中等职业学校

对口升学考试复习指导

数学

主编　程爱梅

依纲靠本

针对性强

自我训练

原子能出版社

中等职业学校对口升学考试复习指导

数　　学

主　　编：程爱梅
副主编：闫存亮

原子能出版社

图书在版编目(CIP)数据

中等职业学校对口升学考试复习指导·数学/程爱梅主编.
—北京:原子能出版社,2008.7
ISBN 978-7-5022-4193-3

Ⅰ.中… Ⅱ.程… Ⅲ.数学课—专业学校—升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第095299号

中等职业学校对口升学考试复习指导·数学

出版发行:原子能出版社(北京市海淀区阜成路43号 100037)
责任编辑:卫广刚
印　　刷:北京慧美印刷有限公司
经　　销:全国新华书店
开　　本:787mm×1092mm 1/16
印　　张:15.25
字　　数:381千字
版　　次:2008年7月第1版 2008年7月第1次印刷
书　　号:ISBN 978-7-5022-4193-3
定　　价:27.20元

出版社网址:http://www.aep.com.cn

说　明

为了帮助参加对口升学考试的广大考生全面、快速、有效地复习，本套教材立足于最新考纲，在总结几年来对口升学考试试题规律及对今年命题思路预测的基础上，有针对性地讲解高职阶段知识要点，深入浅出、循循善诱地点拨了学习方法。

本书最大的特点是编者结合多年教学经验和对中等职业学校学生的了解，充分体现了分层次教学的运用，让基础不是太好的大部分高职考生和基础比较好的考生都能从中受益，全面提升应试效率。

本书每一章节基本都分五大部分：1. 考点精析；2. 考题回顾；3. 备考指导；4. 强化训练；5. 知识清单和知识要点。基础不是太好的大部分考生只需看编者精心编写的前四部分，即考点精析、考题回顾 、备考指导及强化训练就可以获得满意的收获，而基础比较好的考生可以通过看知识清单和知识要点让自己有更高的提升。

我们在精心编写的考点精析中根据每一章节的特点加入了最新考纲要求、考点指向、方法指导、命题特点等等；考生可以运用考点精析中的方法把近几年的考题回顾做做；在备考指导中我们结合考题总结分析考试趋势和具体的解题方法；考生可以运用这些知识去做强化训练；有不懂的或想更多扩展提升的基础较好考生可以参看知识清单和知识要点。

本书由具有多年高职教学经验的一线老师编写，本册主编程爱梅，副主编闫存亮。

本书融合了编写老师们对近几年对口招生试题的认真分析和对高职招生试题的预测，能帮助考生进行全方位复习指导和实战演练，相信能让考生提升自己现有知识能力水平，及时调整备考策略，增加临场考试经验等。同时，该书不搞题海战术，而是重在思路、方法的指导，如能按要求认真使用，定能使你的复习事半功倍。

本书疏漏谬误之处，请读者批评指正。

编者

目 录

第一章　集合与逻辑用语

考点1　集合及其运算

考点精析

1. 理解集合、子集、真子集、补集、交集、并集的概念. 了解空集和全集的意义. 理解属于、包含、相等关系的意义. 理解有关的术语和符号.

2. 掌握交集、并集和补集等运算.

考题回顾[河北考题]

1. (2007)已知全集 $U=\{x|x\leqslant 5,x\in N\}$，集合 $A=\{x|x>1,x\in U\}$，则 $\complement_U A$ 等于　（　　）

A. $\{1\}$　　B. $\{0\}$　　C. $\{0,1\}$　　D. $\{0,1,2\}$

【解答】 C

2. (2006)设全集 $U=\{a,b,c\}$，若 $M=\{c\}$，$N=\complement_U M$，则 $M\cap N$ 是　（　　）

A. $\{a\}$　　B. $\{b\}$　　C. $\{a,b\}$　　D. $\varnothing$

【解答】 D

3. (2005)设 $A=\{x||x|\leqslant 4\}$，$B=\{x|2\leqslant x<8\}$，则 $A\cap B$ 是　（　　）

A. $[-4,8]$　　B. $[2,4]$　　C. $(-4,8)$　　D. $[2,4)$

【解答】 B

4. (2004)设集合 $A=\{2,3,5,7\}B=\{3,4,5,8\}$则 $A\cap B=$________.

【解答】 $\{3,5\}$

备考指导

一、知识清单

1. 集合的概念

(1)集合：某些指定的对象集在一起就形成一个集合.

(2)元素：集合中每个对象叫做这个集合的元素.

