

新世纪版



“奥数”训练丛书

# 小学数学

---

# 奥林匹克

---

# 训练

第一册



海南出版社

# 序 言

近几年，我国中学生在数学奥林匹克竞赛中取得了前所未有的好成绩，赢得了国际声誉。这不仅激发了中小学生学习数学的热情，而且吸引了广大数学工作者积极参加培养早慧少年儿童的研究。各地纷纷成立了中小学数学奥林匹克学校，抓紧对早慧的优等生的培养。当前一个重要的问题是，为奥林学生提供合适的学习教材。在九年义务教育的教材编写上，提出了“一纲多本”的要求。这不但编出了风格各异的义务教育教材，也为编写不同风格的奥林匹克学校教材提供了依据。

中国数学会普及工作委员会拟定的《小学数学奥林匹克竞赛大纲》，内容安排得比较全面。在培训教材方面，作了许多大胆的探索和有益的尝试。长沙市和深圳市小学数学奥林匹克学校教练，总结了多年的教学成果，吸收了各地先进的培训经验，编写了《小学数学奥林匹克训练》。这套教程分为一、二、三册，按不同程度安排在四、五、六年级学习，全书根据不同年级学生现有的知识水平，作了不同层次的“螺旋上升式”安排。同时，吸收了九年义务教育教材中“智力游戏”内容，渗透了集合、函数、对应等现代数学思想，内容安排合理、充实，在编写上有新意。

这套“训练教程”注重内容的知识性、新颖性、系统性、趣味性和可接受性，对同学们很有吸引力。本书的课时安排，各地可根据实际情况灵活掌握；构建的例题系列，指

导学生学习的针对性强；设计的习题系列有难易坡度；每章的后面还附有星级达标测试题。这为奥校老师的教学和学生的学习提供了一本好的资料，也为奥校以外的师生和学生家长提供了一本好的参考书。

数学奥林匹克竞赛之所以具有无穷无尽的魅力，在于竞赛中究竟怎样获胜几乎是无章可循的。人们预先不知道数学天才是怎样产生的。尽管如此，我们仍深信在进行了数学奥林匹克早期训练的学生中必将产生数学新星。

长沙市教育委员会主任  
长沙市小学数学奥林匹克学校名誉校长  
杨道正 1993.1

(1994年修订版前言 略)

## 修订再版前言

1994年至1998年,使用这套教程的学生占据了长沙市小学数学竞赛的前沿名次。突出的有:

1994年,杨知、孙昊玉、刘杰、宫殿、左岱、刘江在全国小学奥林匹克总决赛中获城市甲组团体第二名及两个一等奖,四个二等奖。

1995年,王岱峰、钟志文获全国华罗庚金杯赛两块银牌。

1996年,龚易男获全国奥林匹克决赛满分奖。

1997年,吴乐秦、娄嘉分获全国华罗庚金杯赛金牌、银牌。

1998年,龙涛、赵琳、肖密黎、张竞、周睿获初一希望杯数学竞赛长沙市前六名的五个名次。

这些成绩只是从一个方面体现了这套教程的实效性,更重要的是,通过使用这套教程,参与“华赛”、“奥赛”培训,极大地提高了同学们学习数学的兴趣,激发了同学们探索数学王国奥妙的热情,培养训练了数理逻辑思维的能力。而这种能力是面向21世纪的青少年所必须具备的,也是当前“素质教育”的要求。

正是基于此,应广大师生、家长的要求,我们又修订再版了本书。本书由宫建主编,编委有杨高全(第一章),黄泽成(第二章),杨全斌(第三章),宫建(第四、六、七章),田春秀(第五章),胡重光(第七章3节)。本次修订工作,由盛遇顺、蔡松平、宫建三同志承担,在第三册增设海内外最新竞赛题集粹,以飨读者。

