



普通高等教育“十一五”国家级规划教材

经济数学基础

第三版

上册

○ 顾静相 主编



高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

普通高等教育“十一五”国家级规划教材

经济数学基础

第三版

上册

顾静相 主编

钟 宜 傅修文 编

010-28281118 顾静相
800-810-0508 傅修文
<http://www.hep.edu.cn> 网
<http://www.hep.com.cn> 址
<http://www.jiajiao.com> 网上订购
<http://www.jiajiao.com.cn>
<http://www.widgdn.com> 编辑

次 版
2008年8月第1版
2008年3月第3版
2008年3月第1次印刷
次 印
19.70元 价

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德胜大街4号
邮政编码 100011
总机 010-28281000
编辑 蓝色畅想图书发行有限公司
印刷 北京印刷厂

开 本 787×960 1/16
印 张 13.75
数 250 000 字

高等教育出版社

00-28152 号 00-28152 号

内容提要

本书是普通高等教育“十一五”国家级规划教材,是按照教育部组织制定的“高职高专教育基础课程教育基本要求”和“高职高专教育专业人才培养目标及规格”组织编写的。本书依据“以应用为目的,以必需够用为度”的原则,较好地体现了“数学为本,经济为用”的经济数学特点。本书第一版获得了全国普通高等学校优秀教材评审二等奖。

本书分为上、下两册,共三个模块,总的参考学时为 108 课时。上册主要介绍一元函数微积分的内容,并简要介绍了二元函数和偏导数、微分方程初步等内容。下册内容为线性代数基础和概率论与数理统计基础两个模块。每一模块前有一篇简介,使学生初步了解它的历史背景;每一模块后安排了一个综合案例,使学生进一步体会经济数学的用途。

每章正文之前给出了本章导读,主要简介本章基本内容和学习目标,章后有内容小结、一个相关数学家小传及练习题。

本书适用于高职高专院校、成人高校及其他职业学院、继续教育学院和民办高校,也可作为有关人员学习经济数学知识的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

经济数学基础. 上册 / 顾静相主编. —3 版. —北京:高等教育出版社,2008.3

ISBN 978 - 7 - 04 - 023157 - 1

I. 经… II. 顾… III. 经济数学 - 高等学校:技术学校 - 教材 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 004742 号

策划编辑 邓雁城 责任编辑 崔梅萍 封面设计 王凌波 责任绘图 尹文军
版式设计 马敬茹 责任校对 王效珍 责任印制 宋克学

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100011
总 机 010 - 58581000

经 销 蓝色畅想图书发行有限公司
印 刷 高等教育出版社印刷厂

购书热线 010 - 58581118
免费咨询 800 - 810 - 0598
网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landaco.com>
<http://www.landaco.com.cn>
畅想教育 <http://www.widedu.com>

开 本 787 × 960 1/16
印 张 13.75
字 数 250 000

版 次 2000 年 8 月第 1 版
2008 年 3 月第 3 版
印 次 2008 年 3 月第 1 次印刷
定 价 19.70 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

物料号 23157 - 00

高等教育出版社

第三版修订说明

启迪人们思维、推进科学纵深发展的皇冠明珠——数学，却常常遭遇尴尬。“听起来难，学起来更难，用起来则难上加难”，这也许就是这么多年来牵系在拼命学习数学课程的芸芸众生心间的不解忧愁，也是数学教育和数学课程改革不可回避的首要问题。

为了探索解决这个问题，也是为了更好地适应当前我国高等教育的发展、满足社会对高校应用型人才培养的各类要求、贯彻教育部组织制定的高职高专教育基础课程教育基本要求的核心思想，更是为了突显经济数学是经济管理中所用的高等数学，真正体现“数学为本，经济为用”的经济数学特点、体现数学课程改革思想。我们再次对本教材各章内容进行适当增删与修改，调整部分例题，增加了经济应用例题和案例，删减了不太适宜高职高专教学需要的章节内容。

