经全国中小学教材审定委员会
2007年初审通过

普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 4-9

风险与决策

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心　编著

人民教育出版社

A版

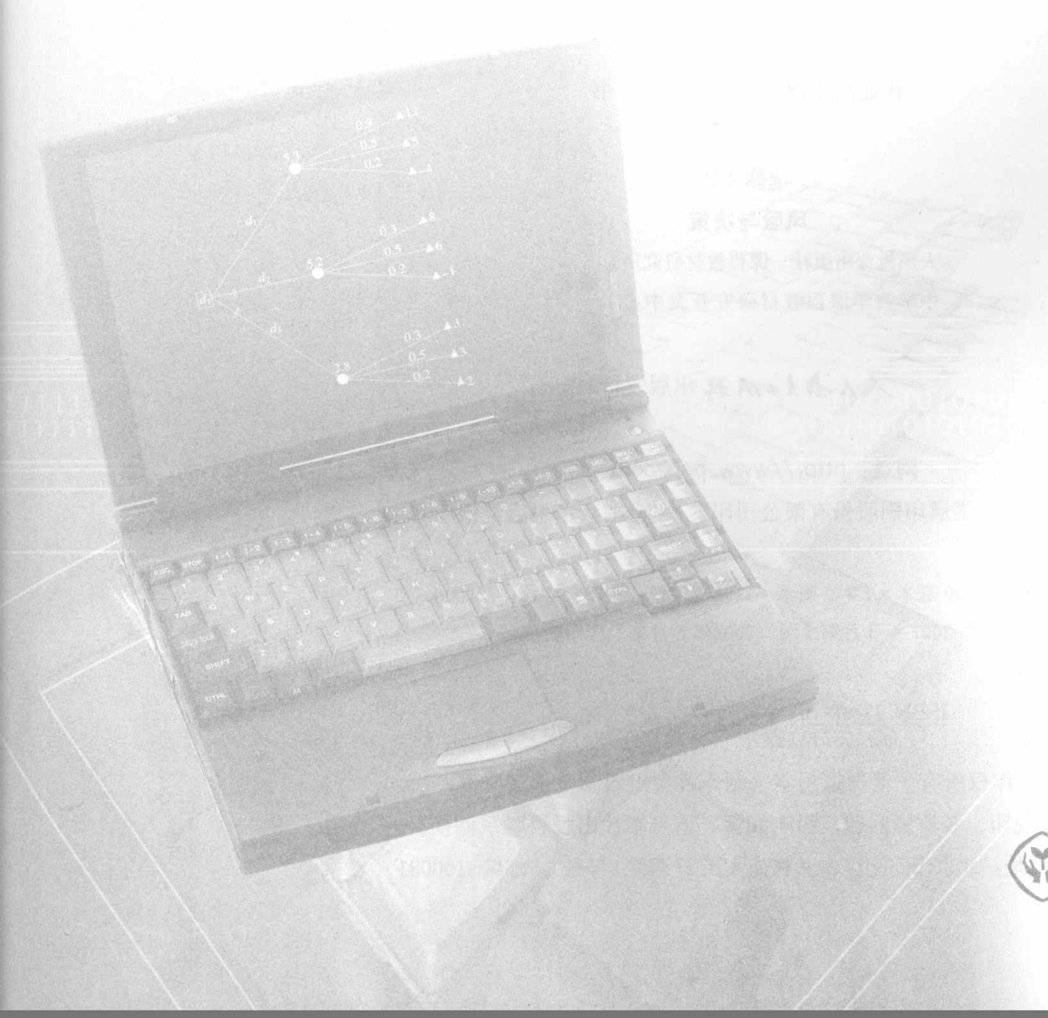
普通高中课程标准实验教科书

数学

选修 4-9

风险与决策

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心　编著



人民教育出版社

A版

普通高中课程标准实验教科书

数　学

选修 4-9

风险与决策

人民教育出版社　课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心　编著

*

人民教育出版社 出版发行

网址：http://www.pep.com.cn

北京盛通印刷股份有限公司印装　全国新华书店经销

*

开本：890 毫米×1 240 毫米　1/16　印张：3.75　字数：72 000

2007 年 8 月第 1 版　2008年 5 月第1 次印刷

ISBN 978-7-107-20621-4
G・13711(课)　定价：4.00元

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与本社出版科联系调换。

（联系地址：北京市海淀区中关村南大街 17 号院1号楼　邮编：100081）

主　　编：刘绍学
副 主 编：钱珮玲　章建跃

主要作者：李　勇　张淑梅　宋莉莉　张唯一
责任编辑：宋莉莉　张唯一
美术编辑：王　艾
封面设计：李宏庆

主编寄语

同学们，欢迎大家使用这套普通高中数学教科书，希望它能够成为你们学习数学的好朋友.

作为这套教科书的主编，在大家开始用这套书学习数学之前，对于为什么要学数学，如何才能学好数学等问题，我有一些想法与你们交流.

为什么要学数学呢？我想从以下两个方面谈谈认识.

数学是有用的. 在生活、生产、科学和技术中，在这套教科书中，我们都会看到数学的许多应用. 实际上，“数量关系与空间形式”，在实践中，在理论中，在物质世界中，在精神世界中，处处都有，因而研究“数量关系与空间形式”的数学，处处都有用场. 数学就在我们身边，她是科学的语言，是一切科学和技术的基础，是我们思考和解决问题的工具.

