志鸿优化新课标系列丛书

丛书主编　任志鸿

- 与读者建立了足够心理默契与情感依恋的图书品牌
- 中国教育报第22届教师节“好书教师评”最有价值的教辅图书
- CCTV 助学读物知名上线品牌，“希望之星”指定教辅
- 倾心打造，持续创新，近千万名优秀学子的无悔选择

高中同步测控

QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHE

全优设计

QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYO

温故知新

互动课堂

主动成长

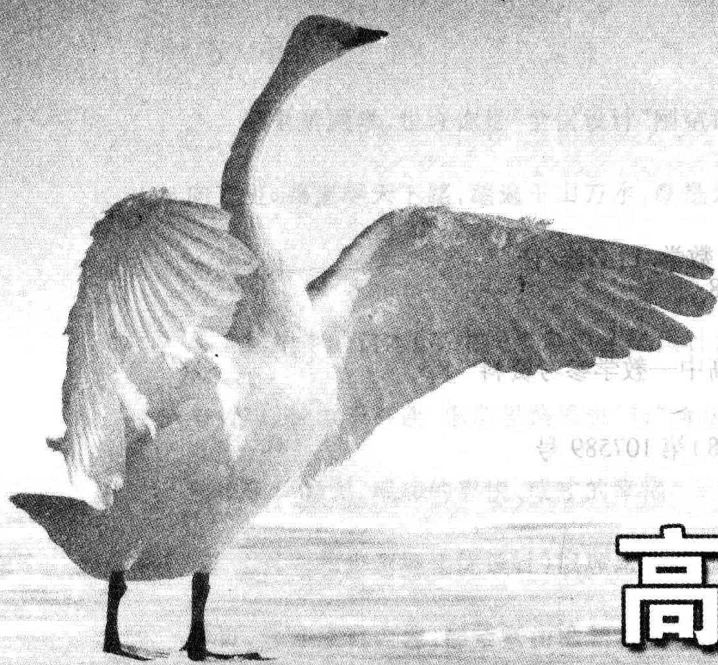
数学

必修 1

配新课标人教A版

大象出版社

志鸿优化新课标系列丛书



高中同步测控

QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI

全优设计

QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI · QUANYOUSHEJI

丛书主编 任志鸿

本册主编 宏 升

副主编 郭 伟 石 勇

数学

◀ 必修1 ▶

配新课标人教A版

大象出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中同步测控全优设计:人教A版.数学.1:必修/任志鸿主编.—郑州:大象出版社,2008.8
ISBN 978-7-5347-5223-0

Ⅰ.高…　Ⅱ.任…　Ⅲ.数学课—高中—教学参考资料
Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2008)第107589号

配新课标人教A版
高中同步测控全优设计
数学　必修1
丛书主编　任志鸿
责任编辑　崔小荷
责任校对　马付芝　李新波
大象出版社出版
(郑州市经七路25号　邮政编码450002)
网址:www.daxiang.cn
河南省军辉印务有限公司印刷
河南省新华书店发行
开本　890×1240　1/16　8.25印张　311千字
2008年8月第1版　　2008年8月第1次印刷
定　价:12.50元

《高中同步测控全优设计》

●◎实现课堂 大跨越

处处都是 开门声●◎

温故知新

引领自主梳理 打通知识通道

轻松学习知识 稳筑坚实根基

互动式课堂学习模式

互动课堂

倡导师生互动 引导学习方法

展示主干知识 突破重难疑点

主动成长

注重同步测控 搭建训练平台

精选模拟新题 步步提升能力

◇解决问题探索化

◇学习过程互动化

◇教学内容情景化

打造45分钟最佳课堂模式

Design

全优设计

QUANYOUSHEJI

全心全意

QUANXINQUANYI

名校联合倾力打造

名师联手竭诚奉献

高中同步测控全优设计3大特点

体例简洁　内容精彩

《高中同步测控全优设计》针对高中学习负担比较重的现实，采用新教育理念，进行人性化的设计编排，以简洁、科学的体例形式呈现出高中学习必备的知识体系、学习方法以及必须的训练内容，使图书内容紧凑，节奏明快，简洁实用，便捷高效，从而让学生在轻松快乐、卓有成效的学习过程中学会学习、学会创新、学会应试、学会做人，同时实现可持续发展。

讲练结合　方便实用

《高中同步测控全优设计》坚持讲练结合、练为主导的原则，通过双栏的设计，使讲解、例析、训练有机结合。讲解系统、完整、充分、生动，同时精心设计训练题目，使题量充足，题型新颖，让学生在具体的训练过程中积累知识。并且每个题目都配有详尽的解析过程，通过对题目的深入剖析和探究，帮助学生掌握更多的知识和方法。

