

03

数学家思想文库

丛书主编 李文林



# 数学在科学和社会中的作用

THE ROLE OF MATHEMATICS  
IN THE SCIENCES AND IN SOCIETY

著 [美] 冯·诺依曼

编译 程 钊 王丽霞 杨 静



大连理工大学出版社  
DALJIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

01  
753  
12  
03

数学家思想文库

丛书主编 李文林



# 数学 在科学和 作用 社会中的

THE ROLE OF MATHEMATICS  
IN THE SCIENCES AND IN SOCIETY

著 [美] 冯·诺依曼

编译 程 钊 王丽霞 杨 静



大连理工大学出版社  
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

## 图书在版编目(CIP)数据

数学在科学和社会中的作用/李文林主编. —大连:  
大连理工大学出版社, 2009. 1

(数学家思想文库)

ISBN 978-7-5611-4545-6

I. 数… II. 李… III. 应用数学 IV. 029

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 174292 号

大连理工大学出版社出版

大连市软件园路 80 号 邮政编码 116023

发行: 0411-84708842 邮购: 0411-84703636 传真: 0411-84701466

E-mail: dutp@dutp.cn URL: <http://www.dutp.cn>

大连金华光彩色印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

---

幅面尺寸: 147mm × 210mm 印张: 7.125 字数: 114 千字  
2009 年 1 月第 1 版 2009 年 1 月第 1 次印刷

---

责任编辑: 刘新彦 梁 锋 责任校对: 王 辉  
封面设计: 宋 蕾

---

ISBN 978-7-5611-4545-6

定价: 20.00 元

# 读读大师 走近数学

——《数学家思想文库》总序

## 数学思想是数学家的灵魂

数学思想是数学家的灵魂。试想：离开公理化思想，何谈欧几里得、希尔伯特？没有数形结合思想，笛卡儿焉在？没有数学结构思想，怎论布尔巴基学派？……

数学家的数学思想当然首先是体现在他们的创新性数学研究之中，包括他们提出的新概念、新理论、新方法。牛顿、莱布尼茨的微积分思想，高斯、波约、罗巴切夫斯基的非欧几何思想，伽罗瓦“群”的概念，哥德尔不完全性定理与图灵机，纳什均衡理论，等等，汇成了波澜壮阔的数学思想

海洋,构成了人类思想史上不可磨灭的篇章。

数学家们的数学观也属于数学思想的范畴,这包括他们对数学的本质、特点、意义和价值的认识,对数学知识来源及其与人类其他知识领域的关系的看法,以及科学方法论方面的见解,等等。当然,在这些问题上,古往今来数学家们的意见是很不相同有时甚至是对立的。但正是这些不同的声音,合成了理性思维的交响乐。

正如人们通过绘画或乐曲来认识和鉴赏画家或作曲家一样,数学家的数学思想无疑是人们了解数学家和评价数学家的主要依据,也是数学家贡献于人类和人们要向数学家求知的主要内容。在这个意义上我们可以说:

“数学家思,故数学家在。”

## 数学思想的社会意义

数学思想是不是只有数学家才需要具备呢?当然不是。数学是自然科学、技术科学与人文社会科学的基础,这一点已越来越成为当今社会的共识。数学的这种基础地位,首先是由于它作为科学的语言和工具而在人类几乎一切知识领域获得日益广泛的应用,但更重要的恐怕还在于数学对于人类社会的文化功能,即培养发展人的思维能力特别是精密思维能力。一个人不管将来从事何种职业,思

思维能力都可以说是无形的资本,而数学恰恰是锻炼这种思维能力的体操。这正是为什么数学会成为每个受教育的人一生中需要学习时间最长的学科之一。这并不是说我们在学校中学习过的每一个具体的数学知识点都会在日后的生活与工作中派上用处,数学影响一个人终身发展的主要在于思维方式。以欧几里得几何为例,我们在学校里学过的大多数几何定理日后大概很少直接有用甚或基本不用,但欧氏几何严格的演绎思想和推理方法却在造就各行各业的精英人才方面有着毋庸置疑的意义。事实上,从牛顿的《自然哲学的数学原理》到爱因斯坦的相对论著作,从法国大革命的《人权宣言》到马克思的《资本论》,乃至现代诺贝尔经济学奖得主们的论著中,我们都不难看到欧几里得的身影。另一方面,数学的定量化思想更是以空前的广度与深度向人类几乎所有的知识领域渗透。数学,从严密的论证到精确的计算,为人类提供了精密思维的典范。

