



特别合作
sina 新浪教育

学生用书

®

倍速

$100+100+100 \neq 1000000$

训练法

一套好的训练模式 + 一套好的训练方法 + 一套好的训练内容 = 一个最佳的学习教练

高中数学 选修

2-1

北师大版

总主编 刘增利®

打造学科 第一



北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE (GROUP)



北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

特别合作
sina 新浪教育

学生用书

倍速[®]

$100+100+100=10000000?$

beisu xunlianfa

训练法

高中数学选修

2-1

北师大版 总主编 刘增利

学科主编 杨文彬
本册主编 耿淑梅
编者 耿淑梅 卢美子

 北京出版社出版集团
BEIJING PUBLISHING HOUSE (GROUP)

 北京教育出版社
BEIJING EDUCATION PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

倍速训练法: 北师大版·高中数学: 选修 / 刘增利主
编. —北京: 北京教育出版社, 2008.9
ISBN 978-7-5303-6778-0

I. 倍… II. 刘… III. 数学课—高中—习题 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 148164 号

编读交流平台

- ✉ 主编邮箱: zhubian@wxsw.cn (任何疑问、意见或建议, 皆请提出, 我们是很虚心的。)
投稿邮箱: tougao@wxsw.cn (想让大家分享你的学习心得和人生体验吗? 快投稿吧!)
求购邮箱: qiugou@wxsw.cn (什么书适合自己, 在哪能买到? 我们的选书顾问为你量身选择。)
☎ 图书质量监督电话: 010-62380997 010-58572393 010-82378880 (含图书内容咨询)
传真: 010-62340468

- 📱 销售服务短信:
中国移动用户发至 625551001
中国联通用户发至 725551001
小灵通用户发至 9255551001

- 建议咨询短信:
中国移动用户发至 625556018
中国联通用户发至 725556018
小灵通用户发至 925556018

想知道更多的图书信息, 更多的学习资源, 请编辑手机短信“万向思维”发送至 106650120; 想
知道更多的考试信息, 更多的学习方法, 请编辑相应的手机短信“小学学习方法”“初中学习方法”
或“高中学习方法”发送至 106650120。

🏠 通信地址: 北京市海淀区王庄路 1 号清华同方科技广场 B 座 11 层万向思维 (邮编 100083)。

最新“万向思维金点子”奖学金获奖名单 (2008 年 1 月 10 日)

“创意之星”一等奖

杜舒 (黑龙江肇东) 周佑海 (陕西安康)

“创意之星”二等奖

薛明 (安徽宿州) 王辉仁 (湖南衡阳) 花宇 (广西北海) 彭明松 (湖南洞口) 熊睿 (江西丰城)
罗小波 (四川江油) 宗大城 (吉林辽源) 钟智全 (湖北天门) 刘欢 (河南内黄) 庾蓉 (四川遂宁)
慕绪兵 (甘肃镇原) 杨静茹 (陕西宝鸡) 陈博 (湖北黄石) 蒲艳秋 (广西南宁)

纠错王

胡佳高 (湖北孝感) 余剑波 (安徽黄山) 董红 (新疆吐鲁番) 王威风 (广东化州) 王振鹏 (吉林通化)

中华人民共和国北京市海诚公证处

公证员

成文瑾

二〇〇八年一月二十九日

公证处

倍速训练法

BEI SU XUN LIAN FA

[高中数学选修 北师大版]

策划设计 北京万向思维基础教育教学研究中心数学教研组

总主编 刘增利

学科主编 杨文彬

本册主编 耿淑梅

责任编辑 阳华 沈磊

责任审读 卢美子

责任校对 王胡权 周广英 张娟

责任录排 谭洁

封面设计 魏晋

版式设计 廉赢

出

版 北京出版社出版集团

发

行 北京教育出版社

印

刷 北京出版社出版集团

经

销 陕西思维印务有限公司

开

本 各地书店

印

张 890×1240 1/16

字

数 47.5

版

次 1 189 千字

印

次 2008 年 9 月第 1 版

书

号 2008 年 9 月第 1 次印刷

定

价 ISBN 978-7-5303-6778-0/G·6697

版权所有 翻印必究

倍速训练法

本书特点

本书采用题组训练法。首先进行“基础巩固题组”“综合应用题组”“探究创新题组”训练。所有题组采用例题和习题左右对照的方式,每一个题组从不同角度、不同侧面、不同层次进行变式训练,培养学生解题的灵活性和思维的发散性。然后进入水平自测,巩固前面所学的知识点和解题方法,并发现自己的不足之处,从而集中精力攻克。在编制题组时,注意新旧知识间的联系,采用小坡度、大容量的形式,分散难点,强化重点知识、方法的训练。

③ 训练导航

用精练的语言说明训练要达到的目标,让学生明确训练方向。

③ 基础巩固题组

目的在于帮助学生理解与掌握基础知识,培养运用这些知识解题的能力。

③ 综合应用题组

由综合题、应用题组成,旨在培养学生灵活运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

③ 探究创新题组

提供具有探究思考价值的题组,培养学生的创新意识。

第一章 常用逻辑用语

WAN XIANGE SEWEN

第一章 常用逻辑用语

1.1 命题

一、训练导航

1. 了解命题、真命题、假命题的概念,能够指出一个命题的条件和结论。
2. 了解命题的原命题、逆命题、否命题、逆否

- 命题,会分析四种命题的相互关系。
3. 能熟练判断命题的真假性。

二、基础巩固题组

【典型例题】

例 1. 判断下列语句是否是命题。若是,判断真假,并说明理由。

- (1) 等边三角形是等腰三角形。
- (2) 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- (3) 一个数不是正数就是负数。
- (4) 大角所对的边大,小角所对的边小。
- (5) 若 $x+y$ 为有理数,则 x, y 也都是有理数。

分析: 判断一个语句是不是命题,就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件。

三、综合应用题组

【典型例题】

例 4. 试判断命题“若 $x \neq 1$ 或 $x \neq 2$, 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”的真假。

分析: 本题不易判断,可通过判断它的逆否命题来解决。

解: 原命题为“若 $x \neq 1$ 或 $x \neq 2$, 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”, 逆否命题为“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x = 1$ 且 $x = 2$ ”。显然这是一个假命题,故原命题也是假命题。

点拨: 当一个命题是否定形式的命题,且不易判断真假时,可以通过判断与之等价的逆否命题的真假……

四、探究创新题组

【典型例题】

例 7. 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负实根, q : 关于 x 的方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根, 若“ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为假, 求 m 的取值范围。

分析: 首先确定命题 p 和 q 中 m 的取值范围, 然后根

【跟踪训练】

1. 下列语句中是命题的是()。
A. 证明方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 没有实数根
B. 4 比 2 大吗
C. 如果 $a+b$ 为无理数, 那么 a, b 都是无理数
D. 全校的学生和老师
2. 判断下列语句哪些是命题, 哪些不是, 是命题的请判断真假。
(1) 3 是 15 的约数;
(2) 15 能被 3 整除吗?