双栏互动　一通百通

《高中同步测控全优设计》通过教师与学生的双向互动，对教材中的重点、难点问题——剖析，情景真实、探究精彩，使读者在阅读的过程中如临其境，跃跃欲试， 从而引发学生的阅读冲动，让学生在好学乐学中学会主动学习和创新学习。同时，通过本书学习模式的引领，帮助读者掌握科学的学习方法， 达到触类旁通、一通百通的学习效果，使读者在使用本书的过程中获得最大的收益。

新教育·新理念·新课标·新教辅

前言

FOREWORD

亲爱的同学，也许你是“全优设计”刚结识的新朋友，也许是多年的老朋友，你心存高远，志向万里，愿走尽天下路，踏遍千山万水，就是为了寻觅一座通向希望和理想的桥。现在，桥就在你的眼前……

你手中的这本《高中同步测控全优设计》饱含着志鸿人的人文关怀，承载着志鸿人的爱心与智慧，致力于打通“思考思路思想”与“情感态度价值观”两大通道，帮助你在学习的过程中找到成长的感觉、成功的喜悦、成才的幸福！

《高中同步测控全优设计》以理念统帅板块，以板块整合栏目，以栏目组织内容。从板块到栏目，从形式到内容，都紧紧扣准新教育、新人文、新课程的脉搏，做到了“继承、创新、适应、引导”四位一体。

以旧启新，倡导自主学习 《全优设计》注重培养学生的自主学习能力，通过对既有知识的回顾，引导学生科学梳理主干知识，自主构建知识网络，以旧启新，实现新旧知识间通畅的链接。

[illegible]例对题，实现师生互动 《全优设计》整体设计上双栏互动，知识讲解着眼要点，重点难点讲深讲透，典型例题一一对应，精解精析，学思互动。突出体现了“以教师为主导、以学生为主体”的新课改理念。

[illegible] 《全优设计》从学生的心理特点出发，运用新课改理念，在强化基本理论学习的同时，又不死扣教材，而是注意将教材知识同生产生活联系，通过研究性学习题目及实践型情景的设计，把教材变成诱思导学的工具。

[illegible]，促进主动成长 《全优设计》的题目设计立足“精”，训练方式抓住“活”，背景材料突出“新”，学习效果强调“实”。涵盖全面，知能并重。层级科学，难易适中。准确把握高考命题方向，精选典型高考及模拟试题，仿真演练，超前体验，促进综合能力提升。

FOREWORD

答案详解,追求方便实用 《全优设计》对重、难点习题精析详解,注重规律方法的点拨总结,引导学生触类旁通,举一反三。答案单独成册,方便师生教、学使用。同时,力求学习内容呈现形式的形象生动化,图文并茂,营造了一种和谐愉悦的学习氛围。

《全优设计》,一本学生想拥有的教师用的书,是学生自主学习的良师益友。

《全优设计》,一本教师想拥有的自己用的书,是教师轻松教学的备课秘书。

全优设计,成就未来!

丛书编委会

目录

CONTENTS

第一章 集合与函数概念

第二章 基本初等函数(Ⅰ)

CONTENTS

第一章　集合与函数概念

1.1　集合

1.1.1　集合的含义与表示

温故知新 WENGUZHIXIN

新知预习　　　　**知识回顾**

1. 集合中的元素

集合中元素的特征：________、________、________.

2. 集合的表示方法

(1)常用数集的字母表示：自然数集—________；正整数集—________；整数集—________；有理数集—________；实数集—________.

(2)________法：把集合中的全部元素一一列举出来，并用花括号“{}”括起来表示集合的方法.

(3)________法：用集合所含元素的共同特征表示集合的方法.

3. 元素与集合的关系

(1)如果 a 是集合 A 中的元素，就说 a 属于集合 A，记作________；

(2)如果 a 不是集合 A 中的元素，就说 a 不属于集合 A，记作______.

情景设计

一位渔民非常喜欢数学，但是他怎么也想不明白集合的含义，于是，他请教一位数学家：“尊敬的先生，请你告诉我，集合是什么?”

集合是不好定义的概念，数学家很难回答那位渔民.

有一天，数学家来到渔民的船上，看到渔民撒下渔网，轻轻一拉，许多鱼虾在网中跳动，数学家非常激动，高兴地告诉渔民：“这就是集合.”

同学们，你能理解数学家的话吗?

互动课堂 HUDONGKETANG

疏导引导　　　　**活学巧用**

基础导学

探究一：你对集合的概念是怎样理解的?

一般地，我们把研究对象统称为元素，把一些元素组成的总体叫做集合.

疑难疏引：(1)集合是数学中最原始的概念之一，无法给出它的定义，只能作描述性说明.

(2)集合中元素的特征：①确定性，是指集合中的元素是确定的，即任何一个对象都能明确它是或不是某个集合的元素，两者必居其一，它是判断一组对象是否形成集合的标准；②互异性，是指给定的一个集合的元素中，任何两个元素都是不同的，因而在同一个集合中，不能重复出现同一元素，这一点常被我们所忽略；③无序性，是指在一个集合中，元素之间都是平等的，它们都充当集合中的一员，无先后次序之分.