1. 本教材内容分为微积分、线性代数、概率论与数理统计三个模块，在每一模块前增加一篇简要介绍这一模块的起源、发展和作用的短文，使学生初步了解它的历史背景。在每一模块后面增加一个综合案例，主要是综合利用前面所学的知识，解决一个经营管理等方面的问题，使学生进一步体会经济数学的作用。

2. 考虑学习对象的状况及特点，贴近学生，每章正文之前给出了本章导读，主要简介本章基本内容和学习目标，使学生一开始就明确学习内容和主要目标。每章最后安排本章内容小结、一个相关数学家的介绍和本章作业，及时归纳、小结本章主要内容，增加学生的知识面。

3. 对各章内容进行适当增删与修改，删减了原第6章多元函数微分学内容，保留了二元函数的概念和偏导数的概念及求法，并把它们作为第3章的一节；把原第7章行列式删减调整为矩阵行列式，作为原第8章矩阵的一节；删除了原第13章方差分析与回归分析。

4. 线性规划是单独的一门学科，在本教材中将它简化，主要是利用初等行变换介绍单纯形方法，简化线性规划问题的求解过程，因此将它作为线性代数在经济管理中的典型应用介绍，并与投入产出模型一起，从原来的第9章中独立出来，单独组成一章。

因此本教材由原来的13章调整为现在的11章。

5. 除此之外，为了更贴近社会、贴近生活、贴近应用，还调整修改了部分例题，适当增加了社会活动和经济管理方面的典型例题或案例，进一步强调本学科的实际应用，激发学生的学习兴趣。

真诚地希望敬爱的同学、老师、读者能够参与到我们的数学教学改革中来,您的参与就是对我们最大的支持和褒奖,让我们一起将本教材建设为真正的高职高专教育的精品教材。

编者

2007年10月

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人给予严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话：(010) 58581897/58581896/58581879

传真：(010) 82086060

E-mail: dd@hep.com.cn

通信地址：北京市西城区德外大街4号

高等教育出版社打击盗版办公室

邮编：100011

购书请拨打电话：(010)58581118

出版物数码防伪说明：

本图书采用出版物数码防伪系统，用户购书后刮开封底防伪密码涂层，将16位防伪密码发送短信至106695881280，免费查询所购图书真伪，同时您将有参加鼓励使用正版图书的抽奖活动，赢取各类奖项，详情请查询中国扫黄打非网(<http://www.shdf.gov.cn>)。

反盗版短信举报：编辑短信“JB，图书名称，出版社，购买地点”发送至106695881280

数码防伪客服电话：(010)58582300/58582301

网络题库使用说明：

1. 进入“中国组卷网”(<http://www.zujuan.com.cn>)，输入本书封底提供的防伪码“明码”部分(需输入50本)，获取积分，即可免费从网上下载题库至本地机。使用时间为一个学年。

2. 高等数学网络题库拥有约8000道题目，内容涵盖微积分、线性代数、概率统计、线性规划、离散数学等高职高专数学类课程，包括选择、填空、判断、计算、分析、应用、证明等多种题目类型。题库系统设置了模板快速组卷、自定义组卷、个人大纲、个人题库、特色上传等功能。

电子邮箱: caokun@hep.com.cn

咨询电话: (010)58582365

目 录

第一篇 微 积 分

第 1 章 极限与连续	3
1.1 函数	3
1.2 极限的概念	18
1.3 无穷小量与无穷大量	22
1.4 极限的性质与运算法则	25
1.5 两个重要极限	29
1.6 函数的连续性	33
1.7 常用经济函数	39
本章小结	42
数学家小传 柯西	43
习题 1	45
第 2 章 导数与微分	49
2.1 导数的概念	49
2.2 导数基本公式与运算法则	56
2.3 高阶导数	66
2.4 函数的微分	68
本章小结	71
数学家小传 牛顿	72
习题 2	75
第 3 章 导数的应用	78
3.1 中值定理	78
3.2 洛必达法则	82
3.3 函数的单调性	85
3.4 函数的极值	87
3.5 导数在经济分析中的应用	95
3.6 利用导数研究函数	99
3.7 二元函数与偏导数	104
本章小结	121
数学家小传 洛必达	123
习题 3	125