【跟踪训练】

5. 为使下列 $p(x)$ 为真命题, 求 x 的取值范围。
(1) $p(x): x^2 + 2 > 3x$;
(2) $p(x): 15x - 21 \geq 3$;
(3) $p(x): \frac{2x-1}{x-1} > 1$;
(4) $p(x): (x-2)(x+3) > 6$ 。

【跟踪训练】

9. 设有两个命题: $p: |x| + |x-1| \geq m$ 的解集为 $\mathbf{R}$; q : 函数 $f(x) = -(7-3m)^x$ 是减函数, 若这两个命题中有且只有一个真命题, 求实数 m 的取值范围。

倍速 训练法

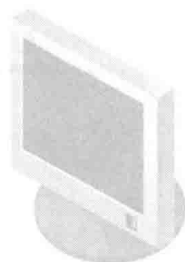
高中数学 选修 2-1
北师大版

一套好的训练模式

一套好的训练方法

一套好的训练内容

一个最佳的学习教练



倍速 训练法

五、解题规律总结

1. 可以判断真假的陈述句叫做命题。因此,判断一个语句是不是命题,要看它是否符合“陈述句”和“可以判断真假”这两个条件。

2. 当一个命题的真假不易判断时,往往可以判断原命题的逆否命题的真假,从而判断出原命题的真假。

题的真假。

3. 间接法常用于证明如下形式的问题:否定性问题,存在性、唯一性命题,至多、至少问题,结论的反面比原结论更具体、更易于研究和掌握的命题。

六、水平自测

1. 下列语句不是命题的是()。

- A. 所有三角形都全等
- B. 两军相遇勇者胜
- C. 3 大于 2
- D. 连结 A、B 两点

9. 在公比为 q 的等比数列 $\{a_n\}$ 中,前 n 项的和为 S_n ,若 S_m, S_{m+2}, S_{m+1} 成等差数列,则 a_m, a_{m+2}, a_{m+1} 成等差数列。

- (1) 写出这个命题的逆命题;
- (2) 判断公比 q 为何值时,逆命题为真。公比 q 为何

本章总结

一、本章知识结构

二、综合应用拔高题组训练

【典型例题】

例 1. 写出下列命题的否定,并判断其真假:

- (1) $p: m \leq \frac{1}{4}$ 时, $mx^2 - x + 1 = 0$ 无实根;
- (2) q : 所有的正方形都是矩形;
- (3) r : 过平面内一点只能作一条直线与已知直线垂直;

【跟踪训练】

1. 某足球队队员的全体构成集合 A , 写出下列命题的否定:

- (1) p : A 中的队员至少有一个山东人;
- (2) q : A 中的队员都是山东人;
- (3) r : A 中的队员都不是山东人;
- (4) s : A 中的队员不都是山东人。

三、本章相关高考信息

1. 高考命题方向探究

逻辑联结词与充要条件这部分,以充要条件为重点考查内容,题型主要有选择题、填空题两种类型,以解答题形式出现的可能性相对较小,以这部分内容为工具和其他知识点(不等式、三角函数、立体几何、解析几何)结合起来综合命题的可能性相对大一些,主要考查学生分析问题和解决问题的能力。

高考中,本章内容的热点仍将在充分条件、必要条件、充要条件及命题真假的判断上,因此理解有关概念,掌握基本方法是学习本章的重点。

全称量词和存在量词为新增内容,在高考中一定会有所体现,多以选择题、填空题形式出现。

2. 高考训练题组

【典型例题】

例 1. (福建高考·2008) 设 P 是一个数集,且至少含有两个数,若对任意 $a, b \in P$, 都有 $a+b, a-b, ab, \frac{a}{b} \in P$

【跟踪训练】

1. (江西高考·2008) 如图 1-1, 正六边形 $ABCDEF$ 中, 有下列四个命题:

本章测试

⑧ 解题规律总结

对本小节中解题的规律、方法和技巧进行系统归纳、总结。

⑨ 水平自测

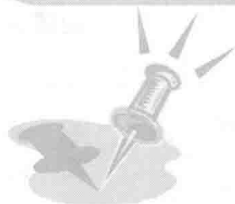
一组易、中、难比例为 3:5:2 的题,让学生了解自己对知识的掌握程度,再进行针对性的训练。

⑩ 本章总结

由本章知识结构、综合应用拔高题组训练、本章相关高考信息三个栏目组成。通过综合训练,分析高考命题趋势,帮助读者系统整理本章知识,提高分析问题和解决问题的能力,了解高考对本章的要求。

⑪ 本章测试

完全按照高考的题型、题量对本章所学知识进行测试,让学生及时了解学习效果,熟悉高考题型和题量。



丛书编委会

万向思维·万卷真情

21 省市区 重点中学骨干教师·省级市级教研员 大联手

语文

高石曾 高乃明 周京昱 郭铁良 吕立人 夏 宇 闫存林 雷其坤 李永茂 穆 昭 马大为 郭家海
周忠厚 李锦航 曹国锋 周玉辉 李祥义 吴朝阳 李宏杰 杜晓蓉 张丽萍 常 炯 刘月波 仲玉江
苏 勤 白晓亮 罗勤芳 朱 冰 连中国 张 洋 郑伯安 李 娜 崔 萍 宋君贤 王玉河 朱传世
张春青 邢冬方 胡明珠 徐 波 韩伟民 王迎利 乔书振 潘晓娟 张连娣 杨 丽 宋秀英 王淑宁
李淑贤 王 兰 孙汉一 陈爽月 黄占林 赵宝桂 常 霞 张彩虹 刘晓静 赵艳玲 马东杰 史玉涛
王玉华 王艳波 王宏伟 辛加伟 宋妍妍 刘 明 赵页珊 张德颖 王良杰 韩志新 柳 莉 宫守君

