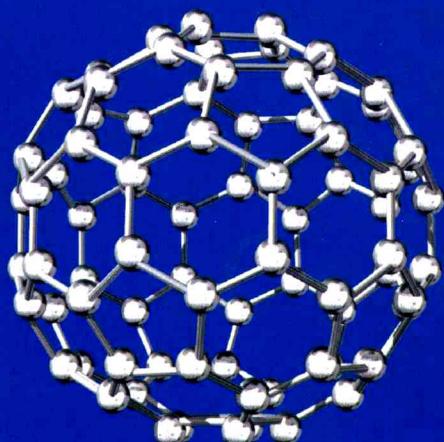


四川省物理学会  
“2005—国际物理年”  
学术年会暨西南地区实验  
物理2005学术年会

# 学术论文选

■ XUESHULUNWENXUAN

李余蓉 姚列明 主编



电子科技大学出版社

四川省物理学会“2005——<sup>UNESCO</sup>国际物理年”学术年会

暨西南地区实验物理 2005 学术年会

04-53  
5

# 学术论文选

电子科技大学出版社

**图书在版编目 (CIP) 数据**

四川省物理学会“2005 国际物理年”学术年会暨西南地区实验物理 2005 学术年会论文集 / 李余蓉, 姚列明主编. —成都: 电子科技大学出版社, 2005.7

ISBN 7—81094—887—3

I. 四... II. ① 李... ② 姚... III. 物理学—实验—高等学校—学术会议—文集 IV. 04·33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 084077 号

## **学术论文选**

**李余蓉 姚列明 主编**

---

**出 版** 电子科技大学出版社 (成都市建设北路二段四号, 邮编: 610054)

**责任编辑** 万晓桐

**发 行** 电子科技大学出版社

**印 刷** 四川文瑞印务有限责任公司

**开 本** 787×1092 1/16 **印张** 10.625 **字数** 259 千字

**版 次** 2005 年 8 月第一版

**印 次** 2005 年 8 月第一次印刷

**书 号** ISBN 7—81094—887—3/O · 47

**定 价** 12.80 元

---

■ 版权所有 侵权必究 ■

- ◆ 邮购本书请与本社发行科联系。电话: (028) 83201495 邮编: 610054
- ◆ 本书如有缺页、破损、装订错误, 请寄回印刷厂调换。

# 序

1905 年，Albert · 爱因斯坦一系列划时代的重大成果为相对论、量子论的建立奠定了基础。从此，人类的现代文明史翻开了新的一页。为了纪念这一奇迹 100 周年，2004 年 6 月 10 日，联合国大会召开第 58 次会议，一致通过 2005 年为国际物理年。

为隆重纪念国际物理年，四川省物理学会“2005——国际物理年”学术年会暨西南地区实验物理 2005 学术年会于 2005 年 7 月 15 日在四川绵阳西南科技大学召开。会议由电子科技大学物理电子学院和西南科技大学理学院承办。

本届学术会议的主要内容有：邀请国内物理学界专家作物理学前沿专题报告；交流物理学各分支学科的科研成果；交流物理学及其实验的教学经验、研讨教改有关问题；研讨并交流物理及其实验学科建设及课程建设、实验室建设经验；实施大学物理、大学物理实验基本要求的研讨；研究型教学、现代化教学和网络教学的研讨；研讨物理学发展前沿及其相关交叉学科间的关系；物理实验仪器设备开发及研制的经验交流、产品展示等。会议通过安排大会特邀报告、分会报告、专题研讨会和论文交流，物理实验仪器展示，参观中国工程物理研究院、中国空气动力发展与研究中心等多种形式使与会者能充分发表自己的见解和相互交流。

本次会议收到各高校寄来的大量论文，反映了西南地区大学物理及大学物理实验教育、教学改革和物理学科研究成果，其中还有部分学生论文。我们从中选出了 45 篇编成这次会议的论文集，以便各大专院校从事大学物理和大学物理实验教学和管理的人员交流和参考，从而促进各高校的大学物理和大学物理实验课程改革。

由于我们知识水平有限，在编辑此书时难免有疏漏和错误之处，敬请同行和读者批评指正。

编者  
2003 年 7 月

# 目 录

## 专题研究

基于状态观测器的参数控制噪声干扰下的混沌控制与同步 .....	1
微带线宽度趋于零时的有效介电常数 .....	7
非典型准静态循环过程热机效率 $\eta$ 的求解 .....	11
用 MATLAB 求解立方型状态方程 .....	16
非相干饱和光折变空间光孤子对的解析研究 .....	19
一维分子晶体中的极化子 .....	22
梯形网络的简易解法 .....	27
多维周期信号的合成及 MATLAB 的实现 .....	30
最小二乘法的不确定度分析 .....	33
滑轮转动中的摩擦力做功问题 .....	36
对比物态方程的直观物理解释 .....	39
一种新型的微波传感器 .....	42

## 教学研究

工科物理实验教学改革的思路与实践 .....	44
关于开设文科物理的思考与实践 .....	49
开设文科物理实验的探索 .....	53
面向 21 世纪工科物理素质教育的思考 .....	56
大学物理中的素质教育 .....	61
课内、课外相结合，提高物理教学效率 .....	64
物理问题的现实生活背景在学习中的作用 .....	68
物理实验教学改革实践与探讨 .....	72
《大学物理实验》精品课程建设的探索和实践 .....	74
谈谈大学物理实验课的教学方法 .....	79
物理实验教学中的因材施教 .....	82
浅谈在力学教学中如何引导新生适应大学物理的学习 .....	85
在大学物理教学中提高学生的听课兴趣的几点尝试 .....	88
物理实验“三段式”开放的研究与实践 .....	91
物理实验学分制教学改革的几点思考 .....	95

