广东省成人高等教育系列教材

主　编　王全迪　赵延孟
副主编　方楚泽　郭　艾　田长生

经济数学

(2)

中山大学出版社

广东省成人高等教育系列教材

经济数学（2）

主　编　王全迪　赵延孟
副主编　方楚泽　郭　艾　田长生

中山大学出版社
·广州·

图书在版编目（CIP）数据

经济数学·2/王全迪，赵延孟主编；方楚泽，郭艾，田长生副主编．—广州：中山大学出版社，2008.1
（广东省成人高等教育系列教材）
ISBN 978－7－306－03001－6

Ⅰ．经…　Ⅱ．①王…　②赵…　③方…　④郭…　⑤田…　Ⅲ．经济数学—成人教育：高等教育—教材　Ⅳ．F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2007）第 178330 号

出 版 人：叶侨健
责任编辑：李海东
封面设计：红　枫
责任校对：何　凡
责任技编：黄少伟
出版发行：中山大学出版社
电　　话：编辑部 020－84111996，84113349
　　　　　发行部 020－84111998，84111981，84111160
地　　址：广州市新港西路 135 号
邮　　编：510275　　传　真：020－84036565
网　　址：http：//www.zsup.com.cn　E-mail：zdcbs@mail.sysu.edu.cn
印 刷 者：中山大学印刷厂
经 销 者：广东学苑文化发展有限公司
　　　　　电话：（020）37217189，37217733
规　　格：787mm×1092mm　1/16　11.75 印张　293 千字
版次印次：2008 年 1 月第 1 版　2008 年 1 月第 1 次印刷
印　　数：1－10000 册　　定　价：23.00 元

广东省成人高等教育系列教材简介

随着我省成人高等教育事业的蓬勃发展，成人高等教育教材存在着可选版本较少、内容陈旧等问题。借用普通高校教材又存在理论性较强、难度较大、脱离成人教育实际基础等问题。

为解决这一矛盾，在广东省成人教育协会支持下，在总结我省各普通高校成人教育教学及实践经验的基础上，由广东省普通高校成人高等教育专业委员会组织有关高校专家编写了本系列教材。教材根据成人高等教育学生的实际入学基础编写，力求突出成人业余、实用的特点，以求达到理论与实践相结合，内容和形式更加符合成人学习的目的。

本系列教材是集体智慧的结晶，由广东省26所大学一线教师承担主要编写及审稿工作。

教材编写实行主编负责制，由中山大学出版社于2007年1月起陆续出版，修订版供2008年春季各院校选用，广东学苑文化发展有限公司支持前期资金投入及代理发行工作。

本系列教材编审委员会成员如下：

编 写 人 员

总主编：王全迪（华南理工大学）

主　编：王全迪（华南理工大学）

　　　　赵延孟（深圳大学）

副主编：方楚泽（深圳大学）

　　　　郭　艾（华南理工大学）

　　　　田长生（广东技术师范学院）

编　者：（以姓氏笔画为序）

　　　　王全迪　方楚泽　杨立洪　赵延孟

　　　　唐民英　郭　艾　郭　莉

前　言

伴随着中国经济的持续快速发展，中国的高等教育已经由精英教育进入大众化教育阶段。这是中国经济发展的一个必然结果，同时也意味着高等教育在人才培养理念、培养模式、专业设置、课程内容、教育技术等方面，都面临着变革要求。

为适应我国成人高等教育的需要，由广东省普通高校成人高等教育专业委员会和广东学苑文化发展有限公司组织编写的《经济数学》教材，是由多年从事成人教育的专家、教授共同编写的。在本书编写过程中，注意既符合教育部关于成人高等教育的要求，又尽可能考虑成人学习的特点，既注意知识的系统性，又避免过多推理论证，突出实用性。

《经济数学》分为两个分册，《经济数学（1）》是微积分，《经济数学（2）》是线性代数和概率统计，供成人高等教育专科和本科使用，也可供全日制普通高等教育本、专科学生学习时使用。《经济数学》是高等教育经济管理类各专业学生必修的一门专业基础课。学习这门课程，一是为学生学习后继课程打下必不可少的基础，二是培养学生的素养和分析问题、解决问题的能力。为便于教学，我们还编写了与教材配套的《经济数学辅导》，设有“教学基本要求”、“重点、难点诠释”、“典型例题解析”、“教材习题解答”等内容，供师生教学时使用。

《经济数学（2）》由王全迪副教授、赵延孟教授任主编，方楚泽讲师、郭艾副教授、田长生副教授任副主编。第 1 章至第 3 章、第 7 章由王全迪、郭艾、杨立洪、唐民英四位副教授编写，第 4 章至第 6 章由赵延孟教授、郭莉高级讲师、方楚泽讲师编写。