2. 常用数集及记法

(1)自然数集：全体非负整数的集合. 记作 $\mathbf{N}$，$\mathbf{N}=\{0,1,2,\cdots\}$

(2)正整数集：非负整数集内排除0的集. 记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$，$\mathbf{N}^*=\{1,2,3,\cdots\}$

(3)整数集：全体整数的集合. 记作 $\mathbf{Z}$，$\mathbf{Z}=\{0,\pm 1,\pm 2,\cdots\}$

(4)有理数集：全体有理数的集合. 记作 $\mathbf{Q}$，$\mathbf{Q}=\{$所有整数与分数$\}$

(5)实数集：全体实数的集合. 记作 $\mathbf{R}$，$\mathbf{R}=\{$数轴上所有点所对应的数$\}$

3. 元素与集合的关系

(1)属于:如果 a 是集合 A 的元素,就说 a 属于 A,记作 $a\in A$.

(2)不属于:如果 a 不是集合 A 的元素,就说 a 不属于 A,记作 $a\notin A$.

4. 集合中元素的特性

(1)确定性:按照明确的判断标准给定一个元素或者在这个集合里,或者不在,不能模棱两可.

(2)互异性:集合中的元素没有重复.

(3)无序性:集合中的元素没有一定的顺序(通常用正常的顺序写出).

5. 集合和元素的表示方法

(1)集合通常用大写的拉丁字母表示,如 $A,B,C,P,Q,\cdots$

(2)元素通常用小写的拉丁字母表示,如 $a,b,c,p,q,\cdots$

6. 集合的表示方法

(1)列举法:把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合.

(2)描述法:用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合,并把这个条件写在大括号内表示集合的方法.

格式:$\{x\in A\mid P(x)\}$

含义:在集合 A 中满足条件 $P(x)$ 的 x 的集合.

(3)文氏图:用一条封闭的曲线的内部来表示一个集合的方法.

7. 有限集与无限集

(1)有限集:含有有限个元素的集合.

(2)无限集:含有无限个元素的集合.

(3)空集:不含任何元素的集合. 记作 $\varnothing$.

8. 子集:一般地,对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,我们就说集合 A 包含于集合 B,或集合 B 包含集合 A.

记作:$A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$

读作:A 包含于 B 或 B 包含 A

若任意 $x\in A\Rightarrow x\in B$,则 $A\subseteq B$

当集合 A 不包含于集合 B,或集合 B 不包含集合 A 时,则记作 $A\nsubseteq B$ 或 $B\nsupseteq A$

注:$A\subseteq B$ 有两种可能:①A 是 B 的一部分;②A 与 B 是同一集合.

说明:①集合相等:一般地,对于两个集合 A 与 B,如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,我们就说集合 A 等于集合 B,记作 $A=B$.

②真子集:对于两个集合 A 与 B,如果 $A\subseteq B$,并且 $A\neq B$,我们就说集合 A 是集合 B 的真子集,记作:$A\subsetneqq B$ 或 $B\supsetneqq A$,读作 A 真包含于 B 或 B 真包含 A.

③子集与真子集符号的方向.

如 $A\subseteq B$ 与 $B\supseteq A$ 同义;$A\subseteq B$ 与 $A\supseteq B$ 不同

④空集是任何集合的子集. $\varnothing\subseteq A$

空集是任何非空集合的真子集. $\varnothing\subsetneqq A$　若 $A\neq\varnothing$,则 $\varnothing\subsetneqq A$

任何一个集合是它本身的子集. $A\subseteq A$

9. 交集的定义

一般地,由所有属于 A 且属于 B 的元素所组成的集合,叫做 A,B 的交集.

记作 $A\cap B$(读作"A 交 B"),

即 $A\cap B=\{x\mid x\in A,且\ x\in B\}$.

10. 并集的定义

一般地，由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A,B 的并集.

记作：$A\cup B$（读作"A 并 B"），

即 $A\cup B=\{x|x\in A,或\ x\in B\}$）.

11. 补集：一般地，设 S 是一个集合，A 是 S 的一个子集（即 $A\subseteq S$），

由 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做 S 中子集 A 的补集（或余集），记作 $\complement_S A$，即 $\complement_S A=\{x|x\in S,且\ x\notin A\}$.

12. 性质：$\complement_S(\complement_S A)=A$，$\complement_S S=\varnothing$，$\complement_S\varnothing=S$

13. 全集：如果集合 S 含有我们所要研究的各个集合的全部元素，这个集合就可以看作一个全集，全集通常用 U 表示.