学数学能提高能力. 大家都觉得，数学学得好的人也容易学好其他理论. 实际上，理论之间往往有彼此相通和共同的东西，而“数量关系与空间形式”、逻辑结构及探索思维等正是它们的支架或脉络，因而数学恰在它们的核心处. 这样，在数学中得到的训练和修养会很好地帮助我们学习其他理论，数学素质的提高对于个人能力的发展至关重要.

那么，如何才能学好数学呢？我想首先应当对数学有一个正确的认识.

数学是自然的. 在这套教科书中出现的数学内容，是在人类长期的实践中经过千锤百炼的数学精华和基础，其中的数学概念、数学方法与数学思想的起源与发展都是自然的. 如果有人感到某个概念不自然，是强加于人的，那么只要想一下它的背景，它的形成过程，它的应用，以及它与其他概念的联系，你就会发现它实际上是水到渠成、浑然天成的产物，不仅合情合理，甚至很有人情味. 这将有助于大家的学习.

数学是清楚的. 清楚的前提，清楚的推理，得出清楚的结论，数学中的命题，对就是对，错就是错，不存在丝毫的含糊. 我们说，数学是易学的，因为它是清楚的，只要大家按照数学规则，按部就班地学，循序渐进地想，绝对可以学懂；我们又说，数学是难学的，

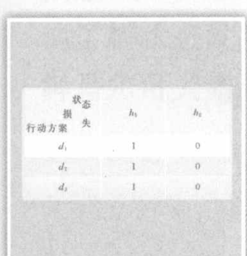
也因为它是清楚的，如果有人不是按照数学规则去学去想，总想把“想当然”的东西强加给数学，在没有学会加法的时候就想学习乘法，那就要处处碰壁，学不下去了.

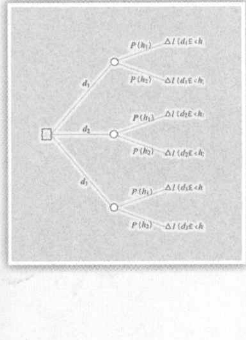
在对数学有一个正确认识的基础上，还需要讲究一点方法.

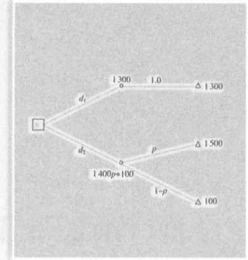
学数学要摸索自己的学习方法. 学习、掌握并能灵活应用数学的途径有千万条，每个人都可以有与众不同的数学学习方法. 做习题、用数学解决各种问题是必需的，理解概念、学会证明、领会思想、掌握方法也是必需的，还要充分发挥问题的作用，问题使我们的学习更主动、更生动、更富探索性. 要善于提问，学会提问，“凡事问个为什么”，用自己的问题和别人的问题带动自己的学习. 在这套书中，我们一有机会就提问题，希望“看过问题三百个，不会解题也会问”. 类比地学、联系地学，既要从一般概念中看到它的具体背景，不使概念“空洞”，又要在具体例子中想到它蕴含的一般概念，以使事物有“灵魂”.