例1 集合 A 中含有两个元素 k^2-k 和 $2k$，求实数 k 的取值范围.

分析：集合的元素，应具有集合中元素的属性，利用互异性可得解.

1 下列对象不能构成集合的是 ……………………………………（　）

①方程 $x^2-9=0$ 的实数根　②我国近代著名的数学家　③联合国常任理事国　④空气中密度大的气体

A. ①②　　B. ①④

C. ①②④　　D. ②④

2 判断下列说法是否正确？请说明理由.

(1)某个单位里的年轻人组成一个集合；

(2)$1,\frac{3}{2},\frac{6}{4},|-\frac{1}{2}|,\frac{1}{2}$这些数组

解：根据集合中元素的互异性，有$k^2-k\neq 2k$，解得$k\neq 0$，且$k\neq 3$，所以实数k的取值范围是$\{k|k\neq 0$ 且$k\neq 3\}$.

探究二：常用的数集及其记法

(1)全体非负整数组成的集合称为非负整数集(或自然数集)，记作$\mathbf{N}$；

(2)所有正整数组成的集合称为正整数集，记作$\mathbf{N}^*$或$\mathbf{N}_+$；

(3)全体整数组成的集合称为整数集，记作$\mathbf{Z}$；

(4)全体有理数组成的集合称为有理数集，记作$\mathbf{Q}$；

(5)全体实数组成的集合称为实数集，记作$\mathbf{R}$.

温馨提示

准确记忆常用数集的符号表示，特别注意$\mathbf{Z}^+$、$\mathbf{N}_+$等拓展符号表示的集合特征以及数0的归属问题.

探究三：你能说出元素和集合之间有哪两种关系吗？

元素和集合的关系是“$\in$”和“$\notin$”，两者有且只有一种成立.

如果a是集合A的元素，就说a属于A，记作$a\in A$，读作“a属于A”. 要注意“$\in$”的开口方向，它表示元素与集合的一种从属关系. 把$a\in A$倒过来写行吗？显然是不行的. 如果a不是集合A的元素，就说a不属于A，记作$a\notin A$，读作“a不属于A”.

例2 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空.

设A为所有亚洲国家组成的集合，则中国________ A；美国________ A；印度________ A；英国________ A.

解：要判断以上国家与集合A的关系，关键是根据初中所学地理知识，了解它们是否为亚洲的国家，易得答案依次为“$\in$”“$\notin$”“$\in$”“$\notin$”.

答案：$\in$　$\notin$　$\in$　$\notin$

点拨：集合通常用大写字母A、B、C、…来表示；元素通常用小写字母a、b、c、…来表示. $a\in A$或$a\notin A$这两种情况有且只有一种成立.

探究四：列举法和描述法表示集合各有什么特点？

常见的集合的表示方法有列举法和描述法.

列举法可表示有限集，也可表示无限集，若元素的个数比较少，用列举法表示比较简单；若集合中元素的个数较多或无限多，但呈现出一定的规律性，在不致发生误解的情况下，也可列出几个元素作为代表，其他的元素用省略号表示. 例如：不大于200的正偶数构成的集合可表示为$\{2,4,6,8,\cdots,200\}$；自然数构成的集合可表示为$\{0,1,2,3,\cdots,n,\cdots\}$.

描述法是用集合所含元素的共同特征来表示集合的方法.

集合A可用它的性质$P(x)$描述为$\{x\in I|P(x)\}$，它表示集合A是由集合I中具有性质$P(x)$的所有元素构成的. 其中x为该集合中元素的代号，它表明了该集合中的元素是“谁”，是“什么”；I是特定条件，$P(x)$为该集合中元素特有的公共属性、特征.

疑难疏引：(1)在使用列举法时应注意以下四点：①元素间用逗号“,”；②元素不重复；③不考虑元素顺序；④对于含有较多元素的集合，用列举法表示时，必须把元素间的规律显示清楚后方能用省略号.

(2)在使用描述法时应注意以下几点：①写清元素代号；②写清集合中元素的特性；③不能出现未被说明的字母；④所有描述的内容都写在集合括号内；⑤语句力求简明、确切，字句逐一说明.

(3)列举法表示集合的优点是可以明确集合中具体的元素及元素的个数，

成的集合有5个元素；

(3)方程$(x-3)(x-2)^2=0$的解组成的集合有3个元素.

3. 给出下面几个关系式：$\sqrt{2}\in\mathbf{R}$，$0.3\in\mathbf{Q}$，$0\in\mathbf{N}$，$0\in\{0\}$，$0\in\mathbf{N}^*$，$\frac{1}{2}\in\mathbf{N}^*$，$-\pi\notin\mathbf{Z}$，$-5\notin\mathbf{Z}$. 其中正确的关系式的个数是 ………（　）

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

4. 集合$P=\{1,m,m^2-3m-1\}$，若$3\in P$且$-1\notin P$，则实数m的值为 ………………（　）

A. 4　　B. 3

C. 4或3　　D. -1或4

5. 已知集合$P=\{0,1,2,3,4\}$，$Q=\{x|x=ab,a、b\in P,a\neq b\}$，用列举法求集合$Q$.