一个戏剧性的例子是在现代计算机设计中扮演关键角色的所谓“程序内存”概念或“程序自动化”思想。我们知道,第一台电子计算机(ENIAC)在制成之初,由于计算速度的提高与人工编制程序的迟缓之间的尖锐矛盾而濒于夭折,在这一关键时刻,恰恰是数学家冯·诺依曼提出的“程序内存”概念拯救了人类这一伟大的技术发明。直到今天,计算机设计的基本原理仍然遵循着冯·诺依曼的主要

思想,冯·诺依曼因此被尊为“计算机之父”(虽然现在知道他并不是历史上提出此种想法的唯一数学家)。像“程序内存”这样似乎并非“数学”的概念,却要等待数学家并且是冯·诺依曼这样的大数学家的头脑来创造,这难道不耐心寻味吗?因此,我们可以说,数学家的数学思想是全社会的财富。

数学的传播与普及,除了具体数学知识的传播与普及,更实质性的是数学思想的传播与普及。在科学技术日益数学化的今天,这已越来越成为一种社会需要了。试设想:如果有越来越多的公民能够或多或少地运用数学的思维方式来思考和处理问题,那将会是怎样一幅社会进步的前景啊!

## 读读大师 走近数学

数学是数与形的艺术,数学家们的创造性思维是鲜活的,既不会墨守陈规,也不可能作为被生搬硬套的教条。学习了解数学家的数学思想当然可以通过不同的途径,而阅读数学家特别是数学大师们的原始著述大概是最直接可靠和富有成效的做法。

数学家们的著述大体有两类。大量的当然是他们论述自己的数学理论与方法的专著。对于致力于真正原创性研究的数学工作者来说,那些数学大师们的原创性著作无疑

是最生动的教材。拉普拉斯就常常对年轻人说：“读读欧拉，读读欧拉，他是我们所有人的老师。”拉普拉斯这里所说的“所有人”，恐怕主要还是指专业的数学家和力学家，一般人很难问津。

数学家们另一类著述则面向更为广泛的读者，有的就是直接面向公众。这些著述包括数学家们数学观的论说与阐释(用 G·哈代的话说就是“关于数学”的论述)，也包括对数学知识和他们自己的数学创造的通俗介绍。这类著述与板起面孔讲数学的专著不同，具有较大的可读性，易于为公众接受，其中不乏脍炙人口的名篇佳作。有意思的是，一些数学大师往往也是语言大师，如果把写作看作语言的艺术，他们的这些作品正体现了数学与艺术的统一。阅读这些名篇佳作，不啻是一种艺术享受，人们在享受之际认识数学，了解数学，接受数学思想的熏陶，感受数学文化的魅力。这正是我们编译出版这套《数学家思想文库》的目的所在。

《数学家思想文库》选择国外近现代数学史上一些著名数学家论述数学的代表性作品，专人专集，陆续编译，分辑出版，以飨读者。第一辑编译的是希尔伯特(D. Hilbert, 1862—1943)、G·哈代(G. Hardy, 1877—1947)、冯·诺依曼(von Neumann, 1903—1957)、布尔巴基(Bourbaki, 1935—)、阿蒂亚(M. F. Atiyah, 1929—)等20世纪数学大师的文集(其中哈代、布尔巴基与阿蒂亚的文集属再版)，



这些文集中的作品大都短小精悍,魅力四射,充满科学的真知灼见,在国外流传颇广。相对而言,这些作品可以说是数学思想海洋中的珍奇贝壳,数学百花园中的美丽花束。

我们并不奢望这样一些贝壳和花束能够扭转功利的时潮,但我们相信爱因斯坦在纪念牛顿时所说的话:

**“理解力的产品要比喧嚣纷扰的世代经久,它能经历好多个世纪而继续发出光和热。”**

在这套丛书付梓之际,我们要感谢大连理工大学出版社特别是刘新彦和梁锋同志,他们对传播科学文化的热情与远见使本套丛书很快能以崭新的面貌出版。我们衷心希望本套丛书所选译的数学大师们“理解力的产品”能够在传播数学思想,弘扬科学文化的现代化事业中放射光和热。

读读大师,走近数学,所有的人都会开卷受益。

**李文林**

2008年11月于北京中关村

## 译者序

如果要举出四位 20 世纪最伟大的数学家,我认为冯·诺依曼应在其列。这当然会有争议。事实上,评价数学家的标准本身就不无争议,我们还是先来看看冯·诺依曼的科学生涯及其数学研究工作。