二、典型例题

【例 1】 已知全集 $M=\{a|\frac{6}{5-a}\in\mathbf{N}\ 且\ a\in\mathbf{Z}\}$，则 M 等于（　　）

A. $\{2,3\}$　　B. $\{1,2,3,4\}$　　C. $\{1,2,3,6\}$　　D. $\{-1,2,3,4\}$

【分析】 可用排除法　$a=1$ 不符合题意，排除 B,C

$a=-1$ 或 4 均可，故选 D.

【评述】 本题考察集合的表示方法. 数的整除，集合的常见表示方法.

【例 2】 若集合 $A=\{1,3,x\}$　$B=\{x^2,1\}$，且 $A\cup B=\{1,3,x\}$. 则满足条件的实数 x 的个数有（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【分析】 由 $A\cup B=A$ 知 $B\subseteq A$，则 $x^2=3$ 或 $x^2=x$

【解答】 $\because A\cup B=\{1,3,x\}=A$

$\therefore B\subseteq A$

$\therefore x^2=3$ 或 $x^2=x$

$\therefore x=\pm\sqrt{3}$ 或 $x=0,1$

$\because x\neq 1$，$\therefore x=\pm\sqrt{3},0$　选 C.

【评述】 本题考察集合中元素的性质，集合的运算及其运算性质等基础知识.

【例 3】 数集 $\{2a,a^2-2a\}$ 中 a 的取值范围是________

【分析】 根据集合中元素的互异性解题.

【解答】 据集合中元素的互异性，有

$2a\neq a^2-2a\Rightarrow a\neq 0$ 且 $a\neq 4$.

$\therefore a\in(-\infty,0)\cup(0,4)\cup(4,+\infty)$.

【例 4】 设集合 $M=\{1,2\}$，$N=\{2,3\}$，则满足 $P\subsetneqq(M\cup N)$ 的集合 P 的个数是（　　）

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

【分析】 先求出 $M\cup N$，再根据集合子集的个数解题.

【解答】 $\because M=\{1,2\}$　　$N=\{2,3\}$

$\therefore M\cup N=\{1,2,3\}$.

$\because P$ 是 $M\cup N$ 的真子集.

P 有 $2^3-1=7$ 个.

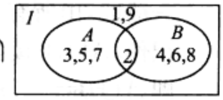
选 B.

【评述】 本题考察并集的概念，子集个数的基础知识.

【例 5】 已知全集 $I=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，$A\cap B=\{2\}$，$\complement_I(A\cup B)=\{1,9\}$　$\complement_I A\cap B=$

$\{4,6,8\}$. 求集合 A、B.

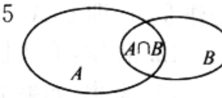
【分析】 画韦恩图解题.



【解答】 如图，将题中给出的元素填入相应的集合，3，5，7，只能填到 $A\cap\complement_I B$ 处，所以 $A=\{3,5,7,2\}$，$B=\{2,4,6,8\}$.

【评述】 本题考察集合的交并补的含义，韦恩图所示集合的方法，当集合中的元素是单个的数或事物而进行集合运算时，常借助韦恩图，当集合是数的范围时集合运算常借助于数轴.

【例 6】 集合 A 含有 12 个元素，集合 B 含有 8 个元素，集合 $A\cap B$ 含有 5 个元素，则集合 $A\cup B$ 中含有(　　)个元素.



A. 15　　B. 20　　C. 17　　D. 13

【分析】 可用韦氏图法，如图所示，A 中元素 12 个，B 中元素 8 个，$A\cap B$ 中 5 个. $A\cup B$ 中元素个数为 $12+8-5=15$.

∴选 A.

【评述】 本题考察集合中元素个数，集合的交集，并集的概念及解决问题的能力.

【例 7】 已知集合 $A=\{a^2,a+2,-5\}$，$B=\{10,3a-5,a^2+3\}$，并且 $A\cap B=\{-5\}$，则实数 a 等于(　　).

A. -5　　B. 0　　C. 1　　D. 4

【分析】 由 $A\cap B=\{-5\}$，则 B 中有一个元素为 -5，$3a-5=-5$ 或 $a^2+3=-5$

【解答】 由题意 $3a-5=-5$ 或 $a^2+3=-5$.

$a=0$ 或 $a^2=-8$(舍).

$\therefore a=0$　选 B.

【评述】 本题考察交集的定义，集合中元素的概念.

【例 8】 满足 $\{1,2,3\}\subseteq M\subsetneqq\{1,2,3,4,5\}$ 的集合 M 有(　　)个.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【分析】 满足条件的集合 M 有 $\{1,2,3\}$，$\{1,2,3,4\}$，$\{1,2,3,5\}$. ∴选 C.

【例 9】 将下列集合用列举法表示.