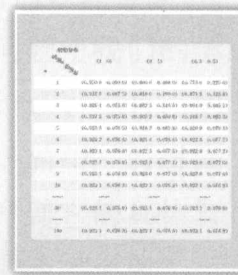
同学们，学数学趁年轻. 你们正处在一生中接受数学训练、打好数学基础的最佳时期. 这个时期下点功夫学数学，将会终生受益. 我们构建了这片数学天地，期盼它有益于大家的成长. 你们是这片天地的主人，希望大家在学习的过程中能对它提出宝贵的改进意见. 预祝同学们愉快地生活在这片数学天地中.

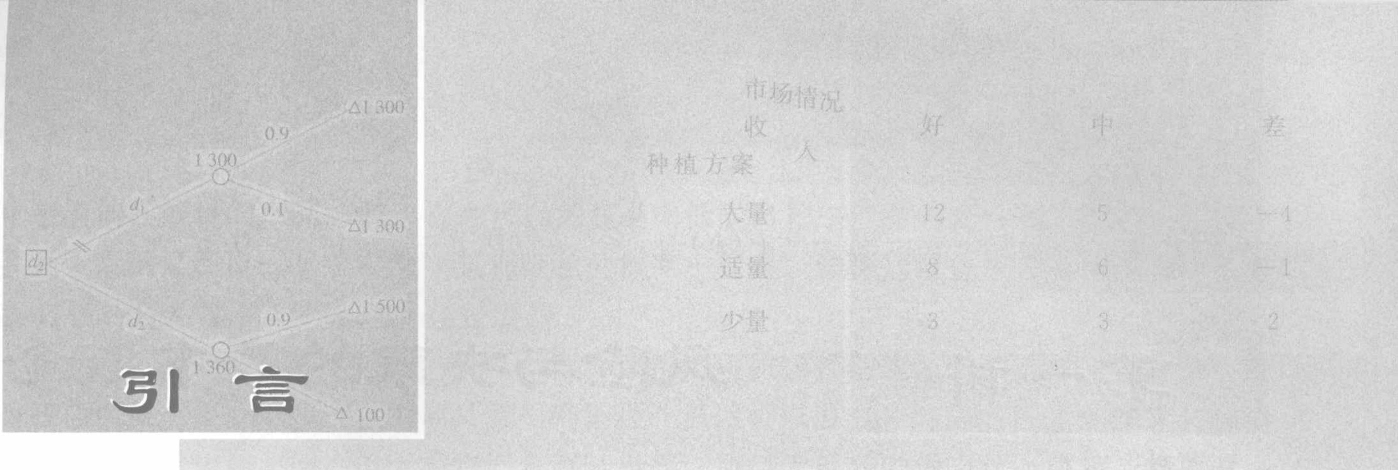
目录






1300
1.0
Δ 1300
d_1
d_2
p
Δ 1500
1400p+100
1-p
Δ 100





引言

在现实生活中，几乎每个人每天都要做出各种各样的决策，如决定早餐吃什么，出门是否带雨伞，上学或上班走哪条路线，出外旅行是否预定火车票，是否购买航空意外险，报考国内大学还是申请国外大学，等等. 一个企业也面临着各种类型的决策，如投资、经营、销售、人员聘用等. 在医学、军事、工程和行政领域，决策问题都广泛存在.

通常情况下，决策者有很多行动方案可以选择. 但由于未来事态的发展往往受随机因素的影响，不能确切预料，因此决策是带有风险的. 为了在众多的行动方案中选出最优方案，减少不合理决策造成的损失，应该按照科学的方法进行决策. 借助于统计分析方法进行决策，可以大大减少随机因素造成的损失，提高决策的有效性. 因此，统计决策方法和统计决策分析将会在社会的发展和进步中发挥越来越大的作用. 本专题将介绍一些简单的统计决策方面的基本知识和方法.