但是使用列举法表示集合，往往不能直接反映集合中元素的特点，特别是当集合中元素无限多时，用列举法就很不方便了，因为不能将这无限多个元素一一列举出来.

例 3 下面六种表示法：

(1)$\{x=-1,y=2\}$；(2)$\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}\right\}$；(3)$\{-1,2\}$；(4)$(-1,2)$；

(5)$\{(-1,2)\}$；(6)$\{(x,y)\mid x=-1$ 或 $y=2\}$.

其中能正确表示方程组$\begin{cases}2x+y=0\\x-y+3=0\end{cases}$的解集的是哪些？

解：由于此方程组的解是$\begin{cases}x=-1,\\y=2,\end{cases}$因而写成集合时，其中的元素应写成有序实数对的形式，即$(-1,2)$.

因为$\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}2x+y=0\\x-y+3=0\end{cases}\right\}=\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}\right\}=\{(-1,2)\}$，

故(2)(5)能正确表示方程组的解集.

点拨：在研究元素与集合的关系时，一要注意集合的表示方法（列举法或描述法），二要准确判断元素所具有的特征性质.

探究创新

一、集合的性质在解题中的应用

集合的性质既可以用来解题，又可以用来检验解得结果的正确性，特别是集合的互异性，最容易被忽视，在学习过程中，同学们要引起足够的重视！

例 1 集合 $A=\{0,1,x\}$，又知 $x^2\in A$，求实数 x 的值.

分析：既然 $x^2\in A$，则它可能是1，可能是0，也可能等于 x，因此，需对此进行分类讨论.

解：(1)当 $x^2=0$ 时，得 $x=0$，此时集合中有两个相同的元素，舍去.

(2)当 $x^2=1$ 时，得 $x=\pm1$. 若 $x=1$，集合中有两个相同的元素，舍去.

若 $x=-1$，集合中含有元素 $0,1,-1$，适合题意.

(3)当 $x^2=x$ 时，得 $x=0$ 或 $x=1$，由(1)(2)可知都不适合题意.

综上所述，$x=-1$.

二、集合的表示与其他知识的综合

列举法和描述法是常见的表示集合的两种方法，我们在解题过程中要注意选用合适的方法表示集合. 描述法经常与我们初中学过的方程、不等式、函数等知识进行综合.

例 5 已知集合 $A=\{x\mid kx^2-8x+16=0\}$ 只有一个元素，试求实数 k 的值，并用列举法表示集合 A.

分析：要解决本题需要注意以下问题：①方程 $kx^2-8x+16=0$ 是一元二次方程还是一元一次方程？②若是一元一次方程，只有一个元素需要满足怎样的条件？③在用列举法表示集合 A 时，应注意什么问题？顺利地解决以上问题，就可得出正确的解题思路.

解：(1)当 $k=0$ 时，原方程变为 $-8x+16=0$，$x=2$，此时集合 $A=\{2\}$.

(2)当 $k\neq0$ 时，要使一元二次方程 $kx^2-8x+16=0$ 有一个实数根，需 $\Delta=64-64k=0$，解得 $k=1$，此时方程的解为 $x_1=x_2=4$，集合 $A=\{4\}$，满足题意.

综上所述，实数 k 的值为0或1. 当 $k=0$ 时，集合 $A=\{2\}$；当 $k=1$ 时，集合 $A=\{4\}$.

点拨：本题将初中学过的一元一次方程、一元二次方程与集合的相关内容联系在一起，解题中用到了分类讨论的思想，这是一种重要的思想，在今后的学习中还会经常用到.

6 已知集合 $A=\{x\mid x=m+n\sqrt{2},m,n\in\mathbf{Z}\}$，判断下列元素 x 与集合 A 的关系：

(1)$x=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$；

(2)$x=x_1+x_2$（其中 $x_1\in A$，$x_2\in A$）.

7 已知集合 $A=\left\{x\in\mathbf{N}\,\middle|\,\dfrac{9}{10-x}\in\mathbf{N}\right\}$，$B=\left\{\dfrac{9}{10-x}\in\mathbf{N}\,\middle|\,x\in\mathbf{N}\right\}$，试问集合 A 与 B 共有几个相同的元素，并写出由这些“相同元素”组成的集合.

8 若 $-3\in\{a-3,2a-1,a^2-4\}$，求实数 a 的取值.

9 已知集合 $A=\{a\mid a^2+ka-k-1=0\}$，A 中的元素不在集合 $\{4,7,10\}$ 中，A 中只有一个元素在集合 $\{2,3,4,7,10\}$ 中，求集合 A.

