21世纪高职高专规划教材·公共基础课系列

经济数学

基础辅导教程

王波 主编

王海敏 韩兆秀 副主编

清华大学出版社

21世纪高职高专规划教材·公共基础课系列

经济数学
基础辅导教程

王 波 主编
王海敏 韩兆秀 副主编

清华大学出版社
北京

内容简介

本书为清华大学出版社出版的《经济数学基础》(王波主编)的配套教材.全书共10章,内容包括函数、极限、连续;一元函数微分学;一元函数积分学;多元函数微积分;行列式;矩阵;线性方程组;随机事件及其概率;随机变量及其分布;随机变量的数字特征.各章主要由内容提要、习题详解、复习题、自测题及答案等几部分组成.

本书既可作为高职高专以及成人高等教育经济管理类各专业学生学习经济数学的辅导书,又可作为讲授该课程教师的教学参考书,还可以作为在校学生及参加自学考试的学生的习题集.

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础辅导教程/王波主编.—北京:清华大学出版社,2008.11
21世纪高职高专规划教材.公共基础课系列
ISBN 978-7-302-17837-8

Ⅰ.经… Ⅱ.王… Ⅲ.经济数学—高等学校:技术学校—教学参考资料 Ⅳ.F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第084184号

责任编辑:田 梅
责任校对:李 梅
责任印制:杨 艳

出版发行:清华大学出版社　　**地　址**:北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　**邮　编**:100084
社 总 机:010-62770175　　**邮　购**:010-62786544
投稿与读者服务:010-62776969,c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈:010-62772015,zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者:北京嘉实印刷有限公司
经　销:全国新华书店
开　本:185×260　**印　张**:15　**字　数**:334千字
版　次:2008年11月第1版　**印　次**:2008年11月第1次印刷
印　数:1~4000
定　价:24.00元

本书如存在文字不清、漏印、缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话:010-62770177转3103　产品编号:027392-01

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，担负着为国家培养并输送生产、建设、管理、服务第一线高素质技术应用型人才的重任.

进入21世纪后，高职高专教育的改革和发展呈现出前所未有的发展势头，学生规模已占我国高等教育的半壁江山，成为我国高等教育的一支重要的生力军；办学理念上，"以就业为导向"成为高等职业教育改革与发展的主旋律.近两年来，教育部召开了三次产学研交流会，并启动四个专业的"国家技能型紧缺人才培养项目"，同时成立了35所示范性软件职业技术学院，进行两年制教学改革试点.这些举措都表明国家正在推动高职高专教育进行深层次的重大改革，向培养生产、服务第一线真正需要的应用型人才的方向发展.

为了顺应当前我国高职高专教育的发展形势，配合高职高专院校的教学改革和教材建设，进一步提高我国高职高专教育教材质量，在教育部的指导下，清华大学出版社组织出版了"21世纪高职高专规划教材".

为推动规划教材的建设，清华大学出版社组织并成立了"高职高专教育教材编审委员会"，旨在对清华版的全国性高职高专教材及教材选题进行评审，并向清华大学出版社推荐各院校办学特色鲜明、内容质量优秀的教材选题.教材选题由个人或各院校推荐，经编审委员会认真评审，最后由清华大学出版社出版.编审委员会的成员皆来源于教改成效大、办学特色鲜明、师资实力强的高职高专院校、普通高校以及著名企业，教材的编写者和审定者都是从事高职高专教育第一线的骨干教师和专家.

编审委员会根据教育部最新文件和政策，规划教材体系，比如部分专业的两年制教材；"以就业为导向"，以"专业技能体系"为主，突出人才培养的实践性、应用性的原则，重新组织系列课程的教材结构，整合课程体系；按照教育部制定的"高职高专教育基础课程教学基本要求"，教材的基础理论以"必要、够用"为度，突出基础理论的应用和实践技能的培养.

本套规划教材的编写原则如下：

(1) 根据岗位群设置教材系列，并成立系列教材编审委员会；

(2) 由编审委员会规划教材、评审教材；

(3) 重点课程进行立体化建设，突出案例式教学体系，加强实训教材的出版，完善教学服务体系；

(4) 教材编写者由具有丰富教学经验和多年实践经历的教师共同组成，建立"双师型"编者体系.