本专题共分四讲. 在第一讲中，同学们首先将通过现实生活中的例子，理解“风险”与“决策”之间的关系，以及通常情况下对一个问题做出决策的过程；然后，同学们将通过具体例子，理解风险型决策问题的特点，以及解决这类问题的常用方法——风险型决策的基本概念和决策过程. 在第二讲中，同学们将学习用决策树表示风险型决策问题的相关信息，以及通过决策树进行决策的方法. 在第三讲中，通过敏感性分析，同学们可以清楚地了解状态发生概率的变化对最优决策产生的影响. 在第四讲中，同学们将通过实例，了解马尔可夫型决策模型及其决策方法.

h	h_1	h_2	h_3
$P(h)$	0.3	0.5	0.2

第一讲　风险与决策的基本概念

一　风险与决策的关系

在日常生活和生产实践中，经常需要我们根据一定的条件做出某种决策.

问题 1　天气预报说“今天的降水概率是 55%”. 你今天上学时，是否会带雨具?

有的同学可能会这样想：“降水概率为 55%，降水的可能性比不降水的可能性大，所以应该带上雨具”；也有的同学可能会这样想：“虽然降水的可能性比不降水的可能性大，但还有 45%的可能不下雨，况且这只是一个预报，不一定准确，所以没有必要带雨具”. 前一种决策，因为确实存在不下雨的可能性，所以要冒“带了不用”的风险；后一种决策，因为确实存在下雨的可能性，所以要冒“挨雨淋”的风险.

类似的问题非常多，我们再看两个例子.

问题 2　在“五一”“十一”黄金周期间，许多人都会乘火车出外旅行，所以人们往往面临是否提前预定火车票的问题. 如果提前预定火车票，可以顺利成行，但需支付 40 元的定票费；如果不提前预定火车票，在临时能买到火车票的情况下，能顺利成行，否则就要被迫取消旅行. 如果你正面临这个问题，你会做出什么决策呢? 其根据是什么?

你可能会根据自己的实际情况做出不同的决策——提前预定火车票或不提前预定火车票. 但你是否想到：当你决定提前预定火车票时，如果临时能买到火车票，那你就损失了 40 元的订票费；当你决定不提前预定火车票时，就要冒因买不到火车票而被迫取消旅行的风险. 可见，无论哪一种决策，都要冒一定的风险.

问题 3　A，B 两个大小相同的箱子中装有同样规格的产品，且产品的价格相同. 已知 A 箱中产品的废品率是 1%，B 箱中产品的废品率是 3%. 若你想购买 1 件产品，且购买时不能打开产品包装，你会选择哪个箱中的产品?

对于这个问题，通常情况下，我们会选择购买 A 箱中的产品. 这是因为 A，B 两个箱

中装有同样数量的产品，而A箱中产品的废品率低于B箱中产品的废品率，所以从A箱中买到废品的概率也低于从B箱中买到废品的概率．但是，这种选择也是带有风险的，因为我们从A箱中买到的产品也可能是废品．

上述三个问题有一个共同的特征：需要在多个可供选择的决策中，选择一个决策；并且任何决策所面临的未来情况都具有不确定性．虽然可以通过一定的方法了解未来各种情况发生的可能性的大小，但因为它们具有随机性，所以无论我们做出什么决策，都要冒一定的风险．

下面是一个利用概率统计知识进行决策的简单案例．

案例1　某同学需要做一项实验，在该项实验过程中出现设备过热现象的概率为0.2．请专家指导实验，需支付50元指导费，并且出现设备过热现象时会损失10元；自己独立完成实验，出现设备过热现象时会损失100元．如果在实验过程中没有出现过热现象，则不会造成损失．问该同学是否应该请专家指导实验．