主动成长…

ZHUDONGCHENGZHANG

夯基达标

1. 在"①高一数学课本中的难题；②所有的正三角形；③方程 $x^2+2=0$ 的实数解"中，能够表示成集合的是 ……………………………………（　　）

A. ②　　B. ③

C. ②③　　D. ①②③

2. 已知集合 $A=\{x|x\in \mathbf{R}|x-1<\sqrt{3}\}$，则有……（　　）

A. $3\in A$ 且 $-3\notin A$　　B. $3\in A$ 且 $-3\in A$

C. $3\notin A$ 且 $-3\in A$　　D. $3\notin A$ 且 $-3\notin A$

3. 2007 黑龙江哈尔滨第三中学月考.9　已知 $x\in\{1,2,x^2\}$，则实数 x 的值为 ……………………………（　　）

A. 0 或 2　　B. 0 或 1　　C. 2　　D. 1

4. 2007 黑龙江哈尔滨第三中学月考.1　若以集合 $S=\{a,b,c\}$（a、b、$c\in\mathbf{R}$）中三个元素为边可构成一个三角形，那么该三角形一定不可能是 ……………（　　）

A. 锐角三角形　　B. 等腰三角形

C. 钝角三角形　　D. 直角三角形

5. 集合 $M=\{a|\frac{6}{5-a}\in\mathbf{N}$，且 $a\in\mathbf{Z}\}$，用列举法表示集合 $M=$__________.

6. 由实数 $x,-x,|x|,\sqrt{x^2},\sqrt[3]{x^3}$ 所构成的集合最多有__________个元素.

能力提升

7. 设 P、Q 为两个非空实数集合，定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$，若 $P=\{0,2,5\}$，$Q=\{1,2,6\}$，则 $P+Q$ 中元素的个数是 ……………………………（　　）

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6

8. 坐标轴上的点的集合可表示为 ……………（　　）

A. $\{(x,y)|x=0,y\neq0$ 或 $x\neq0,y=0\}$

B. $\{(x,y)|x^2+y^2=0\}$

C. $\{(x,y)|xy=0\}$

D. $\{(x,y)|x^2+y^2\neq0\}$

9. 集合 $M=\{x^2,3x+2,5y^3-x\}$，$N=\{$周长等于 20 cm 的三角形$\}$，$P=\{x\in\mathbf{R}|x-3<2\}$，$Q=\{(x,y)|y=x^2-x-1\}$，其中用描述法表示集合的个数为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

10. 设 x、y、z 都是非零实数，则用列举法将 $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}+\frac{z}{|z|}+\frac{xy}{|xy|}+\frac{xz}{|xz|}+\frac{yz}{|yz|}+\frac{xyz}{|xyz|}$ 所有可能的值组成的集合表示出来为__________.

11. 设 A 表示集合 $\{2,3,a^2+2a-3\}$，B 表示集合 $\{|a+3|,2\}$，已知 $5\in A$，且 $5\notin B$，求 a 的值.

拓展创新

12. 已知数集 $A=\{a+2,(a+1)^2,a^2+3a+3\}$，且 $1\in A$，求实数 a 的值.

1.1.2　集合间的基本关系

温故知新…

WENGUZHIXIN

新知预习

1. 集合间的基本关系

(1)子集：对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B，或者说集合 B 包含集

知识回顾

1. 元素与集合间的关系

我们知道：元素与集合之间是从属关系，即对任一元素 x 与集合 A，要么 $x\in A$，要么

合 A,记作 A ________ B 或 B ________ A;当集合 A 不包含于集合 B,或集合 B 不包含集合 A 时,记作 A ________ B 或 B ________ A.

(2)真子集:如果集合 $A\subseteq B$,但存在元素 $x\in B$,且 $x\notin A$,则称集合 A 是集合 B 的________,记作________或________.

(3)集合相等:如果集合 A 是集合 B 的________($A\subseteq B$),且集合 B 是集合 A 的________($B\subseteq A$),此时,集合 A 与集合 B 中的元素是一样的,则称集合 A 与集合 B 相等,记作________.

2. 空集与 Venn 图

(1)空集:不含任何元素的集合叫做________,记作________.空集是任何集合的________.

(2) Venn 图:用平面上封闭曲线的内部代表集合,这种图称为________图.

$x\notin A$.集合是由元素构成的,集合的性质是由元素唯一确定的.

2. 初中学习的数集间的关系

在初中学习的数集中,实数集由有理数集和无理数集构成,有理数集又由整数集和分数集构成,整数又可以分为正整数、零和负整数.那么上一节我们学习的集合之间有怎样的关系呢?本节我们将作出研究.

3. 研究集合间关系的方法

要研究集合与集合之间的关系,应该从集合中的元素入手,不同的集合之间可以以元素为桥梁,找到它们之间的联系.通过观察、归纳、抽象、概括、比较构成集合的元素的相同点与不同点,从而发现集合之间的关系.

互动课堂… HUDONGKETANG

疏导引导

基础导学

探究一:你对子集是怎样理解的?