第 4 章 不定积分	130
4.1 不定积分的概念	130
4.2 不定积分的性质和基本积分公式	133
4.3 换元积分法	136
4.4 分部积分法	144
4.5 微分方程初步	147
本章小结	154
数学家小传 拉格朗日	155
习题 4	158
第 5 章 定积分	161
5.1 定积分的概念	161
5.2 微积分基本定理	166
5.3 定积分的计算	169
5.4 无限区间上的积分	175
5.5 定积分的应用	177
本章小结	182
数学家小传 莱布尼茨	183
习题 5	186
综合案例一 邦德建筑公司	189
附表 积分表	193
习题答案	203
参考书目	213

第一篇 微 积 分

微积分有广泛的应用.微积分是一门数学课程,但其中蕴涵了许多深刻的哲学思想.常量与变量,有限与无限,收敛与发散,等等,无不体现出对立统一的辩证思想.如果仅仅把学习微积分看作是掌握一种数学知识,那么你学习的收获就会小很多.数学家 Demollins 曾经说过:“没有数学,我们无法看透哲学的深度;没有哲学,人们也无法看透数学的深度;而没有两者,人们什么也看不透.”

恩格斯曾经指出:“数学中的转折点是笛卡儿的变数.有了变数,运动进入了数学,有了变数,辩证法进入了数学,有了变数,微分和积分也就立刻成为必要的了……”.实际上,与笛卡儿同时代的伟大数学家费马对解析几何的创立也有重要贡献.而解析几何的创立是微积分产生的序曲.微积分的起源主要来自两个方面:一是一些力学和天文学问题,例如求变速运动的瞬时速度、加速度、路程等问题;二是几何方面的一些经典问题,例如求曲线的切线、曲线的长度、不规则几何图形的面积、体积等问题.这些古老的问题在古代就有许多数学家研究过,实际上,当时人们遇到的两类问题就是今天的微分学和积分学问题,但是很久没有人把它们联系起来.发现这两类问题之间有本质联系的是牛顿和莱布尼茨,联系的桥梁就是著名的牛顿-莱布尼茨公式.微积分的发展在科学史上具有非同寻常的意义.

现在微积分的主要内容安排总是按照函数、极限、连续、导数、微分、积分这个次序,实际上极限和连续的概念产生于微积分之后.微积分这座辉煌的大厦刚开始建立时,基础是很不牢固的,极限和连续等概念正是在加固微积分基础的情况下产生的.19世纪,在柯西、维尔斯特拉斯等数学家的共同努力下,才完成了微积分理论的严格化.

第1章 极限与连续

本章导读

极限概念是在研究变量在某一过程中的变化趋势时引出的.它是微积分学的重要基本概念之一,微积分学中的其他几个重要概念,如连续、导数、定积分等,都是用极限表述的,并且微积分学中的很多定理也是用极限方法推导出来的.这一章我们在对函数概念进行复习和补充的基础上将介绍数列与函数极限的概念,求极限的方法及函数的连续性.

通过本章学习,希望大家:

- 了解反函数、函数的单调性、奇偶性、有界性、周期性的概念;左、右极限的概念;无穷小、无穷大的概念;闭区间上连续函数的性质.
- 理解函数、基本初等函数、复合函数、初等函数、分段函数的概念;需求函数与供给函数的概念;函数极限的定义;无穷小的性质;函数在一点连续的概念;初等函数的连续性.
- 掌握复合函数的复合过程;极限四则运算法则.
- 会用函数关系描述经济问题;对无穷小进行比较;用两个重要极限求极限;判断间断点的类型;求连续函数和分段函数的极限.