冯·诺依曼 1903 年 12 月生于布达佩斯一个富有的犹太家庭,在布达佩斯大学取得数学博士学位。1930 年受邀到普林斯顿大学讲学。三年后,他被选为新建立的普林斯顿高等研究院的终身教授。

冯·诺依曼早年的研究兴趣主要在纯粹数学方面。他选择的第一个领域是集合论,在当时这是非常吸引年青数学家的理论前沿。早在 1923 年,他在一篇论文中给出了以

后被普遍采用的序数的新定义。1925年他引进了一种集合论的公理体系(参见本书“集合论的一种公理化”,有学者指出冯·诺依曼在这篇文章里甚至模糊地预告了哥德尔不完全性定理)。集合论的研究引导冯·诺依曼卷入了20世纪关于数学基础的大讨论(参阅本书“形式主义的数学基础”一文),意味深长的是他在这方面的形式主义观点却潜藏了他日后对计算机逻辑设计作出巨大贡献的机缘。从20世纪20年代后期起,冯·诺依曼发展了希尔伯特空间理论,并建立了“算子环”论,现称“冯·诺依曼代数”,他本人把这方面的研究成果看做是自己的三大数学工作之一。对希尔伯特空间与算子理论的研究使冯·诺依曼得天独厚地为量子力学奠定了严格的数学基础,量子力学的公理化是20世纪载入史册的数学物理重大成就之一。冯·诺依曼这方面的工作总结在1932年出版的“量子力学的数学基础”之中(本书摘译了这部经典著作的前言)。1933年,冯·诺依曼对紧致群解决了希尔伯特第5问题,他证明了:每一个紧致的 $n$ 维拓扑群都连续同构于有限维欧几里得空间的酉阵闭群。这项出色的结果使冯·诺依曼作为一个纯粹数学家而声誉甚隆。

1940年是冯·诺依曼科学生涯的转折点,他在应用数学方面的才能使他在二战期间备受重视。为了战争的需要,他直接投入核武器的研究工作,特别是从1943年起担

任洛斯阿拉莫斯(Los Almas)原子弹研制计划的顾问,帮助设计原子弹的最佳方案。在这里他遇到大量的计算问题。一个偶然的机遇使冯·诺依曼参与了世界第一台电子计算机 ENIAC(Electronic Numerical Integrator and Computer)的研制,并在 1945 年提出了存贮程序通用电子计算机 EDVAC(Electronic Discrete Variable Automatic Computer)方案(“关于 EDVAC 报告的第一份草稿”,本书节译了其大部分)。这份史称“101 页报告”的文件,开辟了计算机发展史的新时代。这份报告提供了一个伟大的数学头脑如何决定现代计算机技术发展方向的鲜活案例。计算机的逻辑图式,现代计算机中存储、速度、基本指令的选取以及线路等之间相互作用的设计,都深深受到冯·诺依曼思想的影响(关于冯·诺依曼的计算机设计思想还可参见本书所译的“论大规模计算机器的原理”)。现代存贮程序通用计算机迄今仍被称为“冯·诺依曼型”计算机,冯·诺依曼被誉为“现代计算机之父”(尽管已经知道还有其他的数学家如图灵等也提出了诸如存贮程序等相同的计算机设计思想)。冯·诺依曼对计算机的兴趣后来又扩展到一般的自动机理论。

单是对现代计算机这一项,就足以使冯·诺依曼在数学史乃至科学史上流芳百世。然而冯·诺依曼对应用数学的贡献却涉及一系列领域,并且几乎都是开创性或奠基性

的。他在 20 世纪 30 年代晚期创立了博弈论 (game theory, 又称对策论), 并应用于经济领域。他与摩根斯顿 (Oskar Morgenstern, 1902—1977) 合著的“博弈论与经济行为” (*Theory of Game and Economic Behavior*, 1944) 是现代数理经济学的开山之作 (本书节译了其部分: “经济学中的数学方法”)。冯·诺依曼在计算机设计的研究中已敏锐地意识到计算速度的提高不仅依赖于机器速度的提高, 而且倚重于计算方法的改进。他关于高阶矩阵求逆等计算方法的研究, 使他成为数值分析的奠基人。冯·诺依曼还是数值天气预报的先驱, 他领导的研究小组利用第一台电子计算机 ENIAC 实现了人类历史上首次成功的天气预报数值计算。冯·诺依曼有一种超凡的能力, 能透过问题复杂的表面提取实质, 使之可用数学方法分析, 也许正是这种能力, 使他能得心应手地驰骋于应用数学王国。

