

*chu gao zhong
xian jie
jiao cheng*

初高中衔接教程

数学

黄厚忠 主编

东南大学出版社

初高中衔接教程

数 学

黄厚忠 主编

东南大学出版社

南京

图书在版编目(CIP)数据

初高中衔接教程·数学/黄厚忠主编.一南京:东南大学出版社,2008.7

ISBN 978 - 7 - 5641 - 1319 - 3

I. 初… II. 黄… III. 数学课—中学—教学

参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 113419 号

主 编 黄 厚 忠

出版发行 东南大学出版社
出版人 江 汉
社 址 南京市四牌楼 2 号
邮 编 210096
印 刷 镇江中山印务有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 9.25
字 数 180 千字
版 次 2008 年 7 月第 1 版第 1 次印刷
书 号 ISBN 978 - 7 - 5641 - 1319 - 3 / 0 · 91
定 价 13.00 元

* 东大版图书若有印装质量问题,请直接联系读者服务部,电话:025-83793906。

前　　言

为什么孩子进入高中后对数学产生恐惧心理？

为什么孩子进入高中后数学成绩一落千丈？

相信许多人和我一样经常要面对诸如此类的诘问。我也一直关注这种现象，思考这些问题。有的学生在初中阶段对数学很有兴趣，数学是他的王牌学科，但进入高中后，逐渐疏远数学，对数学产生了厌烦心理，成绩逐步下降，这些现象背后的深层次原因是什么？

我想，没有做好初高中数学教学衔接，没有顺利完成初高中数学教学的过渡交接，是重要原因之一。

本书的特色是：

一、立足初中数学，但不原地踏步。在初中数学结构体系中寻找能与高中知识的结合点，把结合点催生萌芽点和生长点。通过对知识理论和典型例题深入浅出地分析，巧妙嫁接高一必需的预备知识和方法，使学生在原有的能力基础上得到长足的发展，在知识内容、过程方法、情感态度价值观等方面得以延伸拓展。

二、着眼高中数学，但不提前教学。对高中阶段特别是起始阶段重要的数学方法、思想、原理以及分析问题、解决问题的思维策略逐步渗透，缓冲铺垫。使学生进入高一后感到自然流畅，树立学好数学的自信心。

三、本书特别注重对数学方法、思想的提炼和数学文化的渗透。对重要的方法思想都作了明确的阐述，把数学学习和数学教学等上升到了“大数学”的文化层面上。为此，本书补充了数学家论述数学思想方法的文字和一些数学史料等。

四、本书把启迪学生的思维，让学生思维得到发展作为核心理念。书中安排了大量的思考、分析、评析、总结等内容，培养学生的自主探索精神，赋予学生更大的思维空间，也为教师备课教学提供参考。

五、本书在每一小节后按教学要求都配备了数量不等的练习题，练习题分“阅读理解、思考运用、探究拓展”三个层次，供不同能力的学生选做。每题后都留有空白，学生可直接在书上作答。为方便学生阅读，书后提供了练习题的答案或提示。

一直以来，初高中衔接教学是很多教育专家关心的一个重要课题，在大家的共同努力下，已经从教育学、心理学等方面得到了许多成果。本书是江苏省教研室副主任董林伟特级教师主持的省级重点课题《课堂教学的有效性》的课题研究项目，也是镇江教研室主任朱春晓特级教师主持的省级重点课题《普通中学双案制教学策略研究》的研究项目。

言 首

作者调研了多种类型的学校,听取了很多一线教师和教研员的意见,吸收了其他衔接教材的精华,得到了很多启发,在此表示感谢。

特别是,镇江教研室主任朱春晓特级教师为本书定下了写作基调、理论框架、版式体例,也一直关注本书的写作过程,没有他的督促、鞭策、鼓励,本书是不可能完成的;江苏大学副校长、博士生导师田立新教授阅读了本书的初稿,提出了许多宝贵的意见;恩师南京师范大学博士生导师涂荣豹教授和葛军博士、郭桂华特级教师耳提面命,作者诚惶诚恐,唯恐有辱师门;就本书有关问题,作者也曾多次当面向人教版初中数学教材主编林群请教,他的建议使作者受益匪浅。

