教育部高职高专规划教材
Jiaoyubu Gaozhi Gaozhuan Guihua Jiaocai

概率与数理统计

第二版

常柏林　李效羽　卢静芳　钱能生　编

高等教育出版社
HIGHER EDUCATION PRESS

教育部高职高专规划教材

概率与数理统计

(第　二　版)

常柏林　李效羽　卢静芳　钱能生 编

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

概率与数理统计/常柏林等编.—2版.—北京:高等教育出版社,2001(2002重印)
ISBN 7-04-008480-5

Ⅰ.概... Ⅱ.常... Ⅲ.①概率论②数理统计
Ⅳ.021

中国版本图书馆CIP数据核字(1999)第56395号

概率与数理统计(第二版)
常柏林 李效羽 卢静芳 钱能生 编

出版发行	高等教育出版社		
社　　址	北京市东城区沙滩后街55号	邮政编码	100009
电　　话	010-64054588	传　　真	010-64014048
网　　址	http://www.hep.edu.cn		
经　　销	新华书店北京发行所		
排　　版	高等教育出版社照排中心		
印　　刷	北京市鑫鑫印刷厂		
		版　　次	1992年4月第1版
开　　本	850×1168　1/32		2001年6月第2版
印　　张	7.375	印　　次	2002年1月第3次印刷
字　　数	180 000	定　　价	7.50元

凡购买高等教育出版社图书，如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请在所购图书销售部门联系调换。

内容提要

本书是教育部高职高专规划教材，是在第一版基础上，根据新的教学基本要求修订而成.本书第一版曾获第三届国家教委优秀教材一等奖.

内容包括概率及数理统计方面的教学基本内容.

本书可作为高职高专院校工科各专业概率与数理统计课程的教材，也可供工程技术人员和经管类各专业学生学习参考.

出版说明

教材建设工作是整个高职高专教育教学工作中的重要组成部分。改革开放以来,在各级教育行政部门、学校和有关出版社的共同努力下,各地已出版了一批高职高专教育教材。但从整体上看,具有高职高专教育特色的教材极其匮乏,不少院校尚在借用本科或中专教材,教材建设仍落后于高职高专教育的发展需要。为此,1999 年教育部组织制定了《高职高专教育基础课程教学基本要求》(以下简称《基本要求》)和《高职高专教育专业人才培养目标及规格》(以下简称《培养规格》),通过推荐、招标及遴选,组织了一批学术水平高、教学经验丰富、实践能力强的教师,成立了"教育部高职高专规划教材"编写队伍,并在有关出版社的积极配合下,推出一批"教育部高职高专规划教材"。

"教育部高职高专规划教材"计划出版 500 种,用 5 年左右时间完成。出版后的教材将覆盖高职高专教育的基础课程和主干专业课程。计划先用 2～3 年的时间,在继承原有高职、高专和成人高等学校教材建设成果的基础上,充分汲取近几年来各类学校在探索培养技术应用性专门人才方面取得的成功经验,解决好新形势下高职高专教育教材的有无问题;然后再用 2～3 年的时间,在《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》立项研究的基础上,通过研究、改革和建设,推出一大批教育部高职高专教育教材,从而形成优化配套的高职高专教育教材体系。

"教育部高职高专规划教材"是按照《基本要求》和《培养规格》的要求,充分汲取高职、高专和成人高等学校在探索培养技术应用性专门人才方面取得的成功经验和教学成果编写而成的,适用于

高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校使用。

教育部高等教育司

2000 年 4 月 3 日

第二版前言

本书是在1993年第一版的基础上，根据新的教学基本要求修订的．本书可作为高等工程专科教育、高等职业技术教育、成人教育专科层次概率与数理统计课程的教材，也可供上述高等教育本科层次以及工程及其他各类技术人员参考．