1.1 函 数

函数是微积分学研究对象.在中学里我们都学习过函数概念,在这里我们不是进行简单的重复,而是要从全新的视角来对它进行描述和分类.

1.1.1 函数的概念

1. 常量与变量

在日常生活、生产活动和经济活动中,经常遇到各种不同的量,例如:身高、气温、产量、收入、成本,等等.这些量可以分为两类,一类量在考察的过程中不发生变化,只取一个固定的值,我们把它称作常量;另一类量在所考察的过程中是

变化的,可以取不同数值,我们把它称作变量.例如,一天中的气温、生产过程中的产量都是在不断变化的,它们都是变量.

在理解常量与变量时,应注意下面几点:

(1) 常量和变量依赖于所研究的过程.同一个量,在某种情况下可以认为是常量,而在另一种情况下则可能是变量;反过来也是同样的.例如,某种商品的价格在一段时间内是常量,但在较长的时间内则是变量.这说明常量和变量具有相对性.

(2) 从几何意义上讲,常量对应着实数轴上的定点,变量则对应着实数轴上的动点.

(3) 一个变量所能取的数值的集合叫做这个变量的变动区域.

有一类变量,例如时间,可以取介于两个实数之间的任意实数值,叫做连续变量,连续变量的变动区域常用区间表示.

常量习惯用字母 a, b, c, d 等表示;变量习惯用 x, y, z, u, v, w 等表示.

2. 函数的概念及表示法

在某个变化过程中,往往出现多个变量,这些变量不是彼此孤立的,而是相互影响和相互制约的,一个量或一些量的变化会引起另一个量的变化.如果这些影响是确定的,是依照某一规则的,那么我们说这些变量之间存在着函数关系.

例如,生产某种产品的固定成本为 6 800 元,每生产一件产品,成本增加 70 元,那么该种产品的总成本 y 与产量 x 的关系可用下面的式子给出:

$$y = 70x + 6\,800.$$

当产量 x 取任何一个合理的值时,成本 y 有确定的值和它对应,我们说成本 y 是产量 x 的函数.

定义 1.1 设 x 和 y 是两个变量,若当变量 x 在非空数集 D 内任取一数值时,变量 y 依照某一规则 f 总有一个确定的数值与之对应,则称变量 y 为变量 x 的函数,记作

$$y = f(x).$$

这里, x 称为自变量, y 称为因变量或函数. f 是函数符号,它表示 y 与 x 的对应规则.有时函数符号也可以用其他字母来表示,如 $y = g(x)$ 或 $y = \varphi(x)$ 等.

集合 D 称为函数的定义域,相应的 y 值的集合则称为函数的值域.

当自变量 x 在其定义域内取定某确定值 x_0 时,因变量 y 按照所给函数关系 $y = f(x)$ 求出的对应值 y_0 叫做当 $x = x_0$ 时的函数值,记作 $y|_{x=x_0}$ 或 $f(x_0)$.

例 1 已知 $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, 求: $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(-x)$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$, $f(x+1)$, $f(x^2)$.

$$\text{解 } f(0) = \frac{1-0}{1+0} = 1, f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1-\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3},$$

$$f(-x) = \frac{1-(-x)}{1+(-x)} = \frac{1+x}{1-x}, f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x+1},$$

$$f(x+1) = \frac{1-(x+1)}{1+(x+1)} = \frac{-x}{2+x}, f(x^2) = \frac{1-x^2}{1+x^2}.$$

例2 求下列函数的定义域.

$$(1) f(x) = \frac{3}{5x^2+2x};$$

$$(2) f(x) = \sqrt{9-x^2};$$

$$(3) f(x) = \lg(4x-3);$$

$$(4) f(x) = \arcsin(2x-1);$$

$$(5) f(x) = \lg(4x-3) - \arcsin(2x-1).$$

解 (1) 在分式 $\frac{3}{5x^2+2x}$ 中, 分母不能为零, 所以 $5x^2+2x \neq 0$, 解得 $x \neq -\frac{2}{5}$

且 $x \neq 0$, 即定义域为 $\left(-\infty, -\frac{2}{5}\right) \cup \left(-\frac{2}{5}, 0\right) \cup (0, +\infty)$.