本套规划教材涵盖了公共基础课、计算机、电子信息、机械、经济管理以及服务等大类的主要课程，包括专业基础课和专业主干课. 目前已经规划的教材系列名称如下：

· 公共基础课

公共基础课系列

· 计算机类

计算机基础教育系列
计算机专业基础系列
计算机应用系列
网络专业系列
软件专业系列
电子商务专业系列

· 电子信息类

电子信息基础系列
微电子技术系列
通信技术系列
电气、自动化、应用电子技术系列

· 机械类

机械基础系列
机械设计与制造专业系列
数控技术系列
模具设计与制造系列

· 经济管理类

经济管理基础系列
市场营销系列
财务会计系列
企业管理系列
物流管理系列
财政金融系列
国际商务系列

· 服务类

艺术设计系列

本套规划教材的系列名称根据学科基础和岗位群方向设置，为各高职高专院校提供“自助餐”形式的教材. 各院校在选择课程需要的教材时，专业课程可以根据岗位群选择系列；专业基础课程可以根据学科方向选择各类的基础课系列. 例如，数控技术方向的专业课程可以在“数控技术系列”选择；数控技术专业需要的基础课程，属于计算机类课程的可以在“计算机基础教育系列”和“计算机应用系列”选择，属于机械类课程的可以在“机械基础系列”选择，属于电子信息类课程的可以在“电子信息基础系列”选择. 依此类推.

为方便教师授课和学生学习，清华大学出版社正在建设本套教材的教学服务体系. 本套教材先期选择重点课程和专业主干课程，进行立体化教材建设：加强多媒体教学课件或电子教案、素材库、学习盘、学习指导书等形式的制作和出版，开发网络课程. 学校在选用教材时，可通过邮件或电话与我们联系获取相关服务，并通过与各院校的密切交流，使其日臻完善.

高职高专教育正处于新一轮改革时期，从专业设置、课程体系建设到教材编写，依然是新课题. 希望各高职高专院校在教学实践中积极提出意见和建议，并向我们推荐优秀选题. 反馈意见请发送到 E-mail：gzgz@tup. tsinghua. edu. cn. 清华大学出版社将对已出版的教材不断地修订、完善，提高教材质量，完善教材服务体系，为我国的高职高专教育出版优秀的高质量的教材.

高职高专教育教材编审委员会

前言

经济数学基础是经济管理类专业的必修课，由于这门课程注重培养经济管理类学生在分析经济问题上的量化观点，故在该课程的学习过程中，通常会感觉有一定的难度．例如，经济数学的概念应在正确理解的基础上去应用，而不是死记硬背．其内容有较高的抽象性与逻辑性，加上独特的数学语言，往往使学生望而生畏，对某些概念理解不透，在具体应用的运算过程中，运算技巧掌握不好．为此，我们编写了这本《经济数学基础辅导教程》．

本书以清华大学出版社出版、王波主编的《经济数学基础》为主教材．全书章节体系与主教材保持一致，每章所包含的内容及编写意图均与主教材对应．本书既是与教学同步的学习辅导书，又是阶段复习的指导书，它有助于读者对"经济数学基础"这门课程的基本概念、理论方法有更全面、更深刻地理解和掌握，有利于培养读者分析问题、解决问题的能力．其中第 4 章可根据教学情况酌情选学．

在编写本书时，我们侧重于以下几点．

1．对各章所学内容中的重要概念与定理进行全面总结，归纳提炼，并加以融会贯通，使学生对所学内容理解得更深更透，对所学知识更加有条理性，更加明确各章节的重点与难点，把握学习尺度，做到心中有数．

2．对主教材的全部习题做了详细解答，以方便读者学习和掌握所学内容．在解题过程中，分门别类地对典型习题进行了分析和归纳，并加以小结，使读者能举一反三，触类旁通，对运算技巧掌握得更熟练，对基本概念理解得更准确，帮助读者提高学习效率，对开拓思路，提高解题能力大有裨益．

3．主要章节均配备自测题，方便读者检查对所学内容掌握的程度，有利于巩固知识，提高运算能力和思维能力．

4．为习题课提供了资料和素材，大大方便了教师的备课与学生的学习．

本书由浙江工商大学统计与数学学院王波主编，并对全书进行修改、补充、统稿、定稿．全书具体分工如下：第1、2章由王波编写，

第 3 章由王海敏编写,第 4 章由韩兆秀编写,第 5~7 章由曾慧编写,第 8~10 章由陈赛君编写.