数学

张 鹤 郭根秋 程 霞 郭翠敏 刘丽霞 王 燕 李秀丽 张贵君 许玉敏 沈 飞 马会敏 张君华
剧荣卿 张 诚 石罗栓 李云雪 扈军平 翟素雪 岳云涛 张巧珍 郭雪翠 张秀芳 岳胜兰 贾玉娟
程秀菊 何中义 邢玉申 成丽君 秦莉莉 藉青刚 郭树林 庞秀兰 马丽红 鲍 静 王继增 孙玉章
刘向伟 韩尚庆 邢 军 张 云 毛玉忠 胡传新 石 蓉 王 伟 刘春艳 王健敏 王拥军 宋美贞
宿守军 王永明 孙向党 吕晓华 樊艳慧 王微微 于宏伟 冯瑞先 刘志风 耿宝柱 李晓洁 张志华
赵凤江 薛忠政 杨 贺 张艳霞 杨 升 赵小红 耿文灵 柴珍珠 杜建明 钱万山 曹 荣 刘军红
瞿关生 高广梅 吴艳学 秦修东 韩宗宝 陈少波 苗汝东 张茂合 张 松 倪立兵 黄有平 钟 政
孟祥忠 周长彦 韩明玉 陈德旭 杨文学 卢永平 何继斌 杜 震

英语

黄玉芳 李星辰 张 卓 马玉珍 张莉萍 刘 欣 李留建 陈秀芳 马三红 应 劼 郭玉芬 阚 晶
赵铁英 王开宇 衣丹彤 李海霞 韩 梅 谢凤兰 孙延河 全晓英 车金贵 陈敬华 马秀英 肖秀萍
曹伟星 刘锦秀 居春芹 周 莉 李晓燕 赵志敏 刘英杰 麻金钟 孔 平 李 霞

物理

陈立华 李隆顺 金文力 王树明 孙嘉平 林萃华 谭宇清 咸世强 张京文 汪维诚 郑合群 赵 炜
成德中 张鉴之 吴蔚文 康旭生 彭怡平 童德欢 靳文涛 赵大梅 张东华 周玉平 赵书斌 王湘辉
王春艳 张淑巧 许康进 宋 伟 王军丽 张连生 于晓东 欧阳自火

化学

吴海君 李 海 郭熙婧 曹 艳 赵玉静 李东红 蒋 艳 代明芳 孙忠岩 荆立峰 杨永峰 王艳秋
王永权 于占清 刘 威 姜 君 唐 微 史丽武 常如正 颀俊英 李玉英 刘松伟 班文岭 谢 虹
魏新华 魏 安 马京莉 孙 京 刘金方 周志刚 张广旭 张秀杰