编者 1998.8

## 新世纪版前言

2000年是国际数学年,值此迈入数字化信息时代的21世纪之际,我们向热爱数学奥林匹克的广大师生、家长们奉上本书的新世纪版。

在过去的1999年,湖南数学奥林匹克队获得了全国团体总分第一名。其中金牌获得者——长沙一中的宫殿、黄智同学都是从使用本书而开始数学奥林匹克训练的。从小学开始使用本书而后获各类全国数学竞赛奖的还有吕童、陈望舒、伍帅、胡三和、莫轩、傅文等同学,这体现了本书的实效性。虽然获奖的只是少数同学,但广大使用本书的同学,通过参与数学奥林匹克训练,激发了学习数学的兴趣和热情,启迪、训练了数理逻辑思维能力,开拓了视野,培养了创新精神,这才是最重要的,也是我们编写本书的初衷。

我们认为,数学思维方式的训练应该在儿童早期教育中实施。因此,作为新世纪版的特色,我们新增了“预备册”。该册面向小学四年级以前的学生,内容有“观察与猜想”、“图式与模式”等等,力图用浅显的语言、有趣的题例向孩子们进行生动、活泼的数学思维训练。

此外,“新世纪版”将四、五、六年级学生使用的一、二、三册教学程序重新调整,把程度稍高、综合性强的“应用题”调到后面,让学生积累一定的知识后,再发展综合应用能力。

参加本书写作与修订工作的有:肖冠平、黄泽成、宫建、盛遇顺、莫新民、黄生英、杨全斌、盛建武、刘湘林、曾伟文、喻沛等同志。水平所限,不妥之处,请广大师生家长批评指正。

编者 2000.4.1

# 目 录

<b>第一章 计算问题</b>	
§ 1 算得快的奥妙(一).....	( 1 )
§ 2 奇妙的运算符号.....	( 7 )
§ 3 整数四则计算中的技巧.....	(15)
§ 4 有趣的算式.....	(23)
习题参考答案.....	(31)
<b>第二章 几何算巧</b>	
§ 1 巧数线段与平面图形.....	(33)
§ 2 巧求周长与面积.....	(44)
§ 3 一笔画.....	(56)
§ 4 “将军饮马”与最短路线.....	(66)
习题参考答案.....	(77)
<b>第三章 数形逻辑</b>	
§ 1 图形性质的判断概括.....	(81)
§ 2 计量推理趣题.....	(90)
§ 3 分析推理.....	(97)
§ 4 火柴棍游戏.....	(104)
习题参考答案.....	(114)
<b>第四章 数谜题</b>	
§ 1 算式填数.....	(118)
§ 2 有趣的数阵图.....	(125)
习题参考答案.....	(135)

## 第五章 应用题

- § 1 应用题的解题思路与方法 ..... (138)
- § 2 典型应用题(一) ..... (148)
- § 3 智能应用题(一) ..... (158)
- 习题参考答案 ..... (167)

## 第六章 怎样学

- 学法指导语 ..... (168)
- § 1 基础知识与能力测试 ..... (169)
- § 2 份、倍、分数、比 ..... (182)
- § 3 平面图形求积公式 ..... (192)
- 习题参考答案 ..... (196)

## 第七章 怎样想

- § 1 对应排序与概括规律 ..... (200)
- § 2 观察类比与观察比较 ..... (206)
- § 3 分类列举与分解组合 ..... (213)
- § 4 转换与假设 ..... (222)
- § 5 作图分析与计算推理 ..... (230)
- § 6 逆向思考 ..... (236)
- 习题参考答案 ..... (244)

# 第一章 计算问题

## §1 算得快的奥妙(一)

请看下面两道题:

1. 求以下二十个数的和。

120, 121, 118, 123, 117, 119, 120, 124,  
123, 116, 117, 120, 121, 119, 124, 118, 119,  
121, 122, 122。

2. 不用列竖式,快速计算出下面每道题中两个数的积。

$$35 \times 75 = \quad 51 \times 59 = \quad 73 \times 72 =$$

要想迅速解答这两道题,必须掌握算得快的奥妙。现在就向同学们介绍求几个数的和的速算与常见乘法的速算方法。

### 一、求几个数的和的速算

例1 1969, 1979, 1989, 1999, 2009 这五个数的和是多少?