本书的编写和出版,得到了清华大学出版社的大力支持和帮助,在此致以诚挚谢意.

由于我们水平有限,书中不当之处,恳请同仁和读者批评指正.

编　者

2008 年 3 月于浙江工商大学

目录

第1部分 微 积 分

第2部分 线性代数

第3部分 概率论

第 1 部分

微积分

第1章 函数 极限 连续

1.1 内容提要

1. 函数

(1) 实数

① 实数

有理数和无理数统称为实数. 实数与数轴上的点是一一对应的.

约定：N(自然数集)、Z(整数集)、Q(有理数集)、R(实数集)、R^+(正实数集).

② 区间

区间是数轴上的一部分.

四种有限区间：

$[a,b]$ 表示$\{x|a\leqslant x\leqslant b\}$，叫闭区间；

(a,b) 表示$\{x|a<x<b\}$，叫开区间；

$(a,b]$ 表示$\{x|a<x\leqslant b\}$，叫左开右闭区间；

$[a,b)$ 表示$\{x|a\leqslant x<b\}$，叫左闭右开区间.

五种无限区间：

$[a,+\infty)$ 表示$\{x|x\geqslant a\}$；

$(a,+\infty)$ 表示$\{x|x>a\}$；

$(-\infty,a]$ 表示$\{x|x\leqslant a\}$；

$(-\infty,a)$ 表示$\{x|x<a\}$；

$(-\infty,+\infty)$ 表示实数集 R.

注意：∞读作无穷大，以正负无穷大为端点的区间必须是开区间.

③ 邻域

设 δ 是一正数，则称开区间$(a-\delta,a+\delta)$为点 a 的 δ 邻域，记作 $U(a,\delta)$，即 $U(a,\delta)=\{x|a-\delta<x<a+\delta\}=\{x||x-a|<\delta\}$，其中点 a 称为邻域的中心，δ 称为邻域的半径.

特别地，$\mathring{U}(a,\delta)=\{x|0<|x-a|<\delta\}$称为去心邻域.

(2) 常量与变量

在某一变化过程中始终保持不变的量称为常量.在某一变化过程中始终保持变化着的量称为变量.

(3) 函数

① 函数的定义　在某一变化过程中,有两个变量 x,y,x 的变化范围为 D.如果对 D 中的每一个 x,按照某个对应法则 f,有惟一的实数 y 与之对应,则称 f 是 D 上的一个函数,记为 $y=f(x),x\in D$.其中 D 称为定义域.

若对于确定的 $x_0\in D$,通过对应法则 f 在 x_0 处的函数值,记作

$$y_0=f(x_0)\quad 或 \quad y|_{x=x_0}=f(x_0),$$

全体函数值的集合,称为函数的值域.

特别地,在用解析式表示函数对应规律时,根据不同区间段上的自变量,分别用不同的数学解析式来给出一个函数,这种形式确定的函数,常常被称为分段函数.

注意:函数的定义域和对应法则为函数的两个基本要素.如果两个函数具有相同的定义域和对应法则,那么这两个函数就是相同的.

② 函数的特性

a. 单调性　设函数 $f(x)$的定义域为 D,区间 $I\subseteq D$.如果函数 $f(x)$对于区间 I 上任意两点 x_1 及 x_2,当 $x_1<x_2$ 时,总有

$$f(x_1)<f(x_2)\quad (f(x_1)>f(x_2)),$$

则称函数 $f(x)$在区间 I 上是单调增加(单调减少)的.