(1) $\{x\in\mathbf{N}\mid 2x^3-x^2-x=0\}$

(2) $\{(x,y)\mid x\leqslant 3,y\leqslant 1,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}^*\}$

(3) $\{y\in\mathbf{N}\mid y=-x^2+2x+1,y\geqslant 0\}$

【解析】 (1)这样的集合是方程 $2x^3-x^2-x=0$ 的自然数解，由因式

$2x^3-x^2-x=0$

$\therefore x(2x^2-x-1)=0\Rightarrow x(x-1)(2x+1)=0\Rightarrow x_1=0,x_2=1,x_3=-\dfrac{1}{2}$(舍).

∴此集合为 $\{0,1\}$.

(2)这个集合是点集，注意看代表元素是有序实数对 (x,y)，它表示点，而这些点要满足的条件是 $x\leqslant 3,y\leqslant 1,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}^*$，因此集合表示为 $\{(0,1),(1,1),(2,1),(3,1)\}$.

(3)这个集合中代数元素是 y，不要与(1)中的集合混淆，(1)是解集，而这个集合是二次函数 $y=-x^2+2x+1$ 在 $y\geqslant 0$ 时 y 的取值范围，又 $y\in\mathbf{N}$，所以此集合表示为 $\{0,1,2\}$.

【评述】 注意集合描述法在表达方式，代表元素到底是什么，有时是自变量范围，有时是方程的解，有时是函数值域，有时是点集，需要区分不同情况.

【例 10】 已知集合 $M=\{y\mid y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$　$N=\{y\mid y=x+1,x\in\mathbf{R}\}$. 则 $M\cap N=$(　　)

A. $(0,1)$，$(1,2)$　　B. $\{(0,1),(1,2)\}$

C. $\{y|y=1$ 或 $y=2\}$　　D. $\{y|y\geqslant 1\}$

【分析】 集合 M,N 是用描述法表示的，元素是实数 y 而不是实数对 (x,y)，因此 M,N 分别表示函数 $y=x^2+1(x\in\mathbf{R})$，$y=x+1(x\in\mathbf{R})$ 的值域，求 $M\cap N$ 即求两函数值域的交集.

【解答】 $M=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geqslant 1\}$

$N=\{y|y=x+1,x\in\mathbf{R}\}=\{y|y\in\mathbf{R}\}$

$\therefore M\cap N=\{y|y\geqslant 1\}\cap\{y|y\in\mathbf{R}\}=\{y|y\geqslant 1\}$

∴选 D.

【评述】 本题求 $M\cap N$ 是两个数集的交集.

常发生解方程组 $\begin{cases}y=x^2+1\\y=x+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ 的错误.

集合是由元素构成的，认识集合要从认识元素开始.

强化训练

一、选择题

1. 设集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $N=\{2,4,6\}$，集合 $T=\{4,5,6\}$，则 $(M\cap T)\cup N$ 是(　　)

   A. $\{2,4,5,6\}$　B. $\{4,5,6\}$　C. $\{1,2,3,4,5,6\}$　D. $\{2,4,6\}$

2. 已知全集 $I=\{1,2,3,4,5,6\}$　$A=\{1,2,3,4\}$　$B=\{3,4,5,6\}$，那么 $\complement_I A\cup\complement_I B=$(　　)

   A. $\{3,4\}$　B. $\{1,2,5,6\}$　C. $\{1,2,3,4,5,6\}$　D. $\varnothing$

3. 设集合 $M=\{-2,0,2\}$　$N=\{0\}$，则(　　)

   A. N 为空集　B. $N\in M$　C. $N\subsetneqq M$　D. $M\subsetneqq N$

4. 若集合 $P=\{x|-1<x\leqslant 2\}$，集合 $Q=\{x|x-1>0\}$ 则集合 $P\cap Q$ 等于(　　)

   A. $\{x|-1<x<1\}$　B. $\{x|1<x\leqslant 2\}$　C. $\{x|-1<x\leqslant 2\}$　D. $\{x|x>-1\}$

5. 下列命题中真命题的个数是(　　)

   ①$0\in\varnothing$；②$\varnothing\in\{\varnothing\}$；③$0\in\{0\}$；④$\varnothing\notin\{a\}$

   A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

6. 下列表示同一集合的是(　　)

   A. $M=\{(2,1),(3,2)\}$，$N=\{(1,2),(2,3)\}$

   B. $M=\{2,1\}$，$N=\{1,2\}$

   C. $M=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{N}\}$

   D. $M=\{(x,y)|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$，$N=\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$.