【分析与解】 仔细观察这些数可知,1969 比 1989 少 20, 1979 比 1989 少 10; 而 1999 比 1989 多 10, 2009 比 1989 多 20。因此,只要从 1999 中拿出 10 给 1979, 从 2009 中拿出 20 给 1969, 这五个数就都等于 1989 了, 这说明, 1989 正好是这五个数的平均数。要求这五个数的和只要用这五个数的平均数 1989 乘以 5 就行了。这叫移多补少。

$$1969 + 1979 + 1989 + 1999 + 2009 = 1989 \times 5 = 9945$$



例2 求以下五十个数的和。

142, 148, 150, 140, 139, 142, 143, 145,  
147, 130, 147, 145, 148, 139, 137, 148, 139,  
137, 136, 144, 147, 142, 139, 133, 132, 131,  
141, 140, 139, 138, 136, 139, 138, 140, 141,  
136, 132, 143, 145, 147, 145, 143, 144, 136,  
139, 135, 136, 149, 148, 147。

【分析与解】这是五十个大小不等而又比较接近的数相加求和,可从中选择一个数作为计算的基础,这个数我们称它为基准数,然后把每个数与基准数的差累计起来,再加上基准数与数的个数之积,就得到答数。

因为这五十个数都分布在140周围,可选择140为基准数,计算各数与140的差,采用累计计算的口算方法计算(先算出差,记住是增加还是减少这个差,口算出累计后的得数):

+2, +10, +20, +20, +19, +21, +24, +29, +36,  
+26, +33, +38, +46, +45, +42, +50, +49, +46,  
+42, +46, +53, +55, +54, +47, +39, +30, +31,  
+31, +30, +28, +24, +23, +21, +21, +22, +18,  
+10, +13, +18, +25, +30, +33, +37, +33, +32,  
+27, +23, +32, +40, +47。

所以,这五十个数的和为

$$140 \times 50 + 47 = 7000 + 47 = 7047$$

例3 求以下二十个数的平均数。

403, 398, 400, 403, 399, 396, 406, 407,  
404, 401, 399, 397, 398, 398, 405, 401, 400,  
400, 402, 403。

【分析与解】观察这二十个数,最大为407,最小为396,

它们都比较接近 400,所以我们可以选择 400 作为它们的平均数的估计数,然后把每个数与 400 的差累计起来除以 20,再把所得的商与估计数 400 相加即得这二十个数的平均数。

把 400 作为这二十个数的平均数的估计数,累计计算各数与 400 的差(+3 可读为“正三”,-1 可读为“负一”):

+3, +1, +1, +4, +3, -1, +5, +12, +16, +17,  
+16, +13, +11, +9, +14, +15, +15, +15, +17,  
+20。

所以,这 20 个数的平均数为:

$$400 + 20 \div 20 = 400 + 1 = 401$$

## 二、常见乘法的速算方法

1. 个位上的数字的和等于 10,其余各位上的数字相同的两个数的乘法的速算方法:

把被乘数的个位数字以前的数加 1 之后,乘以乘数的个位数字以前的数,在所得的积后面,添上两个个位上的数字相乘的积。

例 4 计算  $72 \times 78$

【分析与解】 这里两个因数的十位数字相同,都是 7,个位数字之和  $2 + 8 = 10$ ,先将被乘数十位上的数字 7 加上 1 得 8,再与乘数十位上的数字 7 相乘, $8 \times 7 = 56$ ,然后将两个个位数字相乘  $2 \times 8 = 16$ ,最后将两个积连起来,得 5616。