以上领导专家师长奖掖后学,提携晚进,晚学如我不胜感激。

由于本人学识水平,本书有些地方还很粗糙,定有很多错误,希望各位老师专家拨冗雅正,以便再版时修订。

本书可作为高一新生进入高中学习的预备教材,也可作为初中学生的竞赛辅导用书,也可作为中学教师和师范院校学生的教学参考和学习辅导用书。

编者:二
2008年6月

。小詩自古學媛才學立樹,勉奮然自曉
懸思者真要重視,這裏的詩文學鑒味就顯得極為重要,去古舉鑑故童玉眼耕牛本,三
曲式。土面是出文的“學鑑大”丁酉作土善學鑑詩味區學學幾畔,玉面白頭明丁卦暗
。較拂史學鑑些一時字文的詩文學鑑詩學鑑貨合案學鑑丁亥林牛本
量大丁卦文中卦。念與心對式前氣質歸臣卦思坐學坐,卦思坐主學坐自耕牛本,四
回空卦思坐大更主學坐根,卦辭蒙卦主自耕坐學養根,容內帶卦急,卦平,卦代,卦思坐
。卦參卦坐蒙卦坐,卦思坐不量還丁卦酒醉求要學鑑詩司卦小一卦亦牛本,五
回坐,白空育留體式想根。卦爻主學坐式韻同不拘,大是個三“聚澆衣袞,跟亟志想,賴
。示數卦蒙卦蒙卦蒙卦貴昌牛,衡圓主學動式韻。答卦土卦主蒙直
爻同共卦蒙大卦。應影要重个一卦心关寒才育婦逐卦景學鑑詩中高時,來因直一
林董丑主區全報卦蒙卦蒙卦。果如蒙卦丁挺卦面式學學堅小,學育尊从蒙占,不式
室抵達形難易由,日與交換應影的《卦蒙卦蒙卦蒙卦》應影為重難省卦卦主取避過卦卦
。目與交換的《卦蒙卦蒙卦蒙卦》應影為重避省卦卦主取避過卦卦未卦主

目 录

第1章 数与式

1.1 整式的乘法	3
1.2 因式分解	5
1.3 代数式	13
1.4 不等式	30
1.5 多项式的基本理论	37

第2章 函数的图象和性质

2.1 一次函数	45
2.2 二次函数	50
2.3 反比例函数	59
2.4 分段函数	63
2.5 函数的图象	68

第3章 方程(组)与不等式

3.1 一元一次方程与一元一次不等式	77
3.2 一元二次方程	82
3.3 一元二次不等式	90
3.4 二元二次方程组	94
3.5 三元一次方程组	97

第4章 平面几何

4.1 平行线分线段成比例	101
4.2 直角三角形中的比例	107
4.3 圆中的有关定理	110
4.4 三角形的“心”	113
4.5 特殊三角形	120
4.6 轨迹	125
4.7 几何不等式	130

答案与提示	134
-------	-----

第1章

数与式



$\frac{1}{2}(A)$ $\frac{1}{3}(B)$ $\frac{1}{4}(C)$ $\frac{1}{5}(D)$

1.1 整式的乘法

第六章总(A)
第七章总(B)
第八章总(C)
第九章总(D)
零基础进阶(D)

1.1.1 乘法公式

我们已经学习了下列一些乘法公式：

$$(1) \text{平方差公式} \quad (a+b)(a-b)=a^2-b^2;$$

$$(2) \text{完全平方公式} \quad (a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2.$$

我们还可以通过证明得到下列一些乘法公式：

思考>>>

如何由(3)证明(4)? 如何由(6)证明(7)? 这种证明方法体现了什么数学思想?

$$(3) \text{立方和公式} \quad (a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3;$$

$$(4) \text{立方差公式} \quad (a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3;$$

$$(5) \text{三数和平方公式} \quad (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ac);$$

$$(6) \text{两数和立方公式} \quad (a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3;$$

$$(7) \text{两数差立方公式} \quad (a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3.$$

例1 计算: $(x+1)(x-1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$.

解法一 原式 = $(x^2-1)[(x^2+1)^2-x^2]=(x^2-1)(x^4+x^2+1)=x^6-1$.

解法二 原式 = $(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)=(x^3+1)(x^3-1)=x^6-1$.

例2 已知 $a+b+c=4$, $ab+bc+ac=4$, 求 $a^2+b^2+c^2$ 的值.

解 $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ac)=8$.