7. 下列命题：

   (1)方程 $\sqrt{x-2}+|y+2|=0$ 的解集为 $\{2,-2\}$；

   (2)集合 $\{y|y=x^2-1,x\in\mathbf{R}\}$ 与 $\{y|y=x-1,x\in\mathbf{R}\}$ 的公共元素所组成的集合是 $\{0,1\}$；

   (3)集合 $\{x|x-1<0\}$ 与集合 $\{x|x>a,a\in\mathbf{R}\}$ 没有公共元素，其中真命题的个数是(　　)

   A. 0　B. 1　C. 2　D. 3

8. 满足 $\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a,b,c,d,e\}$ 的集合 A 的个数是(　　)

   A. 2 个　B. 4 个　C. 6 个　D. 7 个

9. 已知 $\complement_Z A=\{x\in\mathbf{Z}|x<6\}$，$\complement_Z B=\{x\in\mathbf{Z}|x\leqslant 2\}$，则 A 与 B 的关系是(　　)

   A. $A\subseteq B$　B. $A\supseteq B$　C. $A=B$　D. $\complement_Z A\subsetneqq\complement_Z B$

10. 设 M,N 是非空集合，且 $M\subseteq N\subseteq U$(U 为全集)，则下列集合表示空集的是(　　)

A. $M\cap(\complement_U N)$　　B. $(\complement_U M)\cap N$

C. $(\complement_U M)\cap(\complement_U N)$　　D. $M\cap N$

11. 设集合 $P=\{x|-1<x<5\}$，$Q=\{x|x\leqslant a\}$，且 $P\cap Q=\varnothing$，则 a 取值范围为(　　)

A. $a\leqslant -1$　　B. $a\geqslant 5$　　C. $-1<a<5$　　D. $\varnothing$

12. 四个命题：①$A\cap B=A$，②$A\cup B=B$，③$A\cap(\complement_U B)=\varnothing$，④$A\cup B=U$ 中，与 $A\subseteq B$ 等价的有(　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

13. 设 a,b,c,d 为非零实数，则 $M=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{abc}{|abc|}$ 的所有值组成的集合为(　　)

A. $\{4\}$　　B. $\{0\}$　　C. $\{-4,0\}$　　D. $\{-4,0,4\}$

14. 若 $A=\{x|x=4n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=4n-3,n\in\mathbf{Z}\}$，$\mathbf{C}=\{x|x=8n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，则 A、B、C 之间的关系是(　　)

A. $C\subsetneqq B\subsetneqq A$　　B. $A\subsetneqq B\subsetneqq C$　　C. $C\subsetneqq A=B$　　D. $A=B=C$

二、填空题

15. 已知集合 $A=\{0,1,-1,2,-2,3\}$，$B=\{y|y=x^2-1,x\in A\}$，求 $B=$________.

16. 已知 $M=\{x|x<-1\}$，$N=\{x|x<-a\}$ 若 $N\subsetneqq M$，则 a 的取值范围是________.

17. 已知 $\{1,2\}\subseteq M\subsetneqq\{1,2,3,4,5\}$，则这样的集合 M 有________个.

18. 已知集合 $M=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，集合 P 满足：$P\subseteq M$，且若 $a\in P$，则 $10-a\in P$，这样的集合 P 有________个.

19. 已知 $A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|-1<x<3\}$ 则 $A\cap B=$________，$A\cup B=$________.

20. 已知三元素集合 $A=\{x,xy,x-y\}$，$B=\{0,|x|,y\}$，且 $A=B$，则 $x=$________，$y=$________.

21. 设全集 $I=\{0,1,2,3,4\}$，集合 $A=\{0,1,2,3\}$，集合 $B=\{2,3,4\}$，则 $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=$____.

22. 设 $U=R$，$P=\{x|x\geqslant 1\}$，$Q=\{x|0\leqslant x\leqslant 3\}$，则 $\complement_U(P\cap Q)=$________.

三、解答题

23. 已知集合 $A=\{x|ax^2+2x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，若 A 中至多只有一个元素，求实数 a 的取集范围.

24. 设函数 $y=\lg(x^2-x-2)$ 的定义域为 A，函数 $y=\sqrt{\frac{x+2}{1-x}}$ 的定义域为 B，求 $A\cap B$.

25. 已知全集 $U=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$A=\{|2a-1|,2\}$，$\complement_U A=\{5\}$，求实数 a 的值.

26. 若集合 $A=\{x|x^2+x-6=0\}$，$B=\{x|mx+1=0\}$，$B\subsetneqq A$，求 m 的值.

27. 若方程 $x^2+x+a=0$ 至少有一根为非负实数，求实数 a 的取值范围.