在整个定义域上单调增加(或单调减少)的函数称为单调函数.

b. 奇偶性　设函数 $f(x)$的定义域 D 关于原点对称,如果对于任意的 $x\in D$,都有

$$f(-x)=f(x)\quad (f(-x)=-f(x)),$$

则称 $y=f(x)$为偶函数(奇函数).

偶函数的图形关于 y 轴对称;奇函数的图形关于原点对称.

c. 周期性　设函数 $f(x)$的定义域为 D,如果存在一个正数 T,使得对于任意的 $x\in D$,有$(x\pm T)\in D$,并且恒有

$$f(x+T)=f(x),$$

则称 $y=f(x)$为周期函数,称 T 为 $f(x)$的周期.通常所说的周期是指最小正周期.

d. 有界性　设函数 $y=f(x)$的定义域为 D,若存在正数 M,使得对任意的 $x\in D$,恒有

$$|f(x)|\leqslant M,$$

则称 $f(x)$在 D 上有界.或称 $f(x)$为 D 上的有界函数.

③ 复合函数　设函数 $y=f(u)$的定义域为 D_1,函数 $u=g(x)$在 D_1 上有定义且 $g(D)\subset D_1$,则由式

$$y=f[g(x)],\quad x\in D,$$

确定的函数称为由函数 $u=g(x)$和函数 $y=f(u)$构成的复合函数,其定义域为 D,变量 u 称为中间变量.

④ 初等函数　由基本初等函数(常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和

反三角函数)经过有限次的四则运算或复合运算得到的一切函数统称为初等函数.

⑤ 分段函数 在自变量的不同变化范围中,对应法则用几个不同式子来表示的函数,称为分段函数.

分段函数往往不是初等函数.

⑥ 常见的经济函数模型 有总成本函数模型,收益函数模型,利润函数模型,需求函数模型,库存函数模型,金融数理模型等.

2. 数列的极限

(1) 数列的极限

按顺序排列的无穷多个数 $x_1, x_2, \cdots, x_n, \cdots$ 称为数列,第 n 项 x_n 称为一般项(通项).数列可简记为$\{x_n\}$.

如果数列$\{x_n\}$满足条件

$$x_1 \leqslant x_2 \leqslant x_3 \leqslant \cdots \leqslant x_n \leqslant x_{n+1} \leqslant \cdots$$

则称数列$\{x_n\}$是单调增加的.

如果数列$\{x_n\}$满足条件

$$x_1 \geqslant x_2 \geqslant x_3 \geqslant \cdots \geqslant x_n \geqslant x_{n+1} \geqslant \cdots$$

则称数列$\{x_n\}$是单调减少的.单调增加和单调减少数列统称为单调数列.

对于数列$\{x_n\}$,如果当 n 无限增大时,数列的一般项 x_n 无限地趋近于某一确定的数值 a,则称常数 a 是数列$\{x_n\}$的极限,或称数列$\{x_n\}$收敛于 a.记为

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a.$$

如果数列没有极限,就称数列是发散的.

(2) 收敛数列的性质

① (惟一性) 如果数列$\{x_n\}$收敛,则它的极限惟一.

② (有界性) 如果数列$\{x_n\}$收敛,则数列$\{x_n\}$必有界.

注意:*数列有界是数列收敛的必要条件,但不是充分条件.例如,数列$\{x_n\}=\{(-1)^n\}$是有界的,而$\{x_n\}$却是发散数列.*

3. 函数的极限

(1) $x\to x_0$ 时,函数 $f(x)\to A$ 的定义

设 $f(x)$在 x_0 的某个去心邻域内有定义,如果当 x 无限趋近于 x_0,函数 $f(x)$的值无限趋近于常数 A,则称当 x 趋于 x_0 时,$f(x)$以 A 为极限.记作

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A \quad 或 \quad f(x)\to A(当\ x\to x_0).$$

若当 $x\to x_0^-$(或 $x\to x_0^+$)时,$f(x)$无限趋近于某常数 A,则常数 A 叫做函数 $f(x)$当 $x\to x_0$ 时的左极限(或右极限),记为

$$\lim_{x\to x_0^-} f(x) = A \quad 或 \quad f(x_0-0) = A$$

$$\lim_{x\to x_0^+} f(x) = A \quad 或 \quad f(x_0+0) = A$$

函数的左极限和右极限统称为函数的单侧极限.