编写一本教师易教、学生易学的《经济数学》教材，是我们多年的愿望，借广东省成人高等教育教材建设之机，我们得以实践。但由于编者学识有限，加之时间仓促，缺点、错误在所难免，祈望专家、读者指正。

编　者

2008 年 1 月

目　　录

的行数，称为行标；第二脚标指明这个元素所在的列数，称为列标. 在二阶行列式中，从左上角到右下角的对角线称为主对角线，从右上角到左下角的对角线称为次对角线. 二阶行列式等于主对角线上的元素 a_{11} 和 a_{22} 的乘积减去次对角线上的元素 a_{12} 和 a_{21} 的乘积.

由定义 1.1，两个未知数的线性方程组可以写成

$$x_1=\frac{a_{22}b_1-a_{12}b_2}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}=\frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}},\quad x_2=\frac{a_{11}b_2-a_{21}b_1}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}.$$

例 1 解线性方程组

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2=1 \\ x_1+x_2=-2 \end{cases}.$$

解 因为

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=3\times1-2\times1=1\neq0,$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}=1\times1-(-2)\times2=5,$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}=3\times(-2)-1\times1=-7,$$

所以线性方程组的解为：

$$x_1=5,\ x_2=-7.$$

例 2 设 $D=\begin{vmatrix} a & a^2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$，问：

（1）当 a 为何值时，$D=0$；

（2）当 a 为何值时，$D\neq0$.

解 因为 $\begin{vmatrix} a & a^2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=2a-a^2=a(2-a)$，故

（1）当 $a=0$ 或 $a=2$ 时，$D=0$；

（2）当 $a\neq0$ 且 $a\neq2$ 时，$D\neq0$.

类似地，为了求解由三个线性方程式构成的三元线性方程组，需要引进三阶行列式.

定义 1.2 用 3^2 个数组成的记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

表示数值 $a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}$，称为三阶行列式. 即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}. \tag{2}$$

计算三阶行列式的值，可用图 1.1 中的对角线法则来记忆．在图 1.1 中，凡实线所连 3 个元素的积相加，减去凡虚线所连的 3 个元素的积，它们的代数和就是三阶行列式的值．

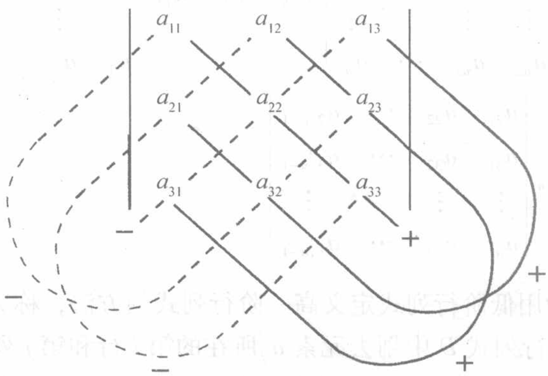

图 1.1　计算三阶行列式的对角线法则

对式（2）右端提取公因式，有：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}),$$

即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} \tag{3}$$

在式（3）中，其等式右端的三项分别是三阶行列式 D 中第 1 行的三个元素 a_{11}，a_{12}，a_{13} 乘上三个二阶行列式，所乘的二阶行列式是由 D 中划去元素 a_{11}，a_{12}，a_{13} 所在的第 1 行和第 j（$j=1$，2，3）列后余下的元素所组成．另外，每一项之前都要乘以符号 $(-1)^{1+j}$，1 和 j 正好是元素 a_{1j} 的行标和列标．

按照这一规律，我们可以用三阶行列式来定义四阶行列式．依此类推，在已定义了 $n-1$ 阶行列式之后，便可得 n 阶行列式的定义．

定义 1.3　用 n^2 个数组成的记号

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

表示数值

$$(-1)^{1+1}a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \cdots \qquad (4)$$

$$+ (-1)^{1+n}a_{1n}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,n-1} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{n,n-1} \end{vmatrix},$$

称为 n 阶行列式. 这种用低阶行列式定义高一阶行列式的方法，称为递推式定义法.