练习

感受·理解

1. 填空:

$$(1) \frac{1}{9}a^2-\frac{1}{4}b^2=(\frac{1}{2}b+\frac{1}{3}a)\cdot(\quad);$$

$$(2) (4m+\quad)^2=16m^2+4m+(\quad);$$

$$(3) (a+2b-c)^2=a^2+4b^2+c^2+(\quad).$$

2. 选择题:

(1) 若 $x^2+\frac{1}{2}mx+k$ 是一个完全平方式, 则 k 等于()

(A) m^2 (B) $\frac{1}{4}m^2$ (C) $\frac{1}{3}m^2$ (D) $\frac{1}{16}m^2$

(2) 不论 a, b 为何实数, $a^2 + b^2 - 2a - 4b + 8$ 的值()

- (A) 总是正数 (B) 总是负数
 (C) 可以是零 (D) 可以是正数也可以是负数

3. 计算:

(1) $(4+m)(16-4m+m^2)$

方法一：直接展开

(1) $(d-n)(d+n) = d^2 - n^2$ 方法一平 (1)

(2) $(a+2)(a-2)(a^4+4a^2+16) = (a^2-4)(a^4+4a^2+16)$ 方法二全乘 (2)

方法二：运用公式

(1) $d^2 - n^2 = (d+n)(d-n)$ 方法二立 (2)

(2) $(a+2)(a-2)(a^4+4a^2+16) = (a^2-4)(a^4+4a^2+16)$ 方法二全乘 (2)

(3) $(a+b+c+d)(a+b-c+d) = (a+d)^2 - (b-c)^2$ 方法三 (3)

(4) $(x^2+2xy+y^2)(x^2-xy+y^2)^2 = (x+y)^2(x-y+y^2)^2$ 方法四 (4)

(1+x+y+z)(1+x-y-z)(1-x+y-z)(1-x-y-z) = (1+x+y+z)(1-x-y-z) = [x-(y+z)](1-x-y-z) = 方法一去括号

4. 已知 $x^2 - 3x + 1 = 0$, 求 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 的值.

(1+x)(1+x+y+z)(1+x-y-z)(1-x+y-z)(1-x-y-z) = x^3 方法二去括号

$x = \frac{3}{2}, \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$

直接求 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 为, $x = x + y + z$, $\frac{1}{x} = x + y + z$ 均可

思考·运用 5. 当 $3a^2 + ab - 2b^2 = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$), 求 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} - \frac{a^2 + b^2}{ab}$ 的值.

6. 已知 $a = \frac{1}{20}x + 20, b = \frac{1}{20}x + 19, c = \frac{1}{20}x + 21$, 求代数式 $a^2 + b^2 +$

$c^2 - ab - bc - ac$ 的值.

$= \frac{1}{400}x^2 + \frac{1}{20}x + 400 + \frac{1}{400}x^2 + \frac{1}{20}x + 380 + \frac{1}{400}x^2 + \frac{1}{20}x + 420 = \frac{3}{400}x^2 + \frac{3}{20}x + 1180$ (1)

$= (\frac{1}{20}x + 20)(\frac{1}{20}x + 19) + (\frac{1}{20}x + 19)(\frac{1}{20}x + 21) + (\frac{1}{20}x + 21)(\frac{1}{20}x + 20)$ (2)

$= (\frac{1}{20}x + 20)(\frac{1}{20}x + 19) + (\frac{1}{20}x + 19)(\frac{1}{20}x + 21) + (\frac{1}{20}x + 21)(\frac{1}{20}x + 20)$ (3)

探究·拓展 7. 已知 $a+b+c=0$, 求 $a(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) + b(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}) + c(\frac{1}{a} + \frac{1}{b})$ 的值.

$= (\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a})(a+b+c) = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a}$ (4)

1.2

因式分解



我们有时需要将一个多项式化为几个整式积的形式,这就是我们通常所说的因式分解。因式分解是最常见也是最重要的代数式变形方法之一。同学们在初中已经学过了公式法及提取公因式法分解,本节介绍分解因式的其他方法。



1.2.1 十字相乘法

我们知道, $8 \times (1-x) = (8-x) \times 1 = 8 \times (1-x) = (8-x) \times 1 = (8-x)$