当 $x\to x_0$ 时,$f(x)$的极限存在的充分必要条件是左、右极限存在且相等.

(2) $x\to\infty$时,函数 $f(x)\to A$ 的定义

如果当$|x|$无限增大时,函数 $f(x)$无限趋近于某个确定的常数 A,则常数 A 叫做函数 $f(x)$当 $x\to\infty$时的极限,记作

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=A \quad 或 \quad f(x)\to A(x\to\infty).$$

设函数 $y=f(x)$,如果当 $x\to+\infty$(或 $x\to-\infty$)时,函数 $f(x)$无限地趋近于某一确定的数值 A,则称 A 是当 x 趋于正(或负)无穷时函数 $y=f(x)$的极限,记作

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=A \quad 或 \quad f(x)\to A(x\to+\infty)$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=A \quad 或 \quad f(x)\to A(x\to-\infty)$$

当 $x\to\infty$时,$f(x)$极限存在的充分必要条件是 $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$与 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$均存在且相等.

(3) 函数极限的性质

① 惟一性.如果函数在某一变化过程中有极限,则极限是惟一的.

② 局部有界性.若函数 $f(x)$当 $x\to x_0$ 时极限存在,则必存在 x_0 的某一邻域,使得函数 $f(x)$在该邻域内有界.

4. 极限运算法则

(1) 极限的四则运算法则

如果每一个函数极限存在,则函数的和,差,积,商的极限均存在,且等于各极限的和,差,积,商(其中商的极限中,要求分母的极限不为零).

如果 $\lim f(x)$存在,而 c 为常数,则 $\lim cf(x)=c\lim f(x)$.

如果 $\lim f(x)$存在,而 n 为正整数,则 $\lim[f(x)]^n=[\lim f(x)]^n$.

(2) 复合函数的极限运算法则

设函数 $y=f[g(x)]$由函数 $y=f(u)$及 $u=g(x)$复合而成,它在点 x_0 的某个去心邻域内有定义,若$\lim\limits_{x\to x_0}g(x)=u_0$,$\lim\limits_{u\to u_0}f(u)=A$,并且在 x_0 的某个去心邻域内,有 $g(x)\neq u_0$,则

$$\lim_{x\to x_0}f[g(x)]=\lim_{u\to u_0}f(u)=A.$$

5. 极限存在准则 两个重要极限

(1) 两个准则

准则Ⅰ(夹逼准则) 如果函数满足 $f(x)\leqslant g(x)\leqslant h(x)$,且

$$\lim f(x)=\lim h(x)=A, \quad 则 \lim g(x)=A.$$

准则Ⅱ 单调有界数列必有极限.

(2) 两个重要极限

极限 1 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$;

极限 2　$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e},\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=\mathrm{e}.$

更一般地，当 $\lim f(x)=0$，则 $\lim\dfrac{\sin f(x)}{f(x)}=1$；

当 $\lim f(x)=\infty$，则 $\lim\left(1+\dfrac{1}{f(x)}\right)^{f(x)}=\mathrm{e}.$

6. 无穷小与无穷大

(1) 无穷小与无穷大的定义

如果函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时的极限为零，那么称 $f(x)$ 为当 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时的无穷小量，简称无穷小.

如果函数 $f(x)$ 当 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时，$f(x)$ 的绝对值无限增大，那么称 $f(x)$ 为当 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$）时的无穷大量，简称无穷大.

注意：无穷小（大）是一个变量，不可与很小（大）的数混为一谈，但零是可作为无穷小量的惟一的数；如果不提 $x\to x_0$（或 $x\to\infty$），单说 $f(x)$ 为无穷小（大）是没有意义的.

在自变量的同一变化过程中，如果 $f(x)$ 为无穷大，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为无穷小；反之，如果 $f(x)$ 为（非零）无穷小，则 $\dfrac{1}{f(x)}$ 为无穷大.

有限个无穷小之和为无穷小；有界函数与无穷小之积为无穷小；常数与无穷小之积是无穷小；有限个无穷小之积为无穷小.