考点2　数理逻辑用语

考点精析

了解命题的概念和常用的逻辑联结词(且,或,非,如果……那么……)的含义.理解充要条件的含义.

考题回顾[河北考题]

1. (2007)"$\sin x=\frac{1}{2}$"是"$x=30°$"的　(　　)

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】　B

2. (2006)在三角形 ABC 中,$\cos A=\cos B$ 是 $A=B$ 的;　(　　)

A. 充分条件　　B. 必要条件

C. 充要条件　　D. 既不是充分条件也不是必要条件

【解答】　C

3. (2005)"$|x|+|y|=0$"是"$x\cdot y=0$" 的　(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】　A

4. (2004)"$a=b$"是"$|a|=|b|$"的　(　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【解答】　A

备考指导

一、知识清单

1. 命题

可以判断真假的语句叫命题.

2. 逻辑联结词

(1)"或"、"且"、"非"这些词叫作逻辑联结词.

(2)逻辑符号:

"或"的符号是"$\vee$",例如"p 或 q"可以记作"$p\vee q$";

"且"的符号是"$\wedge$",例如"p 且 q"可以记作"$p\wedge q$";

"非"的符号是"$\neg$",例如,"非 p"可以记作"$\neg p$".

(3)不含有逻辑联结词的命题是简单命题.

3. 简单命题与复合命题:

简单命题:不含有逻辑联结词的命题叫做简单命题.

复合命题:由简单命题再加上一些逻辑联结词构成的命题叫复合命题.

4. 复合命题的构成形式

如果用 $p,q,r,s,\cdots$ 表示命题，则复合命题的形式接触过的有以下三种：

即：p 或 q　记作 $p \vee q$，p 且 q　记作 $p \wedge q$，

非 p　（命题的否定）　记 $\neg p$

5. 如何判断复合命题的真假

(1)非 p 复合命题判断真假的方法

当 p 为真时，非 p 为假；当 p 为假时，非 p 为真，即“非 p”形式的复合命题的真假与 p 的真假相反，可用下表表示

p	非 p
真	假
假	真

(2)“p 且 q”形式的复合命题真假判断

当 p,q 为真时，p 且 q 为真；当 p,q 中至少有一个为假时，p 且 q 为假. 可用下表表示

p	q	p 且 q
真	真	真
真	假	假
假	真	假
假	假	假

(3)“p 或 q”形式的复合命题真假判断

当 p,q 中至少有一个为真时，“p 或 q”为真；当 p,q 都为假时，“p 或 q”为假. 即“p 或 q”形式的复合命题，当 p 与 q 同为假时为假，其他情况时为真. 可用下表表示.

p	q	p 或 q
真	真	真
真	假	真
假	真	真
假	假	假

以上三个用来表示命题真假的表，叫做真值表.

说明：复合命题“ p 且 q ”的否定形式是“非 p 或非 q”；

复合命题“p 或 q”的否定形式是“非 p 且非 q”

6. 原命题与逆命题

两个命题，如果第一个命题的条件(或题设)是第二个命题的结论，且第一个命题的结论是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题；如果把其中一个命题叫做原命题，那以另一个叫做原命题的逆命题.

7. 四种命题及其形式

原命题：若 p 则 q；　　逆命题：若 q 则 p；

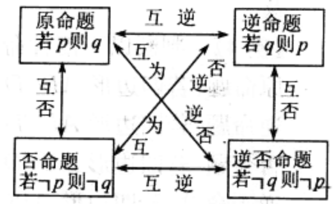
否命题：若 $\neg p$ 则 $\neg q$；逆否命题：若 $\neg q$ 则 $\neg p$.

(1)四种命题的相互关系

互逆命题、互否命题与互为逆否命题都是说两个命题的关系，若把其中一个命题叫做原命题时，另一个命题就叫做原命题的逆命题、否命题与逆否命题. 因此，四种命题之间的相互关系，可用

右下图表示：

(2)四种命题的真假关系



一个命题的真假与其他三个命题的真假有如下三条关系：

①原命题为真，它的逆命题不一定为真.

②原命题为真，它的否命题不一定为真.

③原命题为真，它的逆否命题一定为真.

8. 充要条件

如果已知 $p\Rightarrow q$，那么我们就说，p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

如果既有 $p\Rightarrow q$，又有 $q\Rightarrow p$，就记作 $p\Leftrightarrow q$. 此时，p 即是 q 的充分条件，p 又是 q 的必要条件，我们就说，p 是 q 的充分必要条件，简称充要条件.（当然此时也可以说 q 是 p 的充要条件）

二、典型例题

【例 1】 下面有四个命题

(1)地球周围的行星能确定一个集合；

(2)实数中不是有理数的所有数的全体能确定一个集合；

(3)集合$\{(1,2)\}$中有两个元素；

(4)$\{1,2,3\}$与$\{1,3,2\}$是不同集合.