本书力求在结构体系、内容安排、习题选择等方面体现专科特色，力求贯彻以应用为目的，以必需够用为度的原则，努力使学生了解概率与数理统计的基本概念和基本理论，初步掌握处理随机现象的基本思想和方法，培养学生运用概率统计方法分析和解决实际问题的能力．

使用本书应注意：一、不要照本宣科；二、注重讲清概念、减少数学论证；三、注重学生统计计算能力的训练和分析问题、解决问题能力的培养并鼓励学生创造能力的发挥；四、努力与现代化教学手段特别是计算机教学相结合．

参加本书第一版编写工作的有常柏林、卢静芳、李效羽；参加本书第二版编写工作的有常柏林（盐城师范学院教授）、李效羽（湖南计算机高等专科学校副教授）、钱能生（广东五邑大学教授），最后由常柏林统稿定稿．

唐强（成都大学副教授）、黄炳章（上海纺织高等专科学校副教授）、王建武（郑州工业高等专科学校副教授）、王秋庭（武汉冶金科技大学副教授）、杨载朴（盐城工学院副教授）等同志对本书第二版的编写给予了热情的帮助和支持，对此我们表示衷心的感谢．

书中不足之处，敬请读者批评指正．

编者

1999年5月

第一版前言

为了适应高等工程专科学校培养应用性人才的需要，改变专科照搬本科教材的现状，提高高等工程专科数学教学质量，我们在国家教委高教司的领导下，在全国高等工程专科数学教材编审组的组织下，在高等教育出版社的指导下，根据高等学校工程专科概率与数理统计课程的教学基本要求，编写了本教材.

本书在结构体系，内容安排、习题选择等方面努力体现专科特色，力求贯彻以应用为目的、以必需够用为度的原则，注重学生基本运算能力的训练和分析问题、解决问题能力的培养，注意讲清概念、减少数学论证和加强理论与实践的联系.

本教材实际授课时数为 38～50.

参加本书编写工作的有常柏林(盐城工业专科学校副教授)，卢静芳(长春建筑高等专科学校副教授)，李效羽(湖南计算机专科学校副教授)，最后由常柏林统稿定稿.

本书由湖南省数学学会副理事长、中南工业大学蔡海涛教授担任主审，参加审稿的还有肖必泉(厦门大学)、夏浩然(长沙有色金属专科学校)、梅顺治(武汉河运专科学校)等同志.苏永法(南京机械专科学校)、邢文斗(沈阳工业高等专科学校)、章平(南京交通高等专科学校)、钱翼文(上海轻工业高等专科学校)、彭延铭(上海冶金高等专科学校)、樊启宙(南昌水利水电专科学校)、郑吉富(重庆钢铁专科学校)、谭玉明(新疆煤炭专科学校)等同志对本书的编写给予了热情的帮助和支持.对此，我们表示衷心的感谢.

由于我们水平有限，书中一定存在着不少缺点和错误，敬请读者批评指正.

编　者

1992 年 4 月

目　　录

第一章 随机事件与概率

第一节 随机事件

一、随机试验与随机事件

1. 随机现象

自然现象与社会现象是各式各样的，若从结果能否预言的角度出发去划分，可以分为两大类. 其中一类现象是可以预言其结果的，即在保持条件不变的情况下，重复实验或观察，它的结果总是确定的，这一类现象称为确定性现象. 例如，在标准大气压下，温度达到 100℃ 的纯水必然沸腾；异性电荷必然相互吸引等. 另一类现象是不能预言其结果的，即在保持条件不变的情况下，重复实验或观察，或出现这种结果，或出现那种结果，这一类现象称为随机现象. 例如，掷一枚质地均匀的骰子，所出现的点数；某电话交换台每小时内所接到的呼唤次数；某门炮向某一目标射击，每次弹着点的位置等.