生物

徐佳姝 邹立新 苑德君 刘正旺 赵京秋 刘 峰 孙 岩 李 萍 王 新 周 梅

政治

徐兆泰 傅清秀 罗 霞 舒嘉文 沈义明 李克峰 张银线 靳 荣 葛本红 陈立华 崔虹艳 帅 刚
张国湘 秦晓明 李 季 朱 勇 陈昌盛 沈洪满

历史

谢国平 张斌平 郭文英 张 鹰 李文胜 张 丹 刘 艳 杨同军 董 岩 姜玉贵

地理

李 军 孙道宝 王忠宽 刘文宝 王 静 孙淑范 高春梅 屈国权 刘元章 陶 琍 孟胜修 丁伯敏
高 枫 卢奉琦 史纪春 魏迎春 李 薇

● 万向思维学术委员会 ●

北京

王大绩 语文特级教师

- 北京市陈经纶中学（原单位）
- 享受国务院特殊津贴专家、北京市语文教学研究会常务理事

北京

徐兆泰 政治特级教师

- 北京市教育科学研究院（原单位）
- 曾为11年全国高考命题人

北京

孟广恒 历史特级教师

- 北京市教育科学研究院（原单位）
- 全国历史教学专业委员会常务理事、北京市历史教学研究会会长

河北

潘鸿章 教授

- 河北师范大学化学系（原单位）
- 享受国务院特殊津贴专家、全国化学教学专业委员会常务理事

山西

田秀忠 语文高级教师

- 山西省太原市杏花实验中学
- 语文本体教学改革研究中心理事、全国中语会优秀教师

山西

高培英 地理特级教师

- 山西省教科所（原单位）
- 山西省地理教学专业委员会理事长

辽宁

林淑芬 化学高级教师

- 辽宁思维学会考试研究中心（原单位）
- 中国教育学会考试专业委员会常委、辽宁省招生考试办公室顾问

吉林

毛正文 副教授

- 吉林省教育学院（原单位）
- 全国化学教学专业委员会理事、吉林省中学化学专业委员会副理事长

黑龙江

朱靖 副研究员

- 黑龙江省教育学院
- 黑龙江省中学化学教学专业委员会秘书长

江苏

曹惠玲 生物高级教师

- 江苏省教研室（原单位）
- 全国生物学教学专业委员会常务理事

浙江

金鹏 物理特级教师

- 浙江省杭州市教育局教研室
- 浙江省物理学会中学教学委员会主任、浙江省天文学会副理事长

浙江

施储 数学高级教师

- 浙江省杭州市教育局教研室
- 浙江省中学数学分会副会长

安徽

章潼生 语文高级教师

- 安徽省合肥市教育局教研室
- 安徽省中学语文教学专业委员会副秘书长

安徽

邢凌初 英语特级教师

- 安徽省合肥市教育局教研室
- 安徽省外语教学研究会副理事长

福建

李松华 化学高级教师

- 福建省教育厅普教教研室（原单位）
- 全国化学教学专业委员会理事、福建省化学教学委员会副理事长兼秘书长

河南

陈达仁 语文高级教师

- 河南省基础教育教研室（原单位）
- 河南省中学语文教材审定委员会委员、中语会理事

湖北

胡明道 语文特级教师

- 湖北省武汉市第六中学
- 全国中学语文教育改革课题专家指导委员会主任委员、湖北省中学语文专业委员会学术委员

湖北

夏正盛 化学特级教师

- 湖北省教学研究室
- 全国化学教学专业委员会常务理事、湖北省中小学教材审定委员会委员

湖南

杨慧仙 化学高级教师

- 湖南省教科院（原单位）
- 全国化学教学专业委员会常务理事、湖南省中学化学教学研究会理事长

新疆

王光曾 化学高级教师

- 乌鲁木齐市教研中心（原单位）
- 新疆中学化学教学专业委员会常务理事、乌鲁木齐市化学学会秘书长

广东

吴毓全 英语特级教师

- 广东省英语教材编写组
- 《英语初级教程》主编

广西

彭运锋 副研究员

- 广西教育学院
- 广西省中学化学教学专业委员会副理事长、会考办副主任、中小学教材审查委员

重庆

郑中和 英语高级教师

- 重庆市教科院
- 全国基础教育研究中心特聘研究员、重庆市外语教学研究会学术委员会主任

四川

汪永琪 化学特级教师

- 四川省教科所（原单位）
- 四川省化学教学专业委员会副理事长兼秘书长

贵州

龙纪文 副研究员

- 贵州省教科所
- 全国中学语文教学专业委员会理事、贵州省中学语文教学专业委员会副理事长

贵州

申萱行 政治特级教师

- 贵州省教科所（原单位）
- 教育部组织编写的七省市政治课实验教材贵州版主编

云南

李正滋 政治特级教师

- 云南省昆明教育学院（原单位）
- 云南省教育厅师处办全省中小学教师校本培训项目专家

陕西

张载锡 物理特级教师

- 陕西省教科所（原单位）
- 全国物理教学专业委员会会员、陕西省物理学会会员

甘肃

白春永 物理特级教师

- 甘肃省兰州第一中学（原单位）
- 甘肃省教育学会副会长、甘肃省物理教学专业委员会副理事长

甘肃

周雪 物理高级教师

- 甘肃省教科所
- 中国物理学会理事、甘肃省物理学会常务理事

● 你的专家朋友 ●

请与他们联系，专家邮箱：zhuanjia@wxsw.cn

王建民 数学特级教师



原单位：中关村中学
为中国数学奥林匹克高级教练。
曾任北京市海淀区人民代表大会代表。多次在中央人民广播电台、中央电视台、中国教育电视台等作高考辅导讲座；每年应邀到全国各地讲学。

王建民

骆伟枢 数学特级教师



所属单位：河南省基础教育教学研究室

担任河南省中学数学教学专业委员会常务副理事长暨河南省课改专家组成员，河南省中学数学竞赛委员会副主任、常务理事。

骆伟枢

刘志国 数学特级教师



原单位：四川省教科所
担任全国中学数学教学专业委员会学术委员，四川省中学数学教学专业委员会理事长。

刘志国

李开珂 数学高级教师



所属单位：重庆市教科院
重庆市数学会理事，重庆市中小学生数学竞赛委员会办公室主任。

李开珂

韩际清 数学高级教师



所属单位：山东省教研室
担任山东师范大学数学学院教育硕士研究生导师，省教育学会中学数学教学研究专业委员会委员理事、学术委员，山东省数学学会秘书长。

韩际清

周华辅 数学高级教师



所属单位：湖南省教科院
曾任湖南省教育学会中学数学教学研究理事会理事长；中国教育学会中学数学教学专业委员会理事，连续13年主持湖南省初、高中数学毕业会考的命题工作；担任湖南省“教育测量与考试改革研究”课题组组长。

周华辅

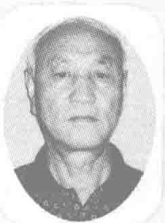
朱滇生 数学特级教师



原单位：北京市丰台区数学教研室
现为《北京市义务教育课程改革实验教材》编写组成员；曾参与“迎春杯数学竞赛”等试卷的命题工作。

朱滇生

晋泉增 数学特级教师



原单位：北京市海淀区教师进修学校数学教研室

担任北京市21世纪教材数学学科编写委员会委员、执行编委。

晋泉增

谢 尼 2005年陕西文科状元



北京大学光华管理学院2005级
 星座：白羊座
 个人爱好：音乐（声乐）、电影、读书
 光荣的荆棘路：电子琴过八级
 状元诀：人的全部本领无非是耐心和时间的混合物。

傅必振 2005年江西理科状元



清华大学电子工程系2005级
 星座：巨蟹座
 个人爱好：足球、音乐
 光荣的荆棘路：全国中学生英语能力竞赛三等奖
 状元诀：保持平静的心态，在题海中保持清醒的头脑，不忘总结走过的路。

程相源 2005年黑龙江理科状元



北京大学光华管理学院2005级
 星座：天秤座
 个人爱好：阅读、音乐、绘画、羽毛球
 光荣的荆棘路：全国中学生英语能力竞赛一等奖
 状元诀：超越自我，挑战极限。

任 飞 2005年黑龙江文科状元



北京大学光华管理学院2005级
 星座：天秤座
 个人爱好：读书、看电视、散步
 状元诀：书山有路勤为径，然而勤奋不在于一天学习多长时间，而在于一小时学了多少。

林小杰 2005年山东文科状元



北京大学光华管理学院2005级
 星座：水瓶座
 个人爱好：足球、篮球
 光荣的荆棘路：山东省优秀学生干部
 状元诀：把简单的事做好。

吴 倩 2005年云南文科状元



北京大学光华管理学院2005级
 星座：处女座
 个人爱好：电影、旅游
 状元诀：悟性+方法+习惯=成功

孙田宇 2005年吉林文科状元



北京大学光华管理学院2005级
 星座：水瓶座
 个人爱好：读书、上网、看漫画
 光荣的荆棘路：全国中学生英语能力竞赛一等奖
 状元诀：细节决定成败，认真对待每一天。

冯文婷 2005年海南文科状元



北京大学光华管理学院2005级
 星座：水瓶座
 个人爱好：运动、看NBA、跳舞、听歌
 光荣的荆棘路：英语奥赛海南赛区一等奖和数学联赛一等奖
 状元诀：有独立的思想，要明白自己向哪里走，该怎么走。

林巧璐 2005年港澳台联考状元



北京大学光华管理学院2005级
 星座：巨蟹座
 个人爱好：健身（yoga）、钢琴
 状元诀：踏实+坚持

朱仁杰 2003年上海免试录取生



清华大学机械工程系2003级
 星座：水瓶座
 个人爱好：各种体育运动
 光荣的荆棘路：全国高中物理竞赛一等奖，北京市大学生物理竞赛特等奖，全国高中数学竞赛二等奖；系科研研发部长
 状元诀：良好的心理，出众的发挥。

倍速寄语

运用题组训练 优化思维品质

一、倍速训练法的关键在哪里？

倍速训练法优于普通训练的关键在于采用了**题组训练**。

众所周知,训练是巩固知识、形成技能、发展能力所必需的重要手段。一题一练的训练方式,往往把学生的活动环节分解成零散的个别行为,不利于突出知识的内部联系及技能的形成,使学生对知识、方法、思想和观念难以形成系统的认识。而题组训练则可充分发挥每道习题及其相互联系所形成的整体功能。题组可以将数学知识、技能、方法与思想、观念融于其中,使学生在主动的探索研究活动中,深化对知识的理解,形成基本技能,发现规律,感受数学思想、方法、观念对思考的指导作用,从而有效地培养学生的思维能力。