元素与集合之间是"属于"和"不属于"的关系,而集合与集合之间是"包含"和"不包含"的关系,若集合 A 是集合 B 的子集,就说 A 包含于 B,此时集合 A 的元素都是集合 B 的元素,而集合 B 可能还含有不属于 A 的元素.如果集合 A 中存在着不是集合 B 的元素,那么就说集合 A 不包含于 B,或 B 不包含 A,这里有两方面的意义,其一,A、B 互不包含;其二,A 可能包含 B.例如:$A=\{a,b,c,d\}$,$B=\{b,c\}$.根据定义,可以推出任意一个集合 A 都是它本身的子集,即 $A\subseteq A$.另外,我们还规定:空集是任意一个集合的子集,即对于任一集合 A,有 $\varnothing\subseteq A$.

疑难疏引:(1)"A 是 B 的子集",A 的任何一个元素都是集合 B 的元素,即由任意$x\in A$ 能得到 $x\in B$;(2)任何一个集合是它本身的子集,记作 $A\subseteq A$;(3)空集是任何集合的子集;(4)在子集的定义中,不能理解为子集 A 是 B 中的"部分元素"所组成的集合.

另在数学上,常用平面上封闭曲线的内部代表集合,这种图称为 Venn 图,可表示 $A\subseteq B$ 这种形式.

如右图: 

例 1 已知集合 $A=\{1,2,3\}$,写出 A 的所有子集.

解:集合 A 的子集有:$\varnothing$,$\{1\}$,$\{2\}$,$\{3\}$,$\{1,2\}$,$\{1,3\}$,$\{2,3\}$,$\{1,2,3\}$,共 8 个.

探究二:应如何理解真子集?

根据真子集的定义知,若集合 A 是集合 B 的真子集,则 A 中的元素在 B 中都能找到,而 B 中至少有一个元素不属于集合 A.

疑难疏引:一个集合的子集的个数仅与这个集合的元素的个数有关.含 n 个元素的集合的子集数为 2^n 个,非空子集数为 2^n-1 个,真子集数为 2^n-1 个,非空真子集数为 2^n-2 个.

活学巧用

1. 满足 $\{a,b\}\subseteq A\subsetneqq\{a,b,c,d\}$ 的集合 A 是什么?

2. 分别写出 $\{a\}$,$\{a,b\}$,$\{a,b,c\}$ 这三个集合的子集的个数并自己总结规律.

3. 已知集合 $A=\{x\mid -2<x\leqslant 5\}$,$B=\{x\mid -m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$且 $A\subseteq B$,求实数 m 的取值范围.

温馨提示

(1)真子集的传递性：若 A 是 B 的真子集，B 是 C 的真子集，则 A 是 C 的真子集，即 $A\subsetneqq B$，$B\subsetneqq C$，则$A\subsetneqq C$；

(2)任何集合都不是其自身的真子集，空集是任何非空集合的真子集.

例2 若集合 $A=\{x|x^2+x-6=0\}$，$B=\{x|mx+1=0\}$，$B\subsetneqq A$，求 m 的值.

分析：要解决此问题，要先搞清楚集合 A 的元素是什么，然后根据 $B\subsetneqq A$，求得 m 值.

解：$A=\{x|x^2+x-6=0\}=\{-3,2\}$，因为 B 是 A 的真子集，故 B 可能是 $\varnothing$、$\{-3\}$、$\{2\}$，易求得 $m=0$ 或$\frac{1}{3}$或$-\frac{1}{2}$.

探究三：你对两集合相等理解透了吗？

要判断集合 A 和集合 B 是否相等，对于元素较少的有限集，可用列举法将元素列举出来，说明两集合中的元素是否完全相同；若是无限集，应从"互为子集"两方面入手进行判断，用符号表示为"$A\subseteq B,B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$".

疑难疏引：两集合相等的意义是两集合中的元素都相同，在求集合中元素字母的值时，可能产生与互异性相矛盾的增解，这需要解题后进行检验，去伪存真. 同时还要注意分类讨论思想的应用，做到不重不漏.

温馨提示

(1)符号"$\subseteq$"包括"$\subsetneqq$"与"="两种情况；(2)证明"$A\subseteq B$""$A\subsetneqq B$"或"$A=B$"的唯一依据是其定义.

例3 设 $A=\{x,y\}$，$B=\{1,xy\}$，若 $A=B$，求 x、y.

分析：要注意用集合中元素的性质.

解：当 $x=1$ 时，$y=xy$，可解出 $y\in\mathbf{R}$ 且 $y\neq1$.

同理，可知当 $y=1$ 时，可解出 $x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq1$.

探究创新

本节的主要知识及解决问题的基本方法

(1)基本知识：①集合与元素(定义、表法方法)；②集合的关系(子集、真子集、集合相等).

(2)基本方法：列举法、分析法、综合法、数形结合法.

例4 已知 $A=\{-3,4\}$，$B=\{x|x^2-2px+q=0\}$，$B\neq\varnothing$，且 $B\subseteq A$，求实数 p、q 的值.