这个决策问题的目标是使损失最小．该同学有两种可以采取的行动方案：

行动一　请专家指导实验；

行动二　独立完成实验．

需要决策的是采取哪种行动方案．

在做出决定之前，我们先分析一下这两种行动方案导致损失的情况．

1．采取“行动一”，即请专家指导实验：没有出现过热现象的损失为请专家的费用50元；出现过热现象的损失为50＋10＝60元．由于是否出现过热现象是一个随机现象，因此采取行动方案一所造成的损失是一个随机变量，其平均损失为

$$0.8\times50+0.2\times60=52\text{元}.$$

2．采取“行动二”，即独立完成实验：没有出现过热现象的损失为0元；出现过热现象的损失为100元．类似地，采取行动二的平均损失为

$$0.8\times0+0.2\times100=20\text{元}.$$

由上述分析可知，应该选择行动方案二，即该同学独立完成实验．

分析案例1的决策过程，可以看出其中包括下述基本步骤：

> 第一步，明确问题的决策目标；
> 第二步，寻找所有的行动方案；
> 第三步，分析每种行动方案的平均损失；
> 第四步，按照平均损失最小的准则，选择最优决策．

从上面的案例中可以看出，平均损失与决策是密切相关的．通过对它的分析计算，使我们能根据量化指标进行合理、有效的决策，从而尽量地化解风险，提高效益．

习题1.1

1. 中国历史上有许多杰出的思想家、政治家、军事家、外交家，他们博学多才，高瞻远瞩，运筹帷幄之中，决胜千里之外，为我国的决策科学谱写了光辉篇章. 请举出几个实例.
2. 在一个暖和、潮湿的早晨，你离家骑车去学校，路上大约需要 20 min. 你可以采取的行动有两个：带上雨衣和不带雨具. 分析采取每种行动后可能出现的结果，你更希望哪一种结果出现？什么对你的决策影响最大？
3. 甲、乙、丙 3 人参加一场趣味射击比赛. 比赛设置了 3 块目标靶，分别是 1 号靶、2 号靶和 3 号靶. 比赛规定：如果 1 号靶被击中，则甲被淘汰出局；如果 2 号靶被击中，则乙被淘汰出局；如果 3 号靶被击中，则丙被淘汰出局；最后一位未被淘汰者赢得比赛. 3 个人开枪射击的顺序是甲、乙、丙、甲、乙、丙……每人一次只能打一枪；被淘汰出局者不能开枪射击，直接把枪交给下一位选手. 由甲、乙、丙以往的射击记录可知，甲击中目标的概率为$\frac{1}{3}$，乙击中目标的概率为$\frac{2}{3}$，丙百发百中. 那么，甲第 1 枪应该如何射击，才能保证自己在第 2 枪后未被淘汰出局的可能性最大？

二　风险与决策的基本概念

1. 风险（平均损失）

怎样度量风险的大小呢？下面介绍数学中常用的方法. 为此，我们以案例 1 为背景引入几个基本概念.

在案例 1 中，用 d_1 表示“请专家指导实验”，d_2 表示“独立完成实验”，则可供选择的行动方案仅有 d_1 和 d_2. 无论该同学采取哪一行动方案，他都将面临两个可能的结果：设备没有出现过热现象，或设备出现过热现象. 我们把它们看成两个状态，用 h_1 表示“设备没有出现过热现象”，h_2 表示“设备出现过热现象”.

一般地，对于给定的行动方案 d 和状态 h，用 $l(d, h)$表示行动方案 d 在状态 h 下的损失大小，并称 $l(d, h)$为**损失函数**.

在案例 1 中，损失函数在不同行动方案和不同状态下的取值可用表 1-1 表示：

表 1-1

行动方案 \ 损失 \ 状态	h_1	h_2
d_1	50	60
d_2	0	100

即

$$l(d_1, h_1)=50, \ l(d_1, h_2)=60;$$
$$l(d_2, h_1)=0, \ l(d_2, h_2)=100.$$

在通常情况下，对于给定的一个行动方案 d，未来的状态具有随机性，因此 $l(d, h)$ 为随机变量. 那么，如何比较各行动方案所造成损失的大小呢?

可以通过随机变量 $l(d, h)$ 的均值来衡量行动方案 d 的平均损失大小. 因此，我们可以通过比较各行动方案 d 所造成的平均损失的大小来作出决策.

为了计算行动方案 d 的平均损失，需要知道各种状态发生的概率. 对于给定的行动方案 d，未来各状态发生的概率可以由历史资料的统计分析、过去的经验或人们的主观判断获得.

在案例 1 中，出现状态 h_1 和 h_2 的概率分别是 0.8 和 0.2，用列表的方式可以表示为:

h	h_1	h_2
$P(h)$	0.8	0.2

一般地，我们把各个状态出现的概率称为状态分布列，并用列表的方式表示.