(2) 无穷小的比较

设 α 与 β 是同一极限过程中的两个无穷小，并且 $\alpha\neq 0$，则：

如果 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=0$，则称 β 是比 α 高阶的无穷小，记作 $\beta=O(\alpha)$；

如果 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=\infty$，则称 β 是比 α 低阶的无穷小；

如果 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=c\neq 0$，则称 β 与 α 是同阶无穷小，记作 $\beta=O(\alpha)$；特别地，如果 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=1$，则称 β 与 α 是等价无穷小，记作 $\alpha\sim\beta$.

注意：并非同一极限过程中的任何两个无穷小都可以进行阶数的比较. 例如 $\alpha(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$，$\beta(x)=x$，它们都是 $x\to 0$ 时的无穷小. 但是它们的比等于 $\sin\dfrac{1}{x}$，当 $x\to 0$ 时根本没有什么极限趋势. 因此，这两个无穷小不能进行比较.

(3) 关于等价无穷小的定理

设 $\alpha\sim\alpha'$，$\beta\sim\beta'$，并且 $\lim\dfrac{\beta'}{\alpha'}$ 存在，则有 $\lim\dfrac{\beta}{\alpha}=\lim\dfrac{\beta'}{\alpha'}$.

当 $x\to 0$ 时，常用的等价无穷小有：

① $x\sim\sin x\sim\tan x\sim\arcsin x\sim\arctan x\sim \mathrm{e}^x-1\sim\ln(1+x)$；

② $1-\cos x\sim\dfrac{x^2}{2}$；

③ $a^x-1\sim x\ln a$；

④ $\sqrt[n]{1+x}-1\sim\frac{x}{n}$.

7. 函数的连续性与间断点

(1) 变量的改变量(增量)

用 x_0 表示自变量的初值,用 Δx 表示自变量的增量,则 $\Delta x=x-x_0$,自变量的终值可表示为 $x=x_0+\Delta x$;如果我们用 Δy 表示函数值的增量,则有

$$\Delta y=y-y_0=f(x)-f(x_0)=f(x_0+\Delta x)-f(x_0).$$

(2) 连续性的定义

设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义,如果

$$\lim_{\Delta x\to 0}\Delta y=\lim_{\Delta x\to 0}[f(x_0+\Delta x)-f(x_0)]=0,$$

那么就称函数 $y=f(x)$ 在 x_0 点处连续,且称 x_0 是 $y=f(x)$ 的一个连续点.

函数连续的另一个等价定义是:

设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义,且有

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0),$$

则称 $y=f(x)$ 在 x_0 处连续.

如果函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某个邻域内有定义,且有

$$\lim_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)\quad(\text{或}\lim_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)),$$

称函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 左连续(或右连续).

函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续的充要条件是函数 $f(x)$ 在点 x_0 左连续且右连续.

(3) 连续函数

如果函数 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 内任一点连续,称 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 内连续;如果函数 $f(x)$ 在开区间 (a,b) 内每一点连续,并且在 $x=a$ 右连续,在 $x=b$ 左连续,则称 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续.

(4) 函数的间断点

如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 不连续,则 $x=x_0$ 称为函数 $f(x)$ 的间断点.

8. 连续函数的运算与初等函数的连续性

若 $f(x)$ 及 $g(x)$ 在点 x_0 处连续,则

$$f(x)\pm g(x),\quad f(x)\cdot g(x),\quad \frac{f(x)}{g(x)}(g(x_0)\neq 0)$$

在点 x_0 处也连续.

设函数 $y=f[g(x)]$ 由函数 $y=f(u)$ 与函数 $u=g(x)$ 复合而成,若函数 $u=g(x)$ 在点 x_0 连续,函数 $y=f(u)$ 在点 $u_0=g(x_0)$ 连续,则复合函数 $y=f[g(x)]$ 在点 x_0 也连续.

一切初等函数在其定义区间内都是连续的.

9. 闭区间[a,b]上的连续函数性质

(1) 有界性与最值定理

如果 $y=f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续,则 $f(x)$ 必在 $[a,b]$ 上有界,且必能取到最大值