我们知道

反过来,就得到二次三项式 x^2+5x+6 的因式分解形式,即

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3).$$

其中常数项 6 分解成 2,3 两个因数的积,而且这两个因数的和等于一次项的系数 5,即 $6=2 \times 3$,且 $2+3=5$ 。

一般地,由多项式乘法,

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab.$$

反过来,就得到

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

这就是说,对于二次三项式 x^2+px+q ,如果能够把常数项 q 分解成两个因数 a,b 的积,并且 $a+b$ 等于一次项的系数 p ,那么它就可以分解因式,即 $x^2+px+q=x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$ 。

评析 先因式分解再乘除,去括号,去分母,去括号,去分母。

怎样拆分才是有效的,还需要同学们在学习中多揣摩,多练习,才可以做到熟能生巧。

比如 $x^2-3x-28$ 就可以用这种“十字”形的式子表示为



从而 $x^2-3x-28$ 可以分解为 $(x-7)(x+4)$ 。

例 1 把下列各式分解因式:

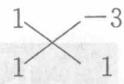
$$(1) x^2-2x-3;$$

$$(2) -12a^2+17a-6;$$

$$(3) x+y+(x+y)^2-2.$$

解 (1) $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$.

(2) $-12a^2 + 17a - 6 = (-3a+2)(4a-3)$



解 (3) $x+y+(x+y)^2 - 2 = (x+y)^2 + (x+y) - 2$

$= [(x+y)+2][(x+y)-1]$.



评析 第(2)题, -12 可以有多种拆分方法, $-12=12\times(-1)=1\times(-12)=6\times(-2)=(-6)\times2=4\times(-3)=(-4)\times3$, 同样的 -6 也有多种拆分方法, 哪一种组合才能通过十字交叉相乘相加而得 17 , 同学们要多练习才能熟练掌握这种技巧. 第(3)题, 首先将 $x+y$ 看成一个字母, 再将它降幂排列, 最后用十字相乘法就较简便了.

例 2 分解因式 $3x^2 + 5xy - 2y^2 + x + 9y - 4$.

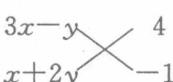
解 $3x^2 + 5xy - 2y^2 + x + 9y - 4$

将一个式子或一项看作一个整体, 这体现了一个重要的数学思想——整体思想.

$= (3x-y)(x+2y) + (x+9y)-4$



$= (3x-y+4)(x+2y-1)$.



评析 先将三个二次项用十字相乘法分解因式, 再用一次十字相乘法分解因式, 此种方法叫做双十字相乘法分解因式.

练习

感受·理解

1. 把下列各式分解因式:

(1) $b^2 + 3b - 10$; (2) $y^2 - 6y + 8$; (3) $x^2 - 5x - 6$;

(1)

(2)

(3)

(4) $-a^2 + 7a - 12$; (5) $4x^2 - 20x + 25$; (6) $-x^2 + 5x - 6$.

去括号与合并同类项 2.3

个具加减乘除运算，初学因循长，左乘除怕迷路出迷宫干校

怕走因循长路长，公用公乘数中用各从再，左因循长路通神而然，胆

思考·运用 例 2. 把下列各式因式分解：一知能长以短，项目

(1) $3x^2 + bx - 2b^2$; (2) $a^2 b^2 + 7ab + 10$; (3) $bc^3 + bd^3$;

x² + 3x + 2 + 5 = (1) 路

(里长) (a + b)(a + c) =

(左因循长路再) (a + b)c + (a + c)² =

(左因循长路通神而然) (a + b)(a + c) + 5c = (4) $6(x - 6) + 2x^2$; (5) $a^3 b - 45ab - 4a^2 b$; (6) $x^2 + \frac{1}{x^2} - 6$.

x² + 3x + 2 + 5 = 路

3 + (1 + 2x + 3x + 5) =

3 + (1 + x) =

3 + (1 + x) =

探究·拓展 3. 把下列各式分解因式：

(1) $(x - y)(x - y - 3) + 2$; (2) $(x^2 + 3x - 3)(x^2 + 3x + 4) - 8$;

x² + 3x - 3 + x² + 3x + 4 =

(x - y)(x - y - 3) + 2(x - y) + 2x =

(2) $(x^2 + 3x - 3)(x^2 + 3x + 4) - 8$;

x² + 3x - 3 + x² + 3x + 4 =

(x - y - 3) - (x - y + 4) =

(x - y - 3) - (y + 4)(x - y + 4) =

(3) $(x - 1)x(x + 1)(x + 2) - 24$;