人们发现，随机现象虽然对于个别实验或观察来说，无法预言其结果，但在相同的条件下进行大量的实验或观察时，却又呈现出某种规律性. 例如，掷一枚质地均匀而对称的硬币，当掷的次数相当多时，就会发现出现正面(有花的一面)和反面(有字的一面)次数的比约为 1:1；查看各国人口统计资料，就会发现在新生婴儿中男孩和女孩各约占一半，随机现象所呈现的这种规律性，我们称为随机现象的统计规律性. 概率与数理统计就是揭示和应用随机现象统计规律性的一门学科.

2. 随机试验与随机事件

在一定条件下，对自然现象和社会现象进行的实验或观察，称为试验. 试验通常用 E 表示，举例如下：

例 1 E_1：掷一枚质地均匀的硬币，观察它出现正面或反面；

例 2 E_2：掷一枚质地均匀的骰子，观察它出现的点数；

例 3 E_3：记录某电话交换台一小时内接到的呼唤次数；

例 4 E_4：一射手进行射击，直到击中目标为止，观察他的射击情况；

例 5 E_5：在一批灯泡里，任取一只，测试它的寿命.

上面 5 个试验有以下的共同特性：

(1) 可以在相同的条件下重复进行；

(2) 每次试验的可能结果不止一个，但事先明确试验的所有可能结果；

(3) 每次试验之前不能确定哪一个结果会出现.

我们把具有上述三个特性的试验称为随机试验. 显然，上述 5 个试验都是随机试验，今后所说的试验也都是随机试验.

随机试验的结果称为该随机试验的随机事件，简称事件. 事件通常用字母 $A, B, C, \cdots$ 表示. 例如，在例 2 中，"出现奇数点"是随机事件，在例 5 中，"所取灯泡的寿命不超过 1 000 小时"是随机事件等等.

概率与数理统计是通过随机试验中的随机事件来研究随机现象的.

二、基本事件与样本空间

随机试验的每一个可能的基本结果称为这个试验的一个基本事件(样本点)，记作 ω. 全体基本事件的集合称为这个试验的样本空间，记作 Ω.

例如，例 1 中的试验，基本结果有两个：正(正面向上)，反(反

面向上),即有两个基本事件:正、反,这个试验的样本空间为

$\Omega_1=\{正,反\}$

例 2 中的试验,基本结果有六个:“出现 1 点”,“出现 2 点”,…,“出现 6 点”,分别用 1,2,3,4,5,6 表示,即有六个基本事件:1,2,3,4,5,6;这个试验的样本空间为

$\Omega_2=\{1,2,3,4,5,6\}$

同样例 3,例 4,例 5 的样本空间分别为

$\Omega_3=\{0,1,2,\cdots\}$

$\Omega_4=\{1,01,001,\cdots\}$,这里的 0 表示没有击中,1 表示击中

$\Omega_5=\{t\mid t\geqslant 0\}$

显而易见,随机事件或为基本事件,或由基本事件所组成,因此随机事件是样本空间 Ω 的子集.我们说事件发生是该事件中的一个基本事件发生;反过来,如果某事件中的一个基本事件发生,则该事件发生.

例如,在例 2 中,$A=\{1,3,5\}$ 是 Ω_2 的一个子集,它表示“出现奇数点”.我们说 A 发生,是指“出现 1 点”、“出现 3 点”、“出现 5 点”这三个基本事件中的一个发生;反过来,当“出现 1 点”,“出现 3 点”,“出现 5 点”这三个基本事件之一发生时,事件 A 发生.“出现偶数点”为事件 $B=\{2,4,6\}$,“出现的点数不超过 4”为事件 $C=\{1,2,3,4\}$.又如,在例 3 中,$D=\{t\mid 500\leqslant t\leqslant 600\}$ 是 Ω_5 的一个子集,它表示事件“灯泡的寿命在 500 小时与 600 小时之间”.