即  $72 \times 78 = 5616$

例 5 计算  $41 \times 49$

【分析与解】 把  $(4 + 1) \times 4 = 20$  与  $1 \times 9 = 9$  两个积连起来得 2009。

即  $41 \times 49 = 2009$

这里必须注意,两个个位数相乘的积是一位数时,仍要占据两个数位,所以在两个积相连时,9前面要加一个零。

例6 计算  $253 \times 257$

【分析与解】 被乘数和乘数的前两位数字相同,都是25,个位上数字的和是 $3+7=10$ ,因此,可用被乘数前两位数25乘以比这个数大1的数26,得一积 $25 \times 26 = 650$ ,再在这个积的后面接着写两个因数的个位数字相乘的积 $3 \times 7 = 21$ 。

即  $253 \times 257 = 65021$

2. 十位上的数字相同,个位上数字的和不等于10的两个两位数乘法的速算方法:

两个十位上数字相同的两位数相乘,去掉一个因数的个位数,把此个位数加到另一个因数上去,得到两个新数,然后相乘,再加上两个个位数的乘积。

例7 计算  $63 \times 64$

【分析与解】 这里两个因数的十位数字相同,都是6,个位数字的和是 $3+4=7$ ,不等于10,先将64的个位数字4加到63上去 $63+4=67$ ,再将60与67相乘, $60 \times 67 = 4020$ ,然后加上3乘以4的积 $3 \times 4 = 12$ ,得4032即为所求的积。

即  $63 \times 64 = 4032$

如果两个两位数都是十几乘以十几的数,利用上述方法进行乘法运算更为便利,因为十位数字是1,两个新数相乘等于十几乘以10,在运算时这步可以省去,只要在后面加个零就行了。

例如:

$$17 \times 18 = 250 + 56 = 306$$

$$13 \times 12 = 150 + 6 = 156$$

3. 个位上的数字相同, 十位上数字的和等于 10 的两个两位数乘法的速算方法:

把两个十位数字相乘,乘得的积再加上相同的这个个位数字,并保留两个数位,在这两个数位上写上两个个位上的数字之积。

例 8 计算  $26 \times 86$

【分析与解】 先把两个十位数字相乘的积加上相同的这个个位数字  $2 \times 8 + 6 = 22$ ,再将两个个位数字相乘  $6 \times 6 = 36$ ,然后将两个积连起来得积 2236。

即  $26 \times 86 = 2236$

例 9 计算  $75 \times 35$       $47 \times 67$

【解】  $75 \times 35 = 2625$

$47 \times 67 = 3149$

4. 一个因数两个数位上的数字相同,另一个因数两个数位上数字的和为 10 的两位数乘法的速算方法:

把数字和为 10 的那个因数的十位数字加 1 后,两个十位数字相乘得一积,再把两个个位数字相乘得一积,最后两积相连即得所求的积。

例 10 计算  $46 \times 77$

【分析与解】 先把 46 的十位数字 4 加上 1 之后与 7 相乘得一积  $(4 + 1) \times 7 = 35$ ,再把两个个位数字相乘又得一积  $6 \times 7 = 42$ ,两积连起来即得所求之积为 3542。

即  $46 \times 77 = 3542$

例 11 计算  $44 \times 82$       $37 \times 55$

【解】  $44 \times 82 = 3608$

$37 \times 55 = 2035$

5. 个位上的数的和为 10,十位上的数字相差 1 的两个两

位数相乘的速算方法：

把两数中较大的一个因数的十位数字乘以 10 后的平方数，减去该乘数个位数的平方数，就可以得到所求的积。

例 12 计算  $46 \times 34$

【分析与解】先将较大一个因数 46 的十位数字乘以 10 得 40，再将其平方  $40^2 = 1600$ ，然后减去该因数个位数字的平方  $6^2 = 36$ ，即得所求之积为  $1600 - 36 = 1564$ 。