在案例 1 中，根据状态分布列，行动方案 d_1 和 d_2 对应的损失函数的均值分别为

$$E(l(d_1, h))=l(d_1, h_1)\times P(\text{执行 } d_1, \text{出现 } h_1)+l(d_1, h_2)\times P(\text{执行 } d_1, \text{出现 } h_2)$$
$$=50\times 0.8+60\times 0.2=52 \text{ 元},$$
$$E(l(d_2, h))=l(d_2, h_1)\times P(\text{执行 } d_2, \text{出现 } h_1)+l(d_2, h_2)\times P(\text{执行 } d_2, \text{出现 } h_2)$$
$$=0\times 0.8+100\times 0.2=20 \text{ 元}.$$

一般地，我们用 $R(d)$ 表示行动方案 d 所对应损失函数的均值，并且称 $R(d)$ 为行动方案 d 的风险（平均损失）. 显然，我们应该选用风险最小的行动方案，即按照风险最小准则选择行动方案.

由上面的计算可知，$R(d_1)=52$，$R(d_2)=20$. 由于 $R(d_1)>R(d_2)$，即行动方案 d_2 所造成的风险较小，因此选择行动方案 d_2，即“独立完成实验”.

2. 平均收益

案例 1 是按照风险（平均损失）最小准则选择最优决策的，我们还可以按照平均收益最大准则选择最优决策.

案例 2 某位农民打算种植新品种蔬菜，可选择的种植量有 3 种：大量、适量、少量. 他应当如何决策呢? 首先，应当做市场预测. 根据收集到的市场信息，可知未来市场出现好、中、差 3 种情况的概率分别为 0.3，0.5，0.2. 然后，这位农民根据过去的经验，得到一个收入表（单位：千元），如表 1-2 所示:

表 1-2

种植方案 \ 收入 \ 市场情况	好	中	差
大量	12	5	−4
适量	8	6	−1
少量	3	3	2

表中的“12”表示，在市场“好”的情况下，如果采取了“大量”种植的方案，可以收入 12 000 元，表中其他数字的含义依此类推. 如果你是这位农民，你会选择哪种种植方案呢？

显然，这位农民的决策目标是使种植获得最大的收益. 他所能采取的全部行动方案包括：

$$d_1\text{：大量种植，}d_2\text{：适量种植，}d_3\text{：少量种植.}$$

未来市场的状态包括：

$$h_1\text{：好，}h_2\text{：中，}h_3\text{：差.}$$

由于出现 h_1，h_2，h_3 的概率分别为 0.3，0.5，0.2，所以 h 的分布列为

h	h_1	h_2	h_3
$P(h)$	0.3	0.5	0.2

为了表示收益的大小，我们可以从收益的角度定义一个函数，表示不同行动方案 d 在不同状态 h 下的收益的大小，这样的函数称为**收益函数**，用 $q(d, h)$ 表示. 损失函数和收益函数统称为**损益函数**.

由表 1-2 可知，本例的收益函数可以定义为：

$$q(d_1, h_1)=12,\ q(d_1, h_2)=5,\ q(d_1, h_3)=-4;$$
$$q(d_2, h_1)=8,\ q(d_2, h_2)=6,\ q(d_2, h_3)=-1;$$
$$q(d_3, h_1)=3,\ q(d_3, h_2)=3,\ q(d_3, h_3)=2.$$

因此，行动方案 d_1，d_2，d_3 所对应的收益函数的均值分别为

$$\begin{aligned}Q(d_1)&=q(d_1, h_1)P(h_1)+q(d_1, h_2)P(h_2)+q(d_1, h_3)P(h_3)\\&=12\times0.3+5\times0.5+(-4)\times0.2\\&=5.3;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q(d_2)&=q(d_2, h_1)P(h_1)+q(d_2, h_2)P(h_2)+q(d_2, h_3)P(h_3)\\&=8\times0.3+6\times0.5+(-1)\times0.2\\&=5.2;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Q(d_3)&=q(d_3, h_1)P(h_1)+q(d_3, h_2)P(h_2)+q(d_3, h_3)P(h_3)\\&=3\times0.3+3\times0.5+2\times0.2\\&=2.8.\end{aligned}$$

由于$Q(d_1)>Q(d_2)>Q(d_3)$，故行动方案d_1所带来的平均收益最大，所以应该选择d_1，即“大量种植”这种蔬菜.