(2) 在偶次根式中, 被开方式必须大于等于零, 所以有 $9-x^2 \geq 0$, 解得 $-3 \leq x \leq 3$, 即定义域为 $[-3, 3]$.

(3) 在对数式中, 真数必须大于零, 所以有 $4x-3 > 0$, 解得 $x > \frac{3}{4}$, 即定义域为 $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$.

(4) 反正弦或反余弦中的式子的绝对值必须小于等于1, 所以有 $-1 \leq 2x-1 \leq 1$, 解得 $0 \leq x \leq 1$, 即定义域为 $[0, 1]$.

(5) 该函数为(3), (4)两例中函数的代数和, 此时函数的定义域应为(3), (4)两例中定义域的交集, 即 $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right) \cap [0, 1] = \left(\frac{3}{4}, 1\right]$.

应当指出, 在实际应用问题中, 除了要根据解析式子本身来确定自变量的取值范围以外, 还要考虑到变量的实际意义, 一般来说, 经济变量往往取正值, 即变量都是大于零的.

常用的函数表示法有解析法(又称公式法)、表格法和图形法. 现举例说明如下:

$$(1) y = \sqrt{3-x^2}.$$

这是一个用解析式子表示的函数. 当 x 在 $-\sqrt{3}$ 到 $\sqrt{3}$ 之间取任意值时, 由公

式可以确定唯一的 y 值.

(2) 某商店一年中各月份毛线的销售量(单位: 10^2 kg)的关系如表 1-1 所示.

表 1-1 各月份毛线销售量

月份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售量 $y/10^2$ kg	81	84	45	45	9	5	6	15	94	161	144	123

这是用表格表示的函数. 当自变量 t 取 1 到 12 之间任意一个整数时, 从表格中可以查到 y 的一个对应值. 例如 t 取 10, 从表中可以看到它对应的 y 值是 161, 即 10 月份毛线销售量为 16 100 kg.

(3) 图 1-1 是气象站用自动温度记录仪记录下来的某地一昼夜气温变化的曲线.

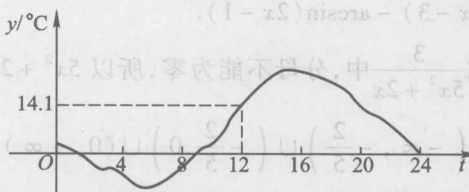


图 1-1

这是用图形表示的函数. 气温 y 与时间 t 的函数关系是由曲线给出的. 当 t 取 0 到 24 中任意一个数时, 在曲线上都能找到确定的 y 值与它对应. 例如 $t=12$ 时, $y=14.1$ °C.

3. 分段函数

某市电话局规定市话收费标准为: 当月所打电话次数不超过 30 次时, 只收月租费 25 元, 超过 30 次的, 每次加收 0.23 元. 则电话费 y 和用户当月所打电话次数 x 的关系可用下面的形式给出:

$$y = \begin{cases} 25, & x \leq 30, \\ 25 + 0.23(x - 30), & x > 30. \end{cases}$$

像这样把定义域分成若干部分, 函数关系由不同的式子分段表示, 称这样的函数为分段函数. 分段函数是微积分中常见的一种函数. 例如在中学数学课出现过的绝对值函数可以表示成

$$y = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

例 3 设函数

$$y=f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x>0, \\ 2, & x=0, \\ 3x, & x<0. \end{cases}$$

当 x 取 $(0, +\infty)$ 内的值时, y 的值由关系式 $y=x^2+1$ 来计算; 当 $x=0$ 时, $y=2$; 当 x 取 $(-\infty, 0)$ 内的值时, y 的值由关系式 $y=3x$ 来计算. 例如,

$$f(3)=3^2+1=10, f(-5)=3 \times (-5)=-15.$$

它的图像如图 1-2 所示.