二、什么是题组？

所谓题组,就是将知识之间联系密切、题目形式相似但解题方法不同、题目形式不同但解题思维方法相近、解法有联系的题目串联在一起构成一组题。

三、题组训练对培养学生良好的思维品质有什么作用？

1 通过纵横贯通,培养学生思维的**组织性**

思维的组织性表现为学生能对所学知识进行分析综合、归类及重新组织,使其系统化,知识运用条理化。数学的逻辑性很强,概念之间互相依赖,互相转化,组成一定结构;同时,各个知识之间又存在着客观的逻辑关系,形成各知识之间的结构(学习数学的过程就是完善和运用这些知识结构的过程)。我们利用题组训练,引导学生想、读、练、小结,从纵的及横的两个方面,整理所学知识,必然可以促进学生思维组织性的形成和发展。

2 通过放开思路,培养学生思维的**流畅性**

学生思维的流畅性,通常反映在能否从一个个小问题本身及隐含的条件中,通过知识间的内在联系,引出与所求结论相关联的思维方法,从而在解题中表现出娴熟的技巧,开阔的思路以及善于应变的能力。

3 通过变式训练,培养学生思维的**变通性**

学生思维的变通性,一般指随条件或结论的变化,迅速调节反应,引起联想,建立联系。实践证明,学生的变通快捷、解法熟练往往是特定题组训练的结果。通过题组形式变换题目的条件或结论,甚至问题形式,从不同方面说明问题的实质,使思维适应多种变化,达到变通灵活,有着明显的效果。

4 通过辨异对比,培养学生思维的**准确性**

思维的准确性,来源于学生对知识的正确理解,指的是通过思考对比,明辨是非,对题目的题设、结论及解题方法有准确的判断能力。要培养学生思维的准确性,除了在学习时进行相近概念对比外,利用题组训练,引导学生自觉辨异,可以防混淆,防错觉,防思维定势,帮助学生作出正确的判断。

5 通过探求假说,培养学生思维的**独创性**

学生思维的独创性表现为,在分析问题和解决问题时,能广泛地深刻地进行思维,发现并解决自己或旁人从未发现、从未解决的问题。培养学生这种思维品质常用的方法是精心编造题组,设计各种不同问题,提供隐藏着规律性的材料,让学生观测试验,并将得到的数据一一进行研究分析,发现规律,提出“猜想”或“假说”,最后将综合而得的结论加以证明。

书中有大量台阶式的题组训练,通过这一训练,可以使学生沿着知识台阶步步深入,逐步形成猜想假说的能力,自觉地探究数学的内在规律性。分步设问的题组对培养和发展学生思维的独创性很有效。

目录

	正文	答案
第一章 常用逻辑用语	(1)	(118)
1.1 命题	(1)	(118)
一、训练导航	(1)	
二、基础巩固题组	(1)	
三、综合应用题组	(2)	
四、探究创新题组	(3)	
五、解题规律总结	(3)	
六、水平自测	(4)	
1.2 充分条件与必要条件	(5)	(119)
一、训练导航	(5)	
二、基础巩固题组	(5)	
三、综合应用题组	(6)	
四、探究创新题组	(7)	
五、解题规律总结	(8)	
六、水平自测	(8)	
1.3 全称量词与存在量词	(9)	(120)
一、训练导航	(9)	
二、基础巩固题组	(9)	
三、综合应用题组	(10)	
四、探究创新题组	(11)	
五、解题规律总结	(12)	
六、水平自测	(12)	
1.4 逻辑联结词“且”“或”“非”	(13)	(121)
一、训练导航	(13)	
二、基础巩固题组	(13)	
三、综合应用题组	(14)	
四、探究创新题组	(15)	
五、解题规律总结	(16)	
六、水平自测	(16)	
本章总结	(17)	(122)
一、本章知识结构	(17)	
二、综合应用拔高题组训练	(18)	
三、本章相关高考信息	(19)	
本章测试	(21)	(123)
第二章 空间向量与立体几何	(23)	(124)
2.1 从平面向量到空间向量	(23)	(124)
一、训练导航	(23)	
二、基础巩固题组	(23)	
三、综合应用题组	(24)	
四、探究创新题组	(24)	
五、解题规律总结	(25)	
六、水平自测	(25)	
2.2 空间向量的运算	(26)	(124)
一、训练导航	(26)	
二、基础巩固题组	(26)	
三、综合应用题组	(27)	
四、探究创新题组	(28)	
五、解题规律总结	(29)	
六、水平自测	(29)	
2.3 向量的坐标表示和空间 向量基本定理	(30)	(126)
2.3.1 空间向量的标准正交分解 与坐标表示	(30)	(126)
2.3.2 空间向量基本定理	(30)	(126)
一、训练导航	(30)	
二、基础巩固题组	(30)	
三、综合应用题组	(32)	
四、探究创新题组	(33)	
五、解题规律总结	(34)	
六、水平自测	(34)	
2.3.3 空间向量运算的坐标表示	(35)	(127)
一、训练导航	(35)	
二、基础巩固题组	(35)	
三、综合应用题组	(37)	
四、探究创新题组	(38)	
五、解题规律总结	(39)	
六、水平自测	(39)	
2.4 用向量讨论垂直与平行	(41)	(128)
一、训练导航	(41)	
二、基础巩固题组	(41)	
三、综合应用题组	(42)	
四、探究创新题组	(43)	
五、解题规律总结	(44)	
六、水平自测	(45)	
2.5 夹角的计算	(45)	(130)
2.5.1 直线间的夹角	(45)	(130)
2.5.2 平面间的夹角	(45)	(130)
一、训练导航	(45)	
二、基础巩固题组	(45)	
三、综合应用题组	(47)	
四、探究创新题组	(50)	
五、解题规律总结	(50)	
六、水平自测	(50)	
2.5.3 直线与平面的夹角	(51)	(132)
一、训练导航	(51)	