思考

若执行行动方案d_1，一定能获得最大收益吗？

上述结论是通过比较各行动方案所带来的“平均收益”得到的，这里“平均收益”的含义是如果种植行动多次发生，那么每次都选择行动方案d_1所带来的平均收益是最大的，但某一次采取行动方案d_1的收益不一定是最大的. 例如，若某年的市场情况为“差”，则采取行动方案d_1的收益就是最小的.

思考

若从损失的角度考虑，本例的损失函数应如何定义？若按照风险最小准则做出决策，与上述决策结果相同吗？

显然，行动方案d_1，d_2和d_3所造成的损失与它们在同一状态下的收入差异有关. 下面我们根据表1-2来构造损失函数. 当h_1发生时，选择行动方案d_1没有损失，选择行动方案d_2的损失为$12-8=4$（元），选择行动方案d_3的损失为$12-3=9$（元）；当h_2发生时，选择行动方案d_1的损失为$6-5=1$（元），选择行动方案d_2没有损失，选择行动方案d_3的损失为$6-3=3$（元）；当h_3发生时，选择行动方案d_1的损失为$2-(-4)=6$（元），选择行动方案d_2的损失为$2-(-1)=3$（元），选择行动方案d_3没有损失. 所以，损失函数$l(d, h)$的全部取值为：

$$l(d_1, h_1)=0,\ l(d_1, h_2)=1,\ l(d_1, h_3)=6;$$
$$l(d_2, h_1)=4,\ l(d_2, h_2)=0,\ l(d_2, h_3)=3;$$
$$l(d_3, h_1)=9,\ l(d_3, h_2)=3,\ l(d_3, h_3)=0.$$

因此，行动方案d_1，d_2，d_3的风险分别为

$$\begin{aligned}R(d_1)&=l(d_1, h_1)P(h_1)+l(d_1, h_2)P(h_2)+l(d_1, h_3)P(h_3)\\&=0\times0.3+1\times0.5+6\times0.2\\&=1.7;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R(d_2)&=l(d_2, h_1)P(h_1)+l(d_2, h_2)P(h_2)+l(d_2, h_3)P(h_3)\\&=4\times0.3+0\times0.5+3\times0.2\\&=1.8;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}R(d_3)&=l(d_3, h_1)P(h_1)+l(d_3, h_2)P(h_2)+l(d_3, h_3)P(h_3)\\&=9\times0.3+3\times0.5+0\times0.2\\&=4.2.\end{aligned}$$

由 $R(d_1)<R(d_2)<R(d_3)$，知行动方案 d_1 所造成的风险最小，所以应该选择行动方案 d_1. 这与按照平均收益最大准则做出的决策是相同的.

3. 损益矩阵

通常，人们用一种常用的数学工具——矩阵来表示上述计算损益函数的均值的过程. 下面我们就简单介绍一下这种表示方法. 例如，案例 1 中的损失函数可以用矩阵表示为

$$\boldsymbol{L}^{❶}=\begin{pmatrix}50 & 0\\ 60 & 100\end{pmatrix},$$

案例 2 中的收益函数可以用矩阵表示为

$$\boldsymbol{Q}=\begin{pmatrix}12 & 8 & 3\\ 5 & 6 & 3\\ -4 & -1 & 2\end{pmatrix}.$$

像 $\boldsymbol{L}$ 这样表示损失函数的矩阵称为损失矩阵，像 $\boldsymbol{Q}$ 这样表示收益函数的矩阵称为收益矩阵. 损失矩阵和收益矩阵统称为损益矩阵.