定义 1.4 在 n 阶行列式 D 中划去元素 a_{ij} 所在的第 i 行和第 j 列的元素后，剩下的元素按原来的位置所组成的（$n-1$）阶行列式，称为 a_{ij} 的余子式，记为 M_{ij}. 即

$$M_{ij} = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1,j-1} & a_{1,j+1} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i-1,1} & \cdots & a_{i-1,j-1} & a_{i-1,j+1} & \cdots & a_{i-1,n} \\ a_{i+1,1} & \cdots & a_{i+1,j-1} & a_{i+1,j+1} & \cdots & a_{i+1,n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{n,j-1} & a_{n,j+1} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}. \qquad (5)$$

$(-1)^{i+j}M_{ij}$ 称为元素 a_{ij} 的代数余子式，记为 A_{ij}. 即

$$A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}.$$

这样，n 阶行列式的递推公式（4）可以表示为：

$$D = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + \cdots + a_{1n}A_{1n} \qquad (6)$$

例 3 计算 $\begin{vmatrix} 2 & -3 & -5 \\ 0 & 4 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix}$.

解 按行列式的第 1 行展开，有

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -5 \\ 0 & 4 & 3 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = (-1)^{1+1}\times 2\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} + (-1)^{1+2}\times(-3)\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$+(-1)^{1+3}\times(-5)\begin{vmatrix}0 & 4\\3 & -2\end{vmatrix}=53.$$

若按行列式的第 1 列展开，则有

$$\begin{vmatrix}2 & -3 & -5\\0 & 4 & 3\\3 & -2 & 1\end{vmatrix}=(-1)^{1+1}\times 2\begin{vmatrix}4 & 3\\-2 & 1\end{vmatrix}+(-1)^{2+1}\times 0\begin{vmatrix}-3 & -5\\-2 & 1\end{vmatrix}$$

$$+(-1)^{3+1}\times 3\begin{vmatrix}-3 & -5\\4 & 3\end{vmatrix}=53.$$

从例 3 可看出，在计算行列式时，应尽可能选择零元素较多的行或列来展开，以达到减化计算的目的.

例 4　a，b 满足什么条件时，$\begin{vmatrix}a & b & 0\\5 & -5 & 1\\-b & a & 0\end{vmatrix}\neq 0$？

解　设 $D=\begin{vmatrix}a & b & 0\\5 & -5 & 1\\-b & a & 0\end{vmatrix}$，注意到，该行列式的第 3 列中只有元素 $a_{23}\neq 0$，故按第 3 列展开较为简便，则

$$D=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}a & b\\-b & a\end{vmatrix}=-(a^2+b^2),$$

只要 $a\neq 0$ 或 $b\neq 0$ 时，就有 $D\neq 0$.

例 5　$\begin{vmatrix}2 & a & 4\\4 & 1 & a\\1 & 0 & 0\end{vmatrix}>0$ 的充分必要条件是什么?

解　注意到，原式中第 3 行有两个零元素，按第 3 行展开较为简便，即

$$\begin{vmatrix}2 & a & 4\\4 & 1 & a\\1 & 0 & 0\end{vmatrix}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}a & 4\\1 & a\end{vmatrix}=a^2-4.$$

$a^2-4>0$，当且仅当 $|a|>2$. 因此可得 $\begin{vmatrix}2 & a & 4\\4 & 1 & a\\1 & 0 & 0\end{vmatrix}>0$ 的充分必要条件是 $|a|>2$.

例 6　求四阶行列式

$$D=\begin{vmatrix}2 & 4 & -1 & 7\\0 & 1 & 1 & 2\\1 & 0 & -1 & 5\\1 & 3 & 2 & 0\end{vmatrix}$$

中元素 a_{31} 的余子式和代数余子式，并计算该行列式的值.

解　元素 a_{31} 的余子式即为划去第 3 行和第 1 列后的三阶行列式

$$M_{31}=\begin{vmatrix}4&-1&7\\1&1&2\\3&2&0\end{vmatrix}.$$

元素 a_{31} 的代数余子式为

$$A_{31}=(-1)^{3+1}M_{31}=\begin{vmatrix}4&-1&7\\1&1&2\\3&2&0\end{vmatrix}.$$

现计算此行列式的值，因

$$\begin{aligned}A_{11}&=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}1&1&2\\0&-1&5\\3&2&0\end{vmatrix}\\&=0+0+15+6-10+0=11,\\A_{12}&=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}0&1&2\\1&-1&5\\1&2&0\end{vmatrix}\\&=-(0+4+5+2-0-0)=-11,\\A_{13}&=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}0&1&2\\1&0&5\\1&3&0\end{vmatrix}\\&=0+6+5-0-0-0=11,\\A_{14}&=(-1)^{1+4}\begin{vmatrix}0&1&1\\1&0&-1\\1&3&2\end{vmatrix}\\&=-(0+3-1-0-0-2)=0,\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}D&=a_{11}A_{11}+a_{12}A_{12}+a_{13}A_{13}+a_{14}A_{14}\\&=2\times 11+4\times(-11)+(-1)\times 11+7\times 0\\&=-33.\end{aligned}$$