注 分段函数是几个关系式合起来表示一个函数, 而不是几个函数. 对于自变量 x 在定义域内的某个值, 分段函数 y 只能确定唯一的值. 分段函数的定义域是各段自变量取值集合的并.

例 4 设函数

$$f(x)=\begin{cases} \sin x, & -4 \leq x < 1, \\ 1, & 1 \leq x < 3, \\ 5x-1, & x \geq 3. \end{cases}$$

求 $f(-\pi)$, $f(1)$, $f(3.5)$ 及函数的定义域.

解 因为 $-\pi \in [-4, 1)$, 所以 $f(-\pi) = \sin(-\pi) = 0$;

因为 $1 \in [1, 3)$, 所以 $f(1) = 1$;

因为 $3.5 \in [3, +\infty)$, 所以 $f(3.5) = 5 \times 3.5 - 1 = 16.5$;

函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-4, +\infty)$.

例 5 用分段函数表示函数 $y=3-|2-x|$, 并画出图形.

解 根据绝对值定义可知, 当 $x \leq 2$ 时, $|2-x| = 2-x$; 当 $x > 2$ 时, $|2-x| = x-2$. 于是有

$$y=\begin{cases} 3-(2-x), & x \leq 2, \\ 3-(x-2), & x > 2, \end{cases}$$

即

$$y=\begin{cases} 1+x, & x \leq 2, \\ 5-x, & x > 2. \end{cases}$$

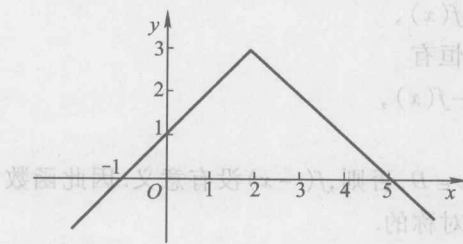


图 1-3

其图像如图 1-3 所示.

1.1.2 函数的几种特性

1. 函数的有界性

定义 1.2 设函数 $y=f(x)$ 在集合 D 上有定义, 如果存在一个正数 M , 对于所有的 $x \in D$, 恒有 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在 D 上是有界的. 如果不存在这样

的正数 M , 则称 $f(x)$ 在 D 上是有界的.

如图 1-4, 函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有界的几何意义是: 曲线 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内被限制在 $y=M$ 和 $y=-M$ 两条直线之间.

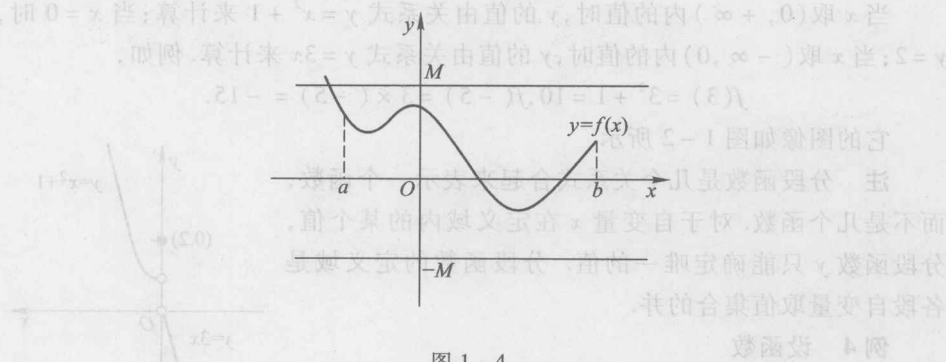


图 1-4

对于函数的有界性, 要注意以下两点:

(1) 当一个函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有界时, 正数 M 的取法不是唯一的. 例如 $y=\sin x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是有界的, 有 $|\sin x| \leq 1$, 但我们也可以取 $M=2$, 即 $|\sin x| < 2$ 总是成立的, 实际上 M 可以取任何大于 1 的数.