在损失矩阵 $\boldsymbol{L}$ 中，第 1 列表示行动方案 d_1 在不同状态下的损失值；第 2 列表示行动方案 d_2 在不同状态下的损失值；第 1 行表示在状态 h_1 下各行动方案的损失值；第 2 行表示在状态 h_2 下各行动方案的损失值. 类似地，在收益矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 中，第 1 列表示行动方案 d_1 在不同状态下的收益值；第 2 列表示行动方案 d_2 在不同状态下的收益值；第 3 列表示行动方案 d_3 在不同状态下的收益值；第 1 行表示在状态 h_1 下各行动方案的收益值；第 2 行表示在状态 h_2 下各行动方案的收益值；第 3 行表示在状态 h_3 下各行动方案的收益值.

为了表示损益矩阵的各行和各列的实际含义，常在行的右边标注该行所对应的状态，在列的上边标注该列所对应的行动方案. 例如，收益矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 可以标注为

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} d_1 & d_2 & d_3 \end{array} \\ \boldsymbol{Q}= & \begin{pmatrix}12 & 8 & 3\\ 5 & 6 & 3\\ -4 & -1 & 2\end{pmatrix}\begin{array}{c} h_1\\ h_2\\ h_3\end{array}\end{array}$$

❶ 像这样由圆括号和括号内的数字阵列组成的式子称为矩阵. 关于矩阵的概念请参见附录.

思考

如何由损益函数写出损益矩阵?

以收益矩阵为例. 先将行动方案 d_1 所对应的收益函数 $q(d_1, h)$ 在不同状态下的取值依次写入矩阵的第 1 列，然后将行动方案 d_2 所对应的收益函数 $q(d_2, h)$ 在不同状态下的取值依次写入矩阵的第 2 列，将行动方案 d_3 所对应的收益函数 $q(d_3, h)$ 在不同状态下的取值依次写入矩阵的第 3 列……依此类推，就可以得到收益函数相应的收益矩阵了. 在收益矩

阵中，第 i 行第 j 列位置的元素恰好等于 $q(d_j, h_i)$.

类似地，案例 2 中 h 的分布列也可以用矩阵表示为

$$(0.3\quad 0.5\quad 0.2),$$

那么收益函数 $q(d, h)$ 的均值可以通过矩阵的乘法运算❶得到

❶ 关于矩阵的运算请参见附录.

$$(0.3\quad 0.5\quad 0.2)\begin{pmatrix} 12 & 8 & 3 \\ 5 & 6 & 3 \\ -4 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$=(0.3\times12+0.5\times5+0.2\times(-4)\quad 0.3\times8+0.5\times6+0.2\times(-1)\quad 0.3\times3+0.5\times3+0.2\times2)$$

$$=(5.3\quad 5.2\quad 2.8),$$

则 $Q(d_1)=5.3$，$Q(d_2)=5.2$，$Q(d_3)=2.8$.

思考

案例 1 中的风险能用矩阵的乘法计算吗？

下面，我们举例说明如何利用损益矩阵对一个具体问题做出决策.

案例 3　根据气象预报，某地区近期有小洪水的概率为 0.25，有大洪水的概率为 0.01. 该地区某工地上有一台大型设备，遇到大洪水时要损失 60 000 元，遇到小洪水时要损失 10 000 元. 为保护设备，有以下 3 种方案可供选择：

方案 1：运走设备，搬运费为 3 800 元.

方案 2：建保护围墙，建设费为 2 000 元，但围墙只能防小洪水.

方案 3：不采取措施，希望不发生洪水.

你会选择哪个方案？为什么？

这个问题的决策目标是使受到的损失最小. 用 d_1，d_2 和 d_3 分别表示 3 种可供选择的方案，即

d_1：运走设备，d_2：建保护围墙，d_3：不采取措施.

用 h_1，h_2 和 h_3 分别表示 3 种可能发生的状态，即

h_1：发生大洪水，h_2：发生小洪水，h_3：不发生洪水.

由于发生小洪水的概率为 0.25，发生大洪水的概率为 0.01，则不发生洪水的概率为 $1-0.25-0.01=0.74$，那么 h 的分布列为

h	h_1	h_2	h_3
$P(h)$	0.01	0.25	0.74

若采取行动方案 d_1，无论有无洪水，都会损失 3 800 元；若采取行动方案 d_2，发生大洪水时，损失 2 000+60 000=62 000（元），发生小洪水或不发生洪水时，损失 2 000 元；