除以上所述, 在实变函数与测度论、格论与连续几何、变分法、流体力学等其他许多领域, 冯·诺依曼都留下了自己的创造印记。很难在这里全面概括冯·诺依曼极其丰富而领域广泛的科学贡献, 但仅从以上极简略的描述人们也许就会对认为庞加莱是“最后的通才”的看法提出质疑。与庞加莱一样, 冯·诺依曼对应用和理论研究都很擅长, 这样的数学家本来为数不多, 而就对现代应用数学发展的影响而言, 恐怕还没有人能冯·诺依曼相提并论。

1954年,冯·诺依曼因出任美国原子能委员会委员而移居华盛顿。1955年他得了癌症,1957年不幸逝世,终年54岁。在生命的最后时刻,冯·诺依曼坐在轮椅上继续思考、参加会议并发表演说。他撰写的关于人的神经系统与计算机关系的讲稿,未及完成,后以“计算机与人脑”(有中译本,商务印书馆1965)的书名刊行于世,成为这位伟大的智者献给人类科学文化事业的绝唱。

作为兼纯粹与应用二任于一身并在两方面都卓有建树的现代数学家,冯·诺依曼对数学的本质、意义和价值有精辟的论述。与哈代不同,冯·诺依曼在“纯粹”与“应用”之间采取了平衡的态度。一方面,他相信“现代数学中一些最好的灵感,很明显地起源于自然科学”,认为“数学来源于经验”是“比较接近真理”的看法。另一方面,他也赞同数学具有艺术的特征,认为“数学家无论是选择题材还是判断成功的标准主要都是美学的”。不过,他反复提醒人们警惕由于“越来越纯粹地为艺术而艺术”而可能导致数学学科“退化”的危险。冯·诺依曼在二战中特殊的科学服务经历使他对数学的社会作用及科学的前景有着独到的见解,尽管形式化的思考会使他的某些看法出现偏颇,但总的来说,他关于科学与社会的论说同样闪耀着理性的光芒而具有启迪意义。这里特别要指出的是,冯·诺依曼反对科学研究的功利主义,认为:“在很大程度上,成功归于完

全忘掉终极所求；拒不研究逐利之事，只依赖智能雅趣准则的指引；遵循此道，长远来看其实会遥遥领先，远胜于执守功利主义之所获。”并指出：“这对所有学科都是正确的！”（以上参阅本书选译的“数学家”、“物理科学中的方法”、“我们能在技术条件下劫后余生吗？”、“数学在科学和社会中的作用”）

从冯·诺依曼浩瀚的论著中挑选出数十篇来展示这位纯粹与应用数学大师的数学思想，简直是一件不可能完成的任务，但我们仍然希望这本文选能成为一个适当的窗口，使人们得以一瞥这位大师思想宝库的风貌，并为那些希望深入的探宝者提供一定的线索。冯·诺依曼兴趣广泛，知识渊博。科学之外，他还研究历史等人文领域，造诣之深，往往令同事与朋友惊讶不已。冯·诺依曼具有很高的语言天赋，他的演讲素以文学上的修养著称。他的文章思想深邃，引人入胜，相信即使是非数学的读者，也可以从中感受这位体现了理论与应用的高度统一与完美结合的数学大师的创造性思维的脉搏。

李文林

2008年12月

# 目 录

集合论的一种公理化 .....	1
形式主义的数学基础 .....	43
经济学中的数学方法 .....	52
关于 EDVAC 报告的第一份草稿(节选) .....	65
论大规模计算机器的原理 .....	86
数学家 .....	147
数学在科学和社会中的作用 .....	167
《量子力学的数学基础》前言 .....	183
物理科学中的方法 .....	187
我们能在技术条件下劫后余生吗? .....	197



# 集合论的一种公理化<sup>①</sup>

(1925)

## I. 公理系统

### § 1 有关集合论公理化的基本原则

本项工作的目的是针对集合论给出一个逻辑上无可非议的公理化表述。我想先就促使我们建立这样一种集合论的那些困难说几句开场白。

众所周知,由康托最初给出的“朴素”集合论导致了矛盾。它们是这样一些著名的悖论:所有不包含自身的集合之集合(罗素),所有超限序数的集合(布拉里-福蒂)和所

---

<sup>①</sup> 原题:An Axiomatization of Set Theory。译自 J. van Heijnoort(ed.) From Frege to Gödel. Harvard University Press, 1967, p. 393-413。这里保留了原文脚注和英译注,但详细的参考文献则不再列出,有兴趣的读者可以查阅上述书后所附的参考文献。