsetneqq C$.

(4)n 个元素组成的集合的子集有 2^n 个,真子集有 2^n-1 个,非空真子集有 2^n-2 个.

4. 空集和全集是集合中的特殊集合,应引起重视,避免误解和遗漏.若 $A\subseteq B$,则应优先考虑 $A=\varnothing$ 的情况.

5. 集合的交、并、补运算是集合的核心,其关键在于对"且"与"或"的正确理解:"且"的意思与通常理解的"既是…,同时是…"是一样的;"或"则与通常理解的"非此即彼"有区别,它可以是两者兼有.

6. 集合的运算性质

(1)交集:①$A\cap B=B\cap A$　②$A\cap A=A$

③$A\cap\varnothing=\varnothing$　④$A\cap B\subseteq A$,$A\cap B\subseteq B$

⑤$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$

(2)并集:①$A\cup B=B\cup A$　②$A\cup A=A$

③$A\cup\varnothing=A$　④$A\cup B\supseteq A$,$A\cup B\supseteq B$

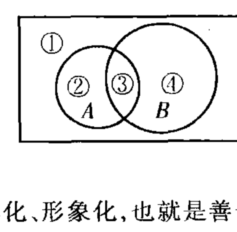
⑤$A\cup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B$

(3)交集、并集、补集的关系

①$A\cap\complement_U A=\varnothing$;$A\cup\complement_U A=U$.

②$\complement_U(A\cap B)=\complement_U A\cup\complement_U B$;$\complement_U(A\cup B)=\complement_U A\cap\complement_U B$.

③对于元素个数的计算问题,可参照下图,其中 U 为全集:区域①、②、③、④分别表示:$\complement_U(A\cup B)$,$A\cap\complement_U B$,$A\cap B$,$B\cap\complement_U A$.



7. 解决集合问题时要注意以下几点:①明确集合的元素的意义,它是怎样类型的对象(如数、点、图形等);②弄清集合由哪些元素所组成,这就需要我们把抽象的问题具体化、形象化,也就是善于对集合的三种语言(文字、符号、图形)之间相互转化,同时还要善于对用多个参数表示的符号描述法 $\{x|P(x)\}$ 的集合化到最简形式;③要善于运用数形结合、分类讨论、化归与转化等数学思想方法来解决集合的问题;④集合问题多与函数、方程、不等式等知识综合在一起,要注意各类知识的融汇贯通.