目录

二、基础巩固题组	(51)	四、探究创新题组	(88)
三、综合应用题组	(54)	五、解题规律总结	(89)
四、探究创新题组	(55)	六、水平自测	(89)
五、解题规律总结	(56)	3.3 双曲线	(90) (147)
六、水平自测	(56)	3.3.1 双曲线及其标准方程	(90) (147)
2.6 距离的计算	(57) (134)	一、训练导航	(90)
一、训练导航	(57)	二、基础巩固题组	(90)
二、基础巩固题组	(57)	三、综合应用题组	(91)
三、综合应用题组	(59)	四、探究创新题组	(92)
四、探究创新题组	(60)	五、解题规律总结	(93)
五、解题规律总结	(61)	六、水平自测	(93)
六、水平自测	(61)	3.3.2 双曲线的简单性质	(94) (148)
本章总结	(62) (136)	一、训练导航	(94)
一、本章知识结构	(62)	二、基础巩固题组	(94)
二、综合应用拔高题组训练	(62)	三、综合应用题组	(95)
三、本章相关高考信息	(67)	四、探究创新题组	(96)
本章测试	(69) (139)	五、解题规律总结	(98)
第三章 圆锥曲线与方程	(71) (141)	六、水平自测	(98)
3.1 椭圆	(71) (141)	3.4 曲线与方程	(99) (150)
3.1.1 椭圆及其标准方程	(71) (141)	3.4.1 曲线与方程	(99) (150)
一、训练导航	(71)	一、训练导航	(99)
二、基础巩固题组	(71)	二、基础巩固题组	(99)
三、综合应用题组	(72)	三、综合应用题组	(100)
四、探究创新题组	(74)	四、探究创新题组	(101)
五、解题规律总结	(75)	五、解题规律总结	(102)
六、水平自测	(76)	六、水平自测	(102)
3.1.2 椭圆的简单性质	(77) (142)	3.4.2 圆锥曲线的共同特征	(103) (151)
一、训练导航	(77)	一、训练导航	(103)
二、基础巩固题组	(77)	二、基础巩固题组	(103)
三、综合应用题组	(78)	三、综合应用题组	(104)
四、探究创新题组	(79)	四、探究创新题组	(105)
五、解题规律总结	(81)	五、解题规律总结	(106)
六、水平自测	(81)	六、水平自测	(106)
3.2 抛物线	(82) (144)	3.4.3 直线与圆锥曲线的交点	(107) (152)
3.2.1 抛物线及其标准方程	(82) (144)	一、训练导航	(107)
一、训练导航	(82)	二、基础巩固题组	(107)
二、基础巩固题组	(82)	三、综合应用题组	(108)
三、综合应用题组	(83)	四、探究创新题组	(109)
四、探究创新题组	(84)	五、解题规律总结	(110)
五、解题规律总结	(85)	六、水平自测	(110)
六、水平自测	(85)	本章总结	(111) (154)
3.2.2 抛物线的简单性质	(86) (145)	一、本章知识结构	(111)
一、训练导航	(86)	二、综合应用拔高题组训练	(111)
二、基础巩固题组	(86)	三、本章相关高考信息	(114)
三、综合应用题组	(87)	本章测试	(114) (155)

第一章 常用逻辑用语

学习心得

1.1 命题

一、训练导航

1. 了解命题、真命题、假命题的概念,能够指出一个命题的条件和结论.
2. 了解命题的原命题、逆命题、否命题、逆否

- 命题,会分析四种命题的相互关系.
3. 能熟练判断命题的真假性.

二、基础巩固题组

【典型例题】

例 1. 判断下列语句是否是命题. 若是,判断真假,并说明理由.

- (1) 等边三角形是等腰三角形;
- (2) 垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- (3) 一个数不是正数就是负数;
- (4) 大角所对的边大,小角所对的边小;
- (5) 若 $x+y$ 为有理数,则 x, y 也都是有理数.

分析: 判断一个语句是不是命题,就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件.

解: (1) 是真命题,因为等边三角形是等腰三角形.

(2) 疑问句,没有对垂直于同一条直线的两条直线是否平行作出判断,不是命题.

(3) 是假命题,数为 0 时既不是正数也不是负数.

(4) 是假命题,没有考虑在同一个三角形中.

(5) 是假命题,如 $x=\sqrt{3}, y=-\sqrt{3}, x+y=0, 0$ 为有理数.

点拨: 判断一个语句是否是命题,关键在于能否判断真假. 一般来说,疑问句、祈使句、感叹句等,都不是命题.

例 2. 把下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式,并判断命题的真假.

- (1) 当 $ac > bc$ 时, $a > b$;
- (2) 已知 x, y 为正整数,当 $y = x + 1$ 时, $y = 3$ 且 $x = 2$;
- (3) 当 $m > \frac{1}{4}$ 时,关于 x 的方程 $mx^2 - x + 1 = 0$ 无实根;
- (4) 当 $abc = 0$ 时, $a = 0$ 或 $b = 0$ 或 $c = 0$;
- (5) 当 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 时, $x = 3$ 或 $x = -1$.

分析: “若 p , 则 q ”这种形式中的 p 叫做命题的条件, q 叫做命题的结论,找准命题的条件和结论是解决这类题目的关键.

【跟踪训练】

1. 下列语句中是命题的是().

- A. 证明方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 没有实数根
- B. 4 比 2 大吗
- C. 如果 $a+b$ 为无理数,那么 a, b 都是无理数
- D. 全校的学生和老师

2. 判断下列语句哪些是命题,哪些不是. 是命题的请判断真假.

- (1) 3 是 15 的约数;
- (2) 15 能被 3 整除吗?
- (3) $x^2 - 3x + 2 = 0$;
- (4) 3 小于 2;
- (5) 矩形的对角线相等;
- (6) 0 不是自然数.

3. 把下列命题写成“若 p , 则 q ”的形式,并判断真假.

- (1) 两条对角线相等的四边形是矩形;
- (2) 整数的平方是非负整数;
- (3) 能被 10 整除的数既能被 2 整除,也能被 5 整除.

解:(1)若 $ac > bc$, 则 $a > b$, 是假命题.

(2)已知 x, y 为正整数, 若 $y = x + 1$, 则 $y = 3$ 且 $x = 2$, 是假命题.

(3)若 $m > \frac{1}{4}$, 则关于 x 的方程 $mx^2 - x + 1 = 0$ 无实根, 是真命题.

(4)若 $abc = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$ 或 $c = 0$, 是真命题.

(5)若 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 则 $x = 3$ 或 $x = -1$, 是真命题.

点拨: 在(2)中, “已知 x, y 为正整数”是大前提, 不能把它写在条件中, 应写在前面, 仍然作为命题的大前提.