分析：本题可以先求出集合 B 的三种情况，再由方程的根来求出字母的值. 由 $B\subseteq A$，知 $B=\{-3\}$或$\{4\}$或$\{-3,4\}$.

解：(1)当 $B=\{-3\}$时，方程 $x^2-2px+q=0$ 有两个相等的根-3，

$\therefore\begin{cases}9+6p+q=0,\\ \Delta=4p^2-4q=0.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}p=-3,\\ q=9.\end{cases}$

(2)当 $B=\{4\}$时，方程 $x^2-2px+q=0$ 有两个相等的根 4，

$\therefore\begin{cases}16-8p+q=0,\\ \Delta=4p^2-4q=0.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}p=4,\\ q=16.\end{cases}$

(3)当 $B=\{-3,4\}$时，方程 $x^2-2px+q=0$ 的根是$-3,4$，

$\therefore\begin{cases}9+6p+q=0,\\ 16-8p+q=0.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}p=\frac{1}{2},\\ q=-12.\end{cases}$

综上，满足题意的 p、q 值分别为$\begin{cases}p=-3,\\ q=9\end{cases}$或$\begin{cases}p=4,\\ q=16\end{cases}$或$\begin{cases}p=\frac{1}{2},\\ q=-12.\end{cases}$

4 已知集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{1,2,3,4,5\}$，且 $A\subsetneqq M\subseteq B$，写出满足上述条件的集合 M.

5 判断下列各组中两集合间的关系：

(1)$P=\{x|x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$，$Q=\{x|x=2(n-1),n\in\mathbf{Z}\}$；

(2)$P=\{x|x^2-x=0\}$，$Q=\{x|x=\frac{1+(-1)^n}{2},n\in\mathbf{Z}\}$.

6 设集合 $A=\{2,3,a^2+2a-3\}$，$B=\{2,5,b\}$，并且 $A=B$，求实数 a、b 的值.

7 已知集合 $A=\{(a,b)|a^2+\sqrt{2b-1}=2a-1,a\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R}\}$，$B=\{(1,\frac{1}{2})\}$，则 A 与 B 间的关系是怎样的？

主动成长

ZHUDONGCHENGZHANG

夯基达标

1. 下列四个命题：①空集没有子集；②空集是任何一个集合的真子集；③空集中元素个数为0；④任一集合必有两个或两个以上的子集. 其中正确的有……（　）

A. 0个　B. 1个　C. 2个　D. 3个

2. 4个关系式：① $\varnothing\subseteq\{0\}$；② $0\in\{0\}$；③ $\varnothing\in\{0\}$；④ $\varnothing=\{0\}$，其中表述正确的是……（　）

A. ①②　B. ①③

C. ①④　D. ②④

3. 已知 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{y\mid y=x-1,x\in A\}$，则 $\{0\}$ 与 B 的关系是……（　）

A. $\{0\}\in B$　B. $\{0\}\subseteq B$

C. $\{0\}\subsetneq B$　D. $\{0\}\supseteq B$

4. 下列四个关系式中正确的是……（　）

A. $\varnothing\in\{a\}$　B. $a\notin\{a\}$

C. $\{a\}\in\{a,b\}$　D. $a\in\{a,b\}$

5. 集合 $A=\{0,1,2\}$ 的子集的个数为……（　）

A. 4　B. 6　C. 7　D. 8

6. 设集合 $M=\{m\mid m\in\mathbf{N}$ 且 $8-m\in\mathbf{N}\}$，则 m 的个数是……（　）

A. 6　B. 7　C. 8　D. 9

7. 集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x<3$ 且 $x\in\mathbf{N}\}$ 的真子集个数是……（　）

A. 16　B. 8　C. 7　D. 4

8. 已知 $A=\{1,2,3,4\}$，那么 A 的真子集的个数是________.

能力培养

9. 已知集合 $M\subsetneqq\{2,3,5\}$，且 M 中至少有一个奇数，则这样的集合 M 的个数为……（　）

A. 2　B. 4　C. 5　D. 6

10. 若非空集合 $S\subseteq\{1,2,3,4,5\}$，且若 $a\in S$，必有 $(6-a)\in S$，则所有满足上述条件的集合 S 共有…（　）

A. 6个　B. 7个　C. 8个　D. 9个

11. 已知集合 $A=\{-1,3,2m-1\}$，集合 $B=\{3,m^2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$________.

拓展创新

12. 已知 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+ax+1=0\}$，$B=\{1,2\}$，且 $A\subseteq B$，求实数 a 的取值范围.

1.1.3　集合的基本运算

温故知新

WENGUZHIXIN

新知预习

1. 并集：由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合，叫做 A 与 B 的________，记作 $A\cup B$（读作"A 并 B"），即 $A\cup B=\{x\mid x\in A$，或 $x\in B\}$.