即  $46 \times 34 = 40^2 - 6^2 = 1600 - 36 = 1564$

例 13 计算  $85 \times 75$        $68 \times 52$

【解】  $85 \times 75 = 80^2 - 5^2 = 6400 - 25 = 6375$

$68 \times 52 = 60^2 - 8^2 = 3600 - 64 = 3536$

6. 个位数字是 5 的数的平方的速算方法：

个位数字是 5 的数的平方，只要把 5 前面的数乘以一个比它大 1 的数，再把所得的积后面添上 25 即得结果。

例 14 计算  $35^2$        $95^2$        $175^2$        $315^2$

【解】  $35^2 = 1225$

$95^2 = 9025$

$175^2 = 30625$

$315^2 = 99225$

## 习 题 1.1

1. 求 78, 81, 83, 79, 80, 94, 65, 85, 79, 83 这十个数的和。
2. 下面是四甲班一次单元考试的成绩，求这次考试的平均成绩。

96, 85, 90, 92, 100, 78, 87, 91, 94, 95, 88, 92,  
100, 75, 62, 80, 90, 82, 86, 95, 99, 89, 73, 48, 84,  
100, 95, 91, 87, 83, 76, 68, 94, 82, 79, 80, 75, 85,

94, 93, 82, 97, 86, 96, 76。

3. 计算。

(1)  $74 \times 76$                       (2)  $51 \times 59$                       (3)  $252 \times 258$

4. 计算。

(1)  $43 \times 45$                       (2)  $92 \times 96$                       (3)  $21 \times 23$

5. 计算。

(1)  $35 \times 75$                       (2)  $84 \times 24$                       (3)  $18 \times 98$

6. 计算。

(1)  $88 \times 64$                       (2)  $73 \times 55$                       (3)  $91 \times 66$

7. 计算。

(1)  $36 \times 44$                       (2)  $75 \times 85$                       (3)  $97 \times 83$

8. 计算。

(1)  $75^2$                               (2)  $25^2$                               (3)  $105^2$

## § 2 奇妙的运算符号

请看一个扑克牌中的数学游戏——凑“24”。这个游戏是用一副拿掉大小王牌的扑克牌进行的,其中的A、K、Q、J分别作为数1、13、12、11。于是每张牌都表示1至13中的一个数。参加游戏的人数为二人或四人。开始时先把牌平均分给游戏人,各人把牌背面向上叠好,然后二人每人同时出2张(四人玩时每人出牌一张),一齐翻开后,桌上就出现了4个数,要求游戏人用心算在4个数之间添上“+”、“-”、“ $\times$ ”、“ $\div$ ”及括号,使计算结果等于24。首先想出算法的,可先用手把牌按住,然后讲出算法。例如,当有四张牌8、2、5、9时,则可有

$$(8-2) \times (9-5) = 24$$

$$2+5+8+9=24$$

$$(9-5+8) \times 2 = 24$$

讲对了,这个人就胜了一次,可把4张牌全部取走。如讲错了,则算对方取得胜利,让对方把4张牌全部取走(如果是四人玩,可由最先指出错误的人全部取走)。如果大家都认为不可能凑出24,即作平局论,各自取回自己的牌,放在手上牌的最下面。然后继续进行下去,直到有一方把牌全部拿到手为止(也可约定游戏进行到一定的时间,以手中牌多者为胜)。

玩这个游戏不仅有助于提高准确而迅速的运算能力,而且还能提高思维的灵活性和敏捷性,同学们不妨试一试。

由这个游戏,想到了巧添运算符号的问题。请看下面的例子。

**例1** 分别运用 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 、 $( )$ ,连接四个3,使下列各等式成立。

$$(1) 3 - (3 + 3) \div 3 = 1$$

$$(2) (3 \times 3 - 3) \div 3 = 2$$

$$(3) (3 + 3 + 3) \div 3 = 3$$

$$(4) (3 \times 3 + 3) \div 3 = 4$$

$$(5) 3 + (3 + 3) \div 3 = 5$$

$$(6) (3 + 3) \times 3 \div 3 = 6$$

**【分析与解】** 在四个3之间添上适当的运算符号或括号,使等式成立,解答这类题,需要用到0和1在四则计算中的一些特征:

- ① 同数相减差为0;
- ② 同数相除(0除外)商为1;
- ③ 1同任何数相乘得任何数;