例3. 命题: “已知 a, b, c, d 是实数, 若 $a = b, c = d$, 则 $a + c = b + d$ ”, 写出其逆命题、否命题、逆否命题.

分析: 由定义来写, 要注意否定词的应用.

解: 逆命题: 已知 a, b, c, d 是实数, 若 $a + c = b + d$, 则 $a = b, c = d$;

否命题: 已知 a, b, c, d 是实数, 若 a 与 b, c 与 d 不都相等, 则 $a + c \neq b + d$;

逆否命题: 已知 a, b, c, d 是实数, 若 $a + c \neq b + d$, 则 a 与 b, c 与 d 不都相等.

点拨: 在写四种命题时, 一定要记清条件 p 、结论 q 位置的变化和是否已被否定.

三、综合应用题组

【典型例题】

例4. 试判断命题“若 $x \neq 1$ 或 $x \neq 2$, 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”的真假.

分析: 本题不易判断, 可通过判断它的逆否命题来解决.

解: 原命题“若 $x \neq 1$ 或 $x \neq 2$, 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”的逆否命题为“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x = 1$ 且 $x = 2$ ”. 显然这是一个假命题, 故原命题也是假命题.

点拨: 当一个命题是否定形式的命题, 且不易判断真假时, 可以通过判断与之等价的逆否命题的真假来达到目的.

例5. 下列命题中:

- ①若一个四边形的四条边不相等, 则它不是正方形;
 - ②若一个四边形对角互补, 则它内接于圆;
 - ③正方形的四条边相等;
 - ④圆内接四边形的对角互补;
 - ⑤对角不互补的四边形不内接于圆;
 - ⑥若一个四边形的四条边相等, 则它是正方形.
- 其中互为逆命题的有 _____; 互为否命题的有 _____; 互为逆否命题的有 _____.

分析: 命题③可改写成“若一个四边形是正方形, 则它的四条边相等”; 命题④可改写成“若一个四边形是圆的内接四边形, 则它的对角互补”; 命题⑤可改写成“若一个四边形的对角不互补, 则它不内接于圆.”

4. 分别写出下列命题的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断它们的真假.

- (1)若 $q \leq 1$, 则方程 $x^2 + 2x + q = 0$ 有实根;
- (2)若 $ab = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$;
- (3)若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 x, y 全为0.

【跟踪训练】

5. 为使下列 $p(x)$ 为真命题, 求 x 的取值范围.

- (1) $p(x): x^2 + 2 > 3x$;
- (2) $p(x): |5x - 2| \geq 3$;
- (3) $p(x): \frac{2x - 1}{x - 1} > 1$;
- (4) $p(x): (x - 2)(x + 3) > 6$.

6. “若 $m > 0$, 则 $x^2 + x - m = 0$ 有实数根”为原命题, 则其逆命题、否命题、逆否命题这三个命题中, 假命题的个数是().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 下列命题中, 真命题是().

- A. 命题“若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$ ”的逆否命题
- B. 命题“若 $b = 3$, 则 $b^2 = 9$ ”的逆命题
- C. 命题“若 $A \cap B = B$, 则 $A \subseteq B$ ”的逆否命题
- D. 命题“相似三角形的对应角相等”的逆否命题



答案:③和⑥,②和④;①和⑥,②和⑤;①和③,④和⑤.

点拨:判断四种命题之间的关系,要注意分清命题的条件和结论,再比较每个命题的条件与结论间的关系.

例 6. 若 $|a| < 1, |b| < 1$, 证明: $\left| \frac{a+b}{1+ab} \right| < 1$.

分析:如果将“若 $|a| < 1, |b| < 1$, 则 $\left| \frac{a+b}{1+ab} \right| < 1$ ”视为原命题,要证明原命题为真命题,可以考虑证明它的逆否命题:“若 $\left| \frac{a+b}{1+ab} \right| \geq 1$, 则 $|a| \geq 1$ 或 $|b| \geq 1$ ”为真命题.

证明:若 $\left| \frac{a+b}{1+ab} \right| \geq 1$, 则 $|a+b| \geq |1+ab|$, 从而由不等式的性质,有 $(a+b)^2 \geq (1+ab)^2$, 展开,移项,整理得 $(1-a^2)(1-b^2) \leq 0$, 故必有 $1-a^2, 1-b^2$ 中的一个不大于零,那么必有 $|a| \geq 1$ 或 $|b| \geq 1$ 成立. 这表明原命题的逆否命题成立,故原命题为真命题.

点拨:在直接证明某一个命题为真命题有困难时,可以通过证明它的逆否命题为真命题,来间接地证明原命题为真命题.

四、探究创新题组

典型例题

例 7. 已知 p : 关于 x 的方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负实根, q : 关于 x 的方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根, 若“ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为假, 求 m 的取值范围.

分析:首先确定命题 p 和 q 中 m 的取值范围,然后根据命题的真假性,求解关于 m 的不等式组.

解:由题意,知 $p: \begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0, \\ m > 0. \end{cases}$ 解得 $m > 2$.

$q: \Delta = 16(m-2)^2 - 16 = 16(m^2 - 4m + 3) < 0$, 解得 $1 < m < 3$. $\therefore$ “ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为假, $\therefore p$ 为真, q 为假或 p 为假, q 为真.

即 $\begin{cases} m > 2, \\ m \leq 1 \text{ 或 } m \geq 3; \end{cases}$ 或 $\begin{cases} m \leq 2, \\ 1 < m < 3. \end{cases}$

解得 $m \geq 3$ 或 $1 < m \leq 2$.

点拨:此题是方程与命题的综合题,涉及到一元二次不等式(组)及复合命题的真假判断.

五、解题规律总结

1. 可以判断真假的陈述句叫做命题. 因此,判断一个语句是不是命题,要看它是否符合“陈述句”和“可以判断真假”这两个条件.

2. 当一个命题的真假不易判断时,往往可以判断原命题的逆否命题的真假,从而判断出原命题的真假.

8. 证明:若 $p^2 + q^2 = 2$, 则 $p + q \leq 2$.

跟踪训练

9. 设有两个命题: $p: |x| + |x-1| \geq m$ 的解集为 $\mathbf{R}$; q : 函数 $f(x) = -(7-3m)^x$ 是减函数, 若这两个命题中有且只有一个真命题, 求实数 m 的取值范围.