2. 交集：由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合，叫做 A 与 B 的________，记作 $A\cap B$（读作"A 交 B"），即 $A\cap B=\{x\mid x\in A$，且 $x\in B\}$.

3. 全集：如果一个集合含有我们所要研究问题中涉及的所有元素，这个集合就可以看作一个________，用 U 来表示. 全集具有相对性.

知识回顾

1. 情景设计

已知一个班有25人，其中5人有兄弟，5人有姐妹，你能判断出这个班有多少人是独生子女吗？如果不能判断，你能说出还需哪些条件才能对这一问题作出判断吗？

2. 知识链接

上一节我们通过研究集合中的元素探究了集合间的关系，实际上，集合之间还可以进行运算. 如 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{b,c,e,f\}$，

4. 补集:对于一个集合 A,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的__________,简称为集合 A 的补集,记作 $\complement_U A$,即 $\complement_U A=\{x|x\in U$,且 $x\notin A\}$.

$C=\{b,c\}$,$D=\{a,b,c,d,e,f\}$.容易看出,C 是由 A 和 B 的公共元素组成的集合,D 是由 A 和 B 的所有元素组成的集合.

互动课堂

HUDONGKETANG

疏导引导

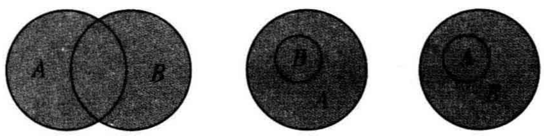
基础导学

探究一:我们对并集应怎样理解?

(1)集合 A 与集合 B 的并集用符号语言表示为:$A\cup B=\{x|x\in A$,或 $x\in B\}$.注意定义中的"或"字连接的并列成分之间不一定是互相排斥的,"$x\in A$ 或 $x\in B$"包含三种情况:$x\in A$,但 $x\notin B$;$x\in B$,但 $x\notin A$;$x\in A$ 且 $x\in B$.(很明显,适合第三种情况的元素 x 构成的集合就是 $A\cap B$,它不一定是空集)

(2)基本性质:$A\cup B=B\cup A$;$A\cup A=A$;$A\cup\varnothing=A$;$A\cup B=B\Leftrightarrow A\subseteq B$.

疑难疏引:$A\cup B$ 用图形语言可表示为

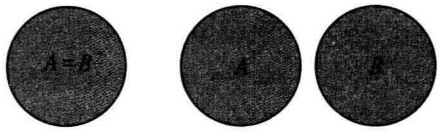


① ② ③

① A、B 有公共元素,但互不包含 $A\cup B=B\cup A$

② $A\supsetneqq B$ $A\cup B=A$

③ $A\subsetneqq B$ $A\cup B=B$



④ ⑤

④ $A=B$ $A\cup B=A(B)$

⑤ A、B 无公共元素 $A\cup B$

温馨提示

求并集时,把两个集合的元素都放在一起,每个重复的元素只出现一次.

探究二:你是怎样理解交集的?

(1)集合 A 与集合 B 的交集是由所有属于 A 且属于 B 的元素组成的集合,"所有"表示把集合 A 和 B 的全部的公共元素都找出来,这样组成的集合才是 $A\cap B$,如 $A=\{a,b,c\}$,$B=\{b,c,d\}$,求 $A\cap B$.若写为 $A\cap B=\{b\}$或 $A\cap B=\{c\}$都是不正确的,应写为 $A\cap B=\{b,c\}$.

(2)基本性质:$A\cap B=B\cap A$;$A\cap A=A$;$A\cap\varnothing=\varnothing$;$A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$.

符号语言为:$A\cap B=\{x|x\in A$,且 $x\in B\}$.

疑难疏引:$A\cap B$ 用图形语言可表示为

活学巧用

1. 已知集合 $A=\{x|-4\leqslant x<2\}$,$B=\{x|-1<x\leqslant 3\}$,求 $A\cup B$.

2. 已知 $M=\{x|x\leqslant 1\}$,$N=\{x|x>a\}$,若 $M\cap N\neq\varnothing$,则 (　　)

A. $a<1$ B. $a>1$

C. $a\leqslant 1$ D. $a\geqslant 1$

3. 集合 $P=\{1,2,m^2-3m-1\}$,$Q=\{-1,3\}$,若 $P\cap Q=\{3\}$,则实数 m 的值为 ……………… (　　)

A. 4 B. -1

C. -4 或 1 D. -1 或 4

4. 已知集合 $M=\{(x,y)|x+y=2\}$,$N=\{(x,y)|x-y=4\}$,那么集合 $M\cap N$ 为 ……………… (　　)

A. $x=3,y=-1$

B. $(3,-1)$

C. $\{3,-1\}$

D. $\{(3,-1)\}$

5. 设集合 $A=\{x^2,2x-1,-4\}$,$B=\{x-5,1-x,9\}$,若 $A\cap B=\{9\}$,求 x 及 $A\cup B$.

轻轻告诉你 登山则情满于山,观海则意溢于海。——刘勰