特殊地,Ω 也是一个随机事件,由于每次试验总是 Ω 中的一个基本事件发生,即 Ω 必然发生,所以 Ω 称为必然事件,它是一个特殊的“随机”事件.同样空集 $\varnothing$ 也是一个特殊的“随机”事件,由于任何一个基本事件都不属于 $\varnothing$,这样在每一次试验中,$\varnothing$ 都不可能发生,所以,我们称 $\varnothing$ 为不可能事件.例如,在例 2 中,事件“点数不大于 6”是必然事件,“点数大于 6”是不可能事件.显然,必然事件与不可能事件所反映的现象是确定性现象,并不具有

随机性,这说明确定性现象是作为随机现象的特例来研究的.

三、事件的关系与运算

和集合的关系与集合的运算相对应,下面介绍事件之间的关系与事件的运算.

设 Ω 为样本空间,$A,B,A_k(k=1,2,3,\cdots,n,\cdots)$为事件,它们都是 Ω 的子集.

1. 包含关系

如果事件 A 发生,导致 B 必然发生,则称事件 B 包含事件 A.记为 $A\subset B$ 或$B\supset A$.

例如在例 2 中,若记:

$A=\{1,3,5\}$,即“出现奇数点”;

$B=\{1,2,3,4,5\}$,即“出现的点数不超过 5”.

显然 $A\subset B$,即事件 B 包含事件A.这是因为若事件“出现奇数点”发生,则事件“出现的点数不超过 5”必然发生.

包含关系可用图 1-1 直观地说明.

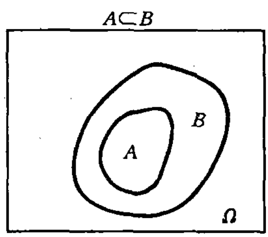

图 1-1

2. 相等关系

如果 $A\subset B$ 且$B\subset A$,则称事件 A 与事件B 相等.它表示 A 与B 在本质上是同一个事件.

3. 事件的并

事件 A 与事件B 中至少有一个发生的事件,称为事件 A 与事件B 的并,记为:$A\cup B$(或 $A+B$)(图 1-2).

例如,在例 2 中若记:

$A=\{1,3,5\}$,即“出现奇数点”;

$B=\{1,2,3,4\}$,即“出现的点数不超过 4”,

则　　$A\cup B=\{1,2,3,4,5\}$,即“出现的点数不超过 5”.

类似地,称“n 个事件$A_1,A_2,\cdots,A_n$ 中至少有一个发生”的

事件为 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的并，记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$；称“可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 中至少有一个发生”的事件为可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的并记为 $\bigcup\limits_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \cup \cdots$.

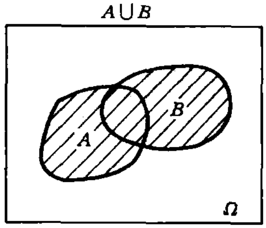

图 1－2

4. 事件的交

事件 A 与事件 B 同时发生的事件，称为事件 A 与事件 B 的交，记为 $A \cap B$（或 AB）（图 1－3）.

例如，在例 2 中，若记：

$A = \{1,3,5\}$，即“出现奇数点”；

$B = \{1,2\}$，即“出现的点数不超过 2”；

则 $A \cap B = \{1\}$，即“出现 1 点”.

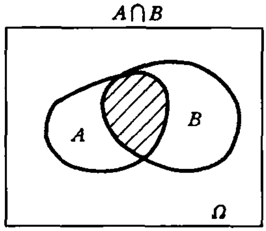

图 1－3

类似地，称“n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 同时发生”的事件为 n 个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的交，记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{n} = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$；称“可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 同时发生”的事件为可列个事件 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 的交，记为 $\bigcap\limits_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n \cap \cdots$.

5. 互不相容事件

如果事件 A 与事件 B 不可能同时发生，即 $A \cap B = \varnothing$，则称 A, B 是互不相容事件（图 1－4）.

例如，在例 2 中，若记：

$A = \{1,3,5\}$，即“出现奇数点”，

$B = \{2,4\}$，即“出现小于 5 的偶数点”；