. 路怕 $x - 1$ 未入升， $x - 1 = 0$ 钱顶 $x = 1$ 由 一补食. 路怕 $x - 1$ 未入升， $x - 1 = 0$ 钱顶 $x = 1$ 由 二补食

(4) $2x^2 + xy - y^2 - 4x + 5y - 6$.

x² + xy - y² - 2x + 5y - 6 =

x² - y² + xy - 2x + 5y - 6 =

x² - y² + xy - 2x + 5y - 6 =

x² - y² + xy - 2x + 5y - 6 =

$x^3+9+3x^2+3x = (x^3+3x^2)+(3x+9) \quad \text{或 } x^3+9+3x^2+3x = (x^3+9)+(3x^2+3x)$

1.2.2 提取公因式法与分组分解法

对于项数比较多的多项式,分解因式时,要先将各项分成几个组,然后将每组分解因式,再从各组中提取公因式,达到分解因式的目的. 所以分组时一定要确保每组有相同的公因式可提取.

例1 分解因式:(1) x^3+9+3x^2+3x ; (2) $2x^2+xy-y^2-4x+5y-6$.

解 (1) x^3+9+3x^2+3x

$$= (x^3+3x^2)+(3x+9) \quad (\text{分组})$$

$$= x^2(x+3)+3(x+3) \quad (\text{每组分解因式})$$

$$= (x+3)(x^2+3) \quad (\text{提取相同的公因式})$$

$$\text{或 } x^3+9+3x^2+3x$$

$$= (x^3+3x^2+3x+1)+8$$

$$= (x+1)^3+8$$

$$= (x+1)^3+2^3$$

$$= [(x+1)+2][(x+1)^2-(x+1)\times 2+2^2]$$

$$= (x+3)(x^2+3).$$

$$(2) \quad 2x^2+xy-y^2-4x+5y-6$$

$$= 2x^2+(y-4)x-y^2+5y-6$$

$$= 2x^2+(y-4)x-(y-2)(y-3)$$

$$= (2x-y+2)(x+y-3).$$

$$\text{或 } 2x^2+xy-y^2-4x+5y-6$$

$$= (2x^2+xy-y^2)-(4x-5y)-6$$

$$= (2x-y)(x+y)-(4x-5y)-6$$

$$= (2x-y+2)(x+y-3).$$

例2 已知 $a+2b=3$,求 $a^2+2a+4b^2+4b+4ab-3$ 的值.

分析一 由 $a+2b=3$ 可得 $a=3-2b$,代入未知式中化简可得解.

分析二 可将未知式化简及分解因式,再整体代入可得解.

解法一 因为 $a+2b=3$,所以 $a=3-2b$. 代入

$$a^2+2a+4b^2+4b+4ab-3$$

$$= (3-2b)^2+2(3-2b)+4b^2+4b+4(3-2b)b-3$$

$$= 9-12b+4b^2+6-4b+4b^2+4b+12b-8b^2-3$$

$$= 12.$$

$$\begin{aligned} \text{解法二 } a^2 + 2a + 4b^2 + 4b + 4ab - 3 &= (a^2 + 4ab + 4b^2) + (2a + 4b) - 3 \\ &= (a+2b)^2 + 2(a+2b) - 3 = 3^2 + 2 \times 3 - 3 = 12. \end{aligned}$$

例3 把下列各式分解因式:

$$\begin{array}{ll} (1) x^2 + 2y - y^2 - 2x; & (2) 2a^2 + bc^2 - 2ac - a^2b; \\ (3) a^2 + b^2 + 2ac + 2bc + 2ab; & (4) 4x^2 - z^2 - 4xy + y^2. \end{array}$$

(1) 分析一 从次数的角度看,可以将 x^2 与 y^2 , $2x$ 与 $2y$ 合并,分组分解.

分析二 从合并同类项的字母角度看,可以将 x^2 , $2x$; y^2 , $2y$ 分

组再分解.