六、水平自测

学习心得



- 下列语句不是命题的是().
 - 所有三角形都全等
 - 两军相遇勇者胜
 - 3 大于 2
 - 连结 A、B 两点
- 若 $M、N$ 是两个集合, 则下列命题中真命题是().
 - 如果 $M \subseteq N$, 那么 $M \cap N = M$
 - 如果 $M \cap N = N$, 那么 $M \subseteq N$
 - 如果 $M \subseteq N$, 那么 $M \cup N = M$
 - 如果 $M \cup N = N$, 那么 $N \subseteq M$
- 设 α, β 为两个不同的平面, l, m 为两条不同的直线, 且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$, 有如下两个命题:
 - ①若 $\alpha // \beta$, 则 $l // m$; ②若 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$. 那么().
 - ①是真命题, ②是假命题
 - ①是假命题, ②是真命题
 - ①②都是真命题
 - ①②都是假命题
- 若命题 p 的否命题为 r , 命题 r 的逆命题为 s , 则 s 是 p 的逆命题 t 的().
 - 逆否命题
 - 逆命题
 - 否命题
 - 原命题
- 在下列命题中, 真命题是().
 - 命题“若 $ac > bc$, 则 $a > b$ ”
 - 命题“若 $b = 3$, 则 $b^2 = 9$ ”的逆命题
 - 命题“当 $x = 2$ 时, $x^2 - 3x + 2 = 0$ ”的否命题
 - 命题“相似三角形的对应角相等”的逆命题
- 命题“若 $a > 1$, 则 $a < 0$ ”的逆命题是_____ ; 逆否命题是_____.
- 给定下列命题:
 - ①若 $k > 0$, 则方程 $x^2 + 2x - k = 0$ 有实根;
 - ②“若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ ”的否命题;
 - ③“矩形的对角线相等”的逆命题;
 - ④“若 $xy = 0$, 则 x, y 至少有一个为 0”的否命题.
 其中真命题的序号为_____.
- 把下列命题写成“若 p , 则 q ”的形式, 并判断真假.
 - (1) 奇函数的图像关于原点对称;
 - (2) 当 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 时, $x = -3$ 或 $x = 1$;
 - (3) $a < 0$ 时, 函数 $y = ax + b$ 的值随 x 值的增大而增大.

- 在公比为 q 的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项的和为 S_n , 若 S_m, S_{m+2}, S_{m+1} 成等差数列, 则 a_m, a_{m+2}, a_{m+1} 成等差数列.
 - (1) 写出这个命题的逆命题;
 - (2) 判断公比 q 为何值时, 逆命题为真. 公比 q 为何值时, 逆命题为假.
- 已知 $a > 0$, 设命题 p : 函数 $y = a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减, q : 不等式 $x + |x - 2a| > 1$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 若 p 和 q 有且只有一个正确, 求 a 的取值范围.
- 有 10 只猴子共分了 56 颗花生, 每只猴子至少分到 1 颗, 至多分到 10 颗, 求证: 至少有 2 只猴子分到的花生数一样多.

1.2 充分条件与必要条件

学习心得

一、训练导航

1. 掌握充分条件、必要条件、充要条件的定义.

2. 会求某些简单问题成立的充分条件、必要条件、充要条件.

3. 会应用充分不必要条件、必要不充分条件、

充要条件、既不充分也不必要条件表达命题之间的关系.

4. 能够利用命题之间的关系判定充要关系或进行充要性的证明.

二、基础巩固题组

典型例题

例 1. 在下列各题中,判断 A 是 B 的什么条件,并说明理由.

(1) $A: |p| \geq 2, p \in \mathbf{R}; B:$ 关于 x 的方程 $x^2 + px + p + 3 = 0$ 有实根;

(2) $A:$ 圆: $x^2 + y^2 = r^2$ 与直线 $ax + by + c = 0$ 相切, $B: c^2 = (a^2 + b^2)r^2$.

分析: 判断 A 是 B 的什么条件, 主要判断 $A \Rightarrow B$ 及 $B \Rightarrow A$ 两命题的正确性, 若 $A \Rightarrow B$ 为真, 则 A 是 B 的充分条件; 若 $B \Rightarrow A$ 为真, 则 A 是 B 的必要条件.

解: (1) 当 $|p| \geq 2$ 时, 例如当 $p = 3$ 时, 则方程 $x^2 + 3x + 6 = 0$ 无实根; 而方程 $x^2 + px + p + 3 = 0$ 有实根, 必有 $p \leq -2$ 或 $p \geq 6$. $\therefore A \not\Rightarrow B$ 且 $B \Rightarrow A$, 故 A 是 B 的必要不充分条件.

(2) 若圆: $x^2 + y^2 = r^2$ 与直线 $ax + by + c = 0$ 相切, 则圆心到直线 $ax + by + c = 0$ 的距离等于 r , 即 $r = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$, 所以 $c^2 = (a^2 + b^2)r^2$; 反过来, 若 $c^2 = (a^2 + b^2)r^2$, 则 $\frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = r$ 成立. $\therefore A \Rightarrow B$ 且 $B \Rightarrow A$, 故 A 是 B 的充要条件.

例 2. 设命题甲为: $0 < x < 5$, 命题乙为: $|x - 2| < 3$, 那么甲是乙的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不必要也不充分条件

分析: 先解不等式, 再判断.

解不等式 $|x - 2| < 3$ 得 $-1 < x < 5$.

$\therefore 0 < x < 5 \Rightarrow -1 < x < 5$, 但 $-1 < x < 5 \not\Rightarrow 0 < x < 5$, $\therefore$ 甲是乙的充分不必要条件.

答案: A.

点拨: 要判断 p 是否为 q 的充分条件、必要条件, 就是利用已有知识, 借助代数推理的方法, 判断 p 是否能推出 q , q 是否能推出 p .

跟踪训练

1. 条件 $p: |x + 1| > 2$, 条件 $q: (x - 2)(x - 3) < 0$, 则 q 是 p 的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

2. 已知 p, q 是 r 的必要条件, s 是 r 的充分条件, q 是 s 的充分条件. 那么,

- (1) s 是 q 的什么条件?
(2) r 是 q 的什么条件?
(3) p 是 q 的什么条件?

3. “ $m = -2$ ”是“直线 $(m + 2)x + 3my + 1 = 0$ 与直线 $(m - 2)x + (m + 2)y - 3 = 0$ 相互垂直”的().

- A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件

4. $\begin{cases} x_1 > 3, \\ x_2 > 3 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x_1 + x_2 > 6, \\ x_1 x_2 > 9 \end{cases}$ 成立的().

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件