例 7　求下列三角形行列式的值：

$$\begin{vmatrix}a_{11}&0&\cdots&0\\a_{21}&a_{22}&\cdots&0\\\vdots&\vdots&&\vdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}.$$

解　所给行列式的第 1 行中，除元素 a_{11} 外的所有元素均为零，因此按第 1 行展开就

只有一项 $a_{11}A_{11}$，依此递推，得到

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^{1+1}a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{32} & a_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} a_{33} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{43} & a_{44} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n3} & a_{n4} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \cdots$$

$$= a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

在例 7 给出的行列式中，其主对角线以上的元素都是零，我们称该行列式为下三角行列式. 下三角行列式的值等于其主对角线元素的乘积.

例 8　计算行列式 D 的值：

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

解　所给行列式的第 1 列中，除元素 a_{11} 外的所有元素均为零，因此按第 1 列展开就只有一项 $a_{11}A_{11}$，使用类似于例 7 的递推方法，可得到

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

在例 8 给出的行列式中，其主对角线以下的元素都是零，我们称该行列式为上三角行列式. 上三角行列式的值等于其主对角线元素的乘积. 上、下三角行列式统称为三角行列式. 特别地，若行列式 D 除了主对角线以外的元素全为零，则称行列式 D 为对角形行列式，对角形行列式是三角行列式的特殊情况，其值等于主对角线上元素的乘积.

例 9　n 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 0 & 2 & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & n \end{vmatrix} = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n = n!.$$

例 10　n 阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} x & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & x & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & x \end{vmatrix} = xx\cdots x = x^n.$$

1.2 行列式的性质

定义 2.1 将行列式 D 的行与列互换后，所得的行列式，称为 D 的转置行列式，记为 D^{T}. 即设

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

则 D 的转置行列式

$$D^{\mathrm{T}} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

性质 1 行列式与它的转置行列式相等，即 $D = D^{\mathrm{T}}$.

由性质 1 可知，在行列式中，行与列的地位相同；凡对行成立的性质，对列也都成立.

性质 2 互换行列式的两行（列），行列式的值变号. 即

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

第 i 列　　第 j 列

$$D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1i} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2i} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{ni} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

第 i 列　　第 j 列

则有 $D = -D_1$.

例 1　计算 $D=\begin{vmatrix}3&5&2\\1&4&3\\2&1&1\end{vmatrix}$.

解　互换 D 中第 2，3 列后的行列式为 D_1，则 $D_1=\begin{vmatrix}3&2&5\\1&3&4\\2&1&1\end{vmatrix}$，

$$D=12+30+2-16-9-5=14,$$
$$D_1=9+5+16-30-2-12=-14.$$

推论 1　如果行列式中有两行（列）的对应元素完全相同，则此行列式的值为零.

例 2　计算 $D=\begin{vmatrix}3&5&2\\1&4&3\\1&4&3\end{vmatrix}$.

解　根据性质 2，互换 D 中第 2 行和第 3 行的位置后，行列式的值为 $-D$，因为 $D=-D$，则 $D=0$.

例 3　对于任意的 a，b，c，都有 $\begin{vmatrix}1&2&3\\a&b&c\\1&2&3\end{vmatrix}=0$.

性质 3　用数 k 乘以行列式的某一行（列）的各元素，等于用数 k 乘以此行列式. 即

如果设　$D=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}$，$D_1=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\ka_{21}&ka_{22}&\cdots&ka_{2n}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}$，

由于　$D_1=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\ka_{21}&ka_{22}&\cdots&ka_{2n}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}=k\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&&\vdots\\a_{n1}&a_{n2}&\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}$，

即可得到 $D_1=kD$.

推论 2　如果行列式中的某一行（列）的所有的元素有公因子，则公因子可以提到行列式的外面.

推论 3　如果行列式中有两行（列）的元素对应成比例，则此行列式的值为零.

例 4　计算三阶行列式 D 的值，其中 D 中第 2 行与第 3 行对应成比例.

解　设 $D=\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_3&c_3\end{vmatrix}$，由题意有 $\frac{b_1}{c_1}=\frac{b_2}{c_2}=\frac{b_3}{c_3}=k$，则

$$D=\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\b_1&b_2&b_3\\c_1&c_3&c_3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\kc_1&kc_2&kc_3\\c_1&c_3&c_3\end{vmatrix}=k\begin{vmatrix}a_1&a_2&a_3\\c_1&c_2&c_3\\c_1&c_3&c_3\end{vmatrix}=0.$$