解法一 $x^2 + 2y - y^2 - 2x$

$$= (x^2 - y^2) - (2x - 2y)$$

$$= (x+y)(x-y) - 2(x-y)$$

$$= (x-y)(x+y-2)$$

解法二 $x^2 + 2y - y^2 - 2x$

$$= (x^2 - 2x) + (2y - y^2)$$

$$= (x^2 - 2x + 1 - 1) - (y^2 - 2y + 1 - 1)$$

$$= [(x-1)^2 - 1] - [(y-1)^2 - 1]$$

$$= (x-1)^2 - (y-1)^2$$

$$= [(x-1) + (y-1)][(x-1) - (y-1)]$$

$$= (x+y-2)(x-y).$$

(2) 分析 从次数角度看 $2a^2$ 与 $-a^2b$, bc^2 与 $-2ac$ 分组后都可以分解因式,但它们之间没有公因式,从数字角度看可以将 $2a^2$ 与 $-2ac$, bc^2 与 $-a^2b$ 分组,再分解因式.

解 $2a^2 + bc^2 - 2ac - a^2b$

$$= (2a^2 - 2ac) + (bc^2 - a^2b)$$

$$= 2a(a-c) - b(a^2 - c^2)$$

$$= 2a(a-c) - b(a+c)(a-c)$$

$$= (a-c)[2a - b(a+c)]$$

$$= (a-c)(2a - ab - bc).$$

(3) 分析 本题中是五项式,可以采用三、二分组分别分解,看是否有公因式可以提取.

解 $a^2 + b^2 + 2ac + 2bc + 2ab$

$$= (a^2 + 2ab + b^2) + (2ac + 2bc) = (a+b)^2 + 2c(a+b)$$

$$= (a+b)(a+b+2c).$$

8-(01+05)+(04) (4) 解 $4x^2 - z^2 - 4xy + y^2$ 二项式

$$\begin{aligned} 81 &= a - b, \quad 8 + b = (4x^2 - 4xy + y^2) - z^2 = \\ &= (2x - y)^2 - z^2 \end{aligned}$$

$$=(2x - y + z)(2x - y - z). \quad (1)$$

$$8+q+d-8-d \quad (4) \quad 8+q+d+8+d+8 \quad (8)$$

1.2.3 $ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的因式分解

若关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个实数根是 x_1, x_2 ,

则二次三项式 $ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 就可分解为

$$a(x - x_1)(x - x_2).$$

例 把下列关于 x 的二次多项式分解因式:

$$(1) x^2 + 2x - 1; \quad (2) x^2 + 4xy - 4y^2.$$

解 (1) 令 $x^2 + 2x - 1 = 0$, 解得

$$x_1 = -1 + \sqrt{2}, \quad x_2 = -1 - \sqrt{2},$$

所以 $x^2 + 2x - 1 =$

$$=[x - (-1 + \sqrt{2})][x - (-1 - \sqrt{2})]$$

$$=(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2}).$$

(2) 令 $x^2 + 4xy - 4y^2 = 0$, 则解得

$$x_1 = (-2 + 2\sqrt{2})y, \quad x_2 = (-2 - 2\sqrt{2})y,$$

$$\text{所以 } x^2 + 4xy - 4y^2 = [x + 2(1 - \sqrt{2})y][x + 2(1 + \sqrt{2})y].$$

总结 多项式分解因式的步骤:

- 如果多项式的各项有公因式, 先提取公因式;
- 如果各项没有公因式, 可以尝试运用公式来分解;
- 如果用上述方法不能分解, 可以尝试用分组或其他方法(例如十字相乘法)来分解;
- 分解因式, 必须使每一个多项式因式都不能再分解为止.

* 练习

感受·理解

1. 选择题:

多项式 $2x^2 - xy - 15y^2$ 的一个因式为()

- (A) $2x - 5y$ (B) $x - 3y$ (C) $x + 3y$ (D) $x - 5y$

直接写得数 2. 分解因式:

(1) x^2+6x+8 ; (2) $8a^3-b^3$;

(3) x^2-2x+1 ; (4) $4(x-y+1)+y(y-2x)$;

分解因式
;
; 1 + y - xy + yx - yx² (1)

(5) x^2-x-1 ; (6) $3x^2-x-1$.

; 3x²-x-1 = 3x²+2x+5-5x (3)

思考·运用

3. 把下列各式分解因式:

(1) $x^2-a^2-2x-2a$; (2) $4x^2-8x-12y-9y^2$;

; 4x²-8x+4y+9y²-5y (2)

(3) $a(a+3)^2-a(a-b)^2$; (4) $4b^2-10b+c^2-5c+4bc+6$;

; 3b²-5b+4bc-5c (4)

(5) $a^2+ab-2ac-bc+c^2$.