- ④ 0 同任何数相乘得 0;
- ⑤ 0 除以任何数(0 除外)得 0;
- ⑥ 任何数同 0 相加得任何数;
- ⑦ 任何数除以 1 得任何数。

例如第(1)题结果为 1, 可以考虑, 同数相除得 1, 把前后两个数分别相加各得 6, 再用 6 除以 6 即得 1, 其它各题填法如下:

$$(1) (3+3) \div (3+3) = 1$$

$$(2) (3 \times 3 - 3) \div 3 = 2$$

$$(3) (3+3+3) \div 3 = 3$$

$$(4) (3 \times 3 + 3) \div 3 = 4$$

$$(5) (3+3) \div 3 + 3 = 5$$

$$(6) 3 \times (3+3) \div 3 = 6$$

例 2 选择 +、-、 $\times$ 、 $\div$ 、( ) 中的符号, 把七个 5 连成算式, 使它们的得数分别等于 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10。

**【分析与解】** 为了十分简便地来解这个题目, 可以利用两个基本等式  $5-5=0$ ,  $5 \div 5=1$ , 以及上例讲的 0 与 1 的一些特征。据此, 我们可以得到下面一组十分简便的算式:

$$0 = 5 - 5 = (5 - 5) \times ( \quad )$$

$$1 = 5 \div 5 = 5 \div 5 + (5 - 5) \times ( \quad )$$

$$2 = 1 + 1 = 5 \div 5 + 5 \div 5 + (5 - 5) \times ( \quad )$$

$$3 = 5 - 1 - 1 = 5 - 5 \div 5 - 5 \div 5 - (5 - 5) \times ( \quad )$$

$$4 = 5 - 1 = 5 - 5 \div 5 - (5 - 5) \times ( \quad )$$

$$5 = 5 + 0 = 5 + (5 - 5) \times ( \quad )$$

$$6 = 5 + 1 = 5 + 5 \div 5 + (5 - 5) \times ( \quad )$$

$$7 = 5 + 1 + 1 = 5 + 5 \div 5 + 5 \div 5 + ( \quad )$$

$$8 = 5 + 1 + 1 + 1 = 5 + 5 \div 5 + 5 \div 5 + ( \quad )$$



$$9 = 5 + 5 - 1 = 5 + 5 - 5 \div 5 + (5 - 5) \times ( \quad )$$

$$10 = 5 + 5 + 0 = 5 + 5 + (5 - 5) \times ( \quad )$$

请同学们自己把题目解答完。

例3 在 +、-、×、÷ 和 ( ) 中挑选适当的符号,填入下面的五个 5 之间,使下面的算式成立:

$$5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 = 24$$

**【分析与解】** 这道题如果采取上面两例的方法就不奏效了。由于五个 5 全加起来是 25, 比 24 大 1, 用一次减法又小于 24, 所以必须用乘法。

假定在最后一个 5 的前面填乘号, 由于  $24 \div 5 = 4.8$ , 就要用前面四个 5 凑出 4.8 来。因为

$$4.8 = 5 - 0.2 = 5 - 1 \div 5 = 5 - 5 \div 5 \div 5$$

恰好用了四个 5, 问题就解决了。

$$(5 - 5 \div 5 \div 5) \times 5 = 24$$

上面的分析方法, 是根据得数的要求, 从最后一步运算开始, 一步一步向前推算, 这种方法可以叫逆推法。在数字不多时, 采用逆推法往往很有效。

例4 在下面各式子里加上括号, 使等式成立。

$$7 \times 9 + 12 \div 3 - 2 = 47$$

$$7 \times 9 + 12 \div 3 - 2 = 75$$

$$7 \times 9 + 12 \div 3 - 2 = 23$$

$$7 \times 9 + 12 \div 3 - 2 = 35$$

**【分析与解】** 这是一个只需添加括号的问题。按四则混合运算顺序的规定, “先乘除后加减”, 而括号可起先算某些加、减的作用, 那么添括号就要在含加减运算符号的部分来考虑。对

$$7 \times 9 + 12 \div 3 - 2 = 47$$