其中正确命题的个数是

A. 0 个　　　B. 1 个　　　C. 2 个　　　D. 3 个

【分析】 (1)是错误的，因为“周围”是个模糊的概念，随便找一颗行星无法判断是否属于地球的周围，因此它不满足集合元素的确定性.

(2)是正确的，虽然满足条件的数有无数多个，但任何一个元素都能判断出来是否属于这个集合.

(3)是错误的，集合的定义是把某些指定的对象集在一起，而这个对象是一个有序实数对，所以它是单元素集.

(4)是错误的，因为集合中元素是无序的.

【解答】 故本题应选 B.

【例 2】 写出命题：“$x-1=0$ 或 $x+2=0$”的否定形式________

【分析】 涉及知识：“p 或 q”的否定形式是“p 非且非 q”

【解答】 答案是 $x-1\neq0$ 且 $x+2\neq0$

或 $(x-1)(x+2)\neq0$

或$(x-1)$ 、$(x+2)$ 都不为零.

【例 3】 下列命题正确的是(　　)

A. $a=0$ 是 $ab=0$ 的必要条件

B. 两三角形面积相等是这两个三角形全等的充要条件

C. “$(x+1)^2+|y-1|=0$”与 $x=-1$ 且 $y=1$ 等价

D. $\sin A=\dfrac{1}{2}$是$\angle A=30^\circ$的充分条件

【分析】 涉及知识：充分条件与必要条件的判断方法，因为

选项 A，只有 $p\rightarrow q$ 为真，所以 p 是 q 的充分条件.

选项 B，只有 $q\rightarrow p$ 为真，所以 p 是 q 的必要条件.

选项 C，$p\rightarrow q$ 和 $q\rightarrow p$ 都为真，故正确.

选项 D,只有 $q\to p$ 为真,所以 p 是 q 的必要条件.

故选 C

【例 4】 判断以下四种命题的真假

原命题:若四边形 $ABCD$ 为平行四边形,则对角线互相平分.

逆命题:若四边形 $ABCD$ 对角线互相平分,则它为平行四边形.

否命题:若四边形 $ABCD$ 不是平行四边形,则对角线不互相平分.

逆否命题:若四边形 $ABCD$ 对角线不互相平分,则它不是平行四边形.

【解答】 真真真真

【评述】 两个互为逆否的命题同真或同假(如原命题和它的逆否命题,逆命题和否命题),其余情况则不一定同真或同假(如原命题和逆命题,否命题和逆否命题等),这时称互为逆否的两个命题等价,即原命题⇔逆否命题.

【例 5】 设原命题是"当 $c>0$ 时,若 $a>b$,则 $ac>bc$",写出它的逆命题、否命题与逆否命题,并分别判断它们的真假.

【分析】 "当 $c>0$ 时"是大前提,写其他命题时应该保留,原命题的条件是 $a>b$,结论是 $ac>bc$.

【解答】 逆命题:当 $c>0$ 时,若 $ac>bc$,则 $a>b$. 它是真命题;

否命题:当 $c>0$ 时,若 $a\leqslant b$,则 $ac\leqslant bc$. 它是真命题;

逆否命题:当 $c>0$ 时,若 $ac\leqslant bc$,则 $a\leqslant b$. 它是真命题.

【例 6】 分别指出下列复合命题的形式及构成它们的简单命题:

(1)24 既是 8 的倍数,也是 6 的倍数;

(2)李强是篮球运动员或跳高运动员;

(3)平行线不相交.

【解答】 (1)这个命题是 p 且 q 的形式,其中 p:24 是 8 的倍数,q:24 是 6 的倍数.

(2)这个命题是 p 或 q 的形式,其中 p:李强是篮球运动员,q:李强是跳高运动员.

(3)这个命题是非 p 的形式,其中 p:平行线相交.

【例 7】 命题"方程 $|x|=1$ 的解是 $x=\pm1$"中,使用逻辑联结词的情况是(　　)

A. 使用了逻辑联结词"或"

B. 使用了逻辑联结词"且"

C. 使用了逻辑联结词"非"

D. 没有使用逻辑联结词

【分析】 $x=\pm1$ 的意义是 $x=1$ 或 $x=-1$.

【解答】 选 A

【例 8】 (1)如果 p 表示"2 是 10 的约数",试判断非 p 的真假.

(2)如果 p 表示"$3\leqslant2$",那么非 p 表示什么? 并判断其真假.