(2) 有界性是依赖于区间的. 例如 $y=\frac{1}{x}$ 在区间 $(1, 2)$ 内是有界的, 但在区间 $(0, 1)$ 内则无界.

2. 函数的奇偶性

定义 1.3 设函数 $y=f(x)$ 在集合 D 上有定义, 如果对任意的 $x \in D$, 恒有

$$f(-x) = f(x),$$

则称 $f(x)$ 为偶函数; 如果对任意的 $x \in D$, 恒有

$$f(-x) = -f(x),$$

则称 $f(x)$ 为奇函数.

由定义可知, 对任意的 $x \in D$, 必有 $-x \in D$, 否则, $f(-x)$ 没有意义. 因此函数具有奇偶性时, 其定义域必定是关于原点对称的.

偶函数的图像是对称于 y 轴的, 如图 1-5. 因为 $f(-x) = f(x)$, 所以如果点 $P(x, f(x))$ 是曲线上的一个点, 则它关于 y 轴的对称点 $Q(-x, f(x))$, 也是曲线上的点.

奇函数的图像是对称于原点的, 如图 1-6. 因为 $f(-x) = -f(x)$, 所以如果点 $P(x, f(x))$ 是曲线上的一个点, 则它关于原点的对称点 $Q(-x, -f(x))$ 也是曲线上的点.

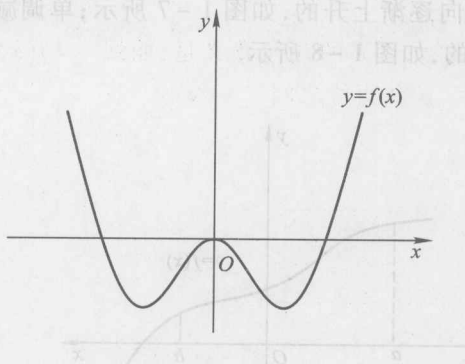


图 1-5

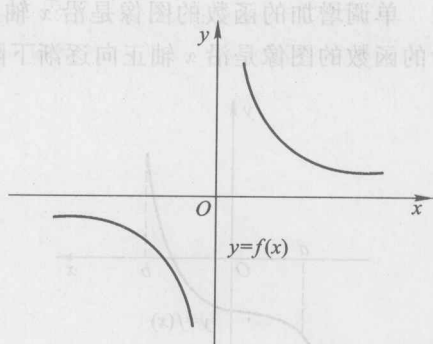


图 1-6

例 6 判断下列函数的奇偶性:

(1) $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 7$;

(2) $f(x) = 2x^2 + \sin x$;

(3) $f(x) = \frac{1}{2}(a^{-x} - a^x) (a > 0, a \neq 1)$.

解 (1) 因为

$$f(-x) = 3(-x)^4 - 5(-x)^2 + 7 = 3x^4 - 5x^2 + 7 = f(x),$$

所以 $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 7$ 是偶函数.

(2) 因为

$$f(-x) = 2(-x)^2 + \sin(-x) = 2x^2 - \sin x \neq f(x).$$

同样可以得到

$$f(-x) \neq -f(x).$$

所以 $f(x) = 2x^2 + \sin x$ 既非奇函数, 也非偶函数.

(3) 因为

$$f(-x) = \frac{1}{2}(a^{-(-x)} - a^{-x}) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x}) = -\frac{1}{2}(a^{-x} - a^x) = -f(x)$$

所以 $f(x) = \frac{1}{2}(a^{-x} - a^x)$ 是奇函数.

3. 函数的单调性

定义 1.4 设函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义, 如果对于 (a, b) 内的任意两点 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是单调增加的; 如果对于 (a, b) 内的任意两点 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内是单调减少的.

单调增加函数与单调减少函数统称为单调函数.