【解答】 (1)中 p 表示的复合命题为真,而非 p"2 不是 10 的约数"为假.

(2)中 p 表示的命题"$3\leqslant2$"为假,非 p 表示的命题为"$3>2$",其显然为真.

【评述】 本题考察复合命题的基本知识,非 p 的真假判断方法.

【例 9】 如果 p 表示"5 是 10 的约数",q 表示"5 是 15 的约数",r 表示"5 是 8 的约数",试写出 p 且 q,p 且 r 的复合命题,并判断其真假.

【解答】 p 且 q 即"5 是 10 的约数且是 15 的约数"为真(p,q 均为真);

p 且 r 即"5 是 10 的约数且是 8 的约数"为假(r 为假).

【评述】 本题考察"p 且 q"形式复合命题的真假判断.

【例 10】 如果 p 表示"5 是 12 的约数"，q 表示"5 是 15 的约数"，r 表示"5 是 8 的约数"，写出，p 或 r，q 或 r，p 或 q 的复合命题，并判断其真假.

【解答】 p 或 q 即"5 是 12 的约数或是 15 的约数"为真(p 为假、q 为真)；

q 或 r 即"5 是 15 的约数或是 8 的约数"为真(q 为真、r 为假)

p 或 r 即"5 是 12 的约数或是 8 的约数"为假(p、r 为假)

【评述】 本题考察"p 或 q"形式的复合命题的真假判断.

【例 11】 分别指出由下列各组命题构成的"p 或 q"，"p 且 q"，"非 p"形式的复合命题的真假：

①p：$2+2=5$，q：$3>2$；

②p：9 是质数，q：8 是 12 的约数；

③p：$1\in\{1,2\}$，q：$\{1\}\subsetneqq\{1,2\}$；

④p：$\varnothing\subsetneqq\{0\}$，$q$：$\varnothing=\{0\}$.

【解答】 ①p 或 q：$2+2=5$ 或 $3>2$；p 且 q：$2+2=5$ 且 $3>2$；非 p：$2+2\neq5$.

∵p 假 q 真　∴"p 或 q"为真，"p 且 q"为假，"非 p"为真.

②p 或 q：9 是质数或 8 是 12 的约数；p 且 q：9 是质数且 8 是 12 的约数；非 p：9 不是质数.

∵p 假 q 假　∴"p 或 q"为假，"p 且 q"为假，"非 p"为真.

③p 或 q：$1\in\{1,2\}$ 或 $\{1\}\subsetneqq\{1,2\}$；p 且 q：$1\in\{1,2\}$ 且 $\{1\}\subsetneqq\{1,2\}$；非 p：$1\notin\{1,2\}$.

∵p 真 q 真　∴"p 或 q"为真，"p 且 q"为真，"非 p"为假.

④p 或 q：$\varnothing\subsetneqq\{0\}$ 或 $\varnothing=\{0\}$；p 且 q：$\varnothing\subsetneqq\{0\}$ 且 $\varnothing=\{0\}$；非 p：$\varnothing\not\subset\{0\}$.

∵p 真 q 假　∴"p 或 q"为真，"p 且 q"为假，"非 p"为假.

【例 12】 指出下列各组命题中，p 是 q 的什么条件，q 是 p 的什么条件：

(1)p：$x=y$；　q：$x^2=y^2$.

(2)p：三角形的三条边相等；q：三角形的三个角相等.

【分析】 可根据"若 p 则 q"与"若 q 则 p"的真假进行判断.

【解答】 (1)由 $p\Rightarrow q$，即 $x=y\Rightarrow x^2=y^2$，知 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件.

(2)由 $p\Rightarrow q$，即三角形的三条边相等⇒三角形的三个角相等，知 p 是 q 的充分条件，q 是 p 的必要条件；

又由 $q\Rightarrow p$，即三角形的三个角相等⇒三角形的三条边相等，知 q 也是 p 的充分条件，p 也是 q 的必要条件.

【分析】 本题考察充分和必要条件的基础知识.

强化训练

一、选择题

1. 如果命题"非 p 或非 q"是假命题，则下列结论中，正确的为(　　)

①命题"p 且 q"是真命题；②命题"p 且 q"是假命题；

③命题"p 或 q"是真命题；④命题"p 或 q"是假命题.

A. ①③　　B. ②④　　C. ②③　　D. ①④

2. 下列语句中，是命题的个数有(　　)

①一个正整数不是质数就是合数

②过平面内一定点只能作一条直线和已知直线垂直吗？

③"矩形难道不是平行四边形吗？"

④"求证：方程 $x^2+4x+6=0$ 无实根"

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4