## 实验技术研究

关于实验“拉伸法测杨氏模量”的思考 .....	99
用光谱微机分析法测光栅衍射中的黄双线 .....	102
用单片机精确测量动态交流信号的频率 .....	107
JK-150型高级真空机组实验装置的设计 .....	111
用椭偏仪测定有机薄膜的厚度和折射率 .....	116
恒流法不宜用于不良导体热导率的测量 .....	119
智能型教学仪器与大学物理实验教学 .....	121
用PASCO仪器做光的偏振演示实验 .....	123
用自准直法测凹透镜焦距 .....	127
浅谈在物理实验课中开设颜色光学及实验的紧迫性和重要性 .....	129
霍耳效应法测磁场的误差分析 .....	133
引入负值电阻，巧解电桥问题 .....	136

## 计算机在教学中的应用

将模拟计算引入大学物理实验教学的探索与实践中 .....	138
大学物理实验多媒体课件的制作 .....	143
物理实验网络化教学系统 .....	147
用SigmaPlot实现曲线最优拟合 .....	151
浅析计算机辅助教学在大学物理教学中的应用 .....	155
基于Excel，实现物理实验数据的计算机处理 .....	159
参考文献 .....	164

## 基于状态观测器的参数控制噪声干扰下 的混沌控制与同步

郝加波 张志远

(达县师范高等专科学校物理系 达州市 635000)

**【摘要】**提出一种基于观测器的参数控制噪声干扰下的混沌数字通信方法。通过利用一种混沌系统驱动另一种混沌系统产生出理想的输出波形，将这种控制方法用于混沌控制，根据噪声干扰下的系统方程构造出状态观测器，并将其用于具有量测噪声和输入噪声干扰下的和 Lorenz 混沌系统的控制。改变观测器的作用范围，可以将混沌系统稳定到固有的区域内。仿真结果证实了该方法的有效性。

**【关键词】**状态观测器，混沌系统，噪声干扰，混沌同步

### 1. 引言

混沌控制由于在通信、信息科学、生命科学、医学等领域的巨大应用潜力和发展前途，已经成为非线性科学中的一个研究热点。对于混沌的控制，近年来国内外提出了一些典型有效的控制方法，但是，这些控制方法主要是针对未受噪声干扰的混沌系统，即在确定性系统和环境下的控制，对混沌系统受噪声干扰时的控制情况涉及较少。实际上，系统经常处于随机干扰及噪声环境之中，系统状态将受到这些随机干扰的影响，所以有必要研究在噪声干扰下混沌系统的控制问题。

本文应用状态观测器控制方法，在混沌系统存在可测量噪声和输入噪声的情况下，利用此时的系统方程构造出观测器，对非线性的混沌系统进行输出反馈，通过改变观测器的作用范围，可以使混沌系统固有的不稳定稳定到新的区域之内。

### 2. 状态观测器设计

状态观测器控制要求得到所有状态反馈。而实际上，在得到状态反馈时，也会同时受到量测噪声的干扰。状态观测器问题就是要从带有量测噪声的检测状态中获得状态的最优估算以便于控制。我们将首先导出有关的公式，并求出解。

#### (1) 公式与求解

考虑如下系统：

$$\dot{x} = Ax + Bu + Fw \quad (1)$$

$$y = Cx + v$$

式中,  $w$  为随机噪声干扰输入;  $v$  为由传感器带来的随机量测噪声。这里需要对噪声过程的系统特性做出假设, 即两个噪声都是具有零均值和已知方差及协方差的高斯白噪声过程。这些统计特性如下:

$$\begin{aligned} E\{w(t)\} &= 0 & E\{v(t)\} &= 0 \\ E\{w(t)w'(t+\tau)\} &= Q_0\delta(t-\tau) \\ E\{v(t)v'(t+\tau)\} &= r_0\delta(t-\tau) \\ E\{w(t)v'(t+\tau)\} &= 0 \quad \forall t, \tau \end{aligned}$$

现在需要做的是求取带有噪声的量测的估算, 使得误差的方差最小。

令  $\hat{x}(t)$  为估计值、 $\tilde{x}(t)$  为误差, 性能指标由下式给出:

$$J = E\{\tilde{x}'(t)\tilde{x}(t)\} \quad (2)$$

式中,  $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  为了得到一个渐近、稳定的最小方差观测器, 先做下列假设, 即  $(C, A)$  是完全可观测的, 矩阵  $R_0$  是正定的, 存在  $H_0$  使得  $H_0H_0' = Q_0$ , 且  $(A, H_0)$  是可稳定的, 在上述假设条件下, 状态观测器由下式给出:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - c\hat{x}) \\ L &= P_0C'R_0^{-1} \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $P_0$  由下式得出:

$$AP_0 + P_0A' + FQ_0F' - P_0C'R_0^{-1}CN_0 = 0 \quad (4)$$

若对前面的假设条件再放宽一些, 即系统的噪声过程之间是相关的, 就可得更一般形式的观测器。设噪声扰动输入与量测噪声是相关的, 则可以得到一个方差阵为

$$E\left\{\begin{bmatrix} w(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w'(t) \\ v'(t) \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} Q_0 & N_0 \\ N_0' & R_0 \end{bmatrix} \delta(t-\tau) \quad (5)$$

在这种情况下, 最优状态观测器求解方程就变成

$$\begin{aligned} L &= (P_0C' + N_0)R_0' \\ AP_0 + Q_0A' + FQ_0F' - (Q_0C' + N_0)R_0^{-1}(Q_0C' + N_0)' &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

如果对二次型状态观测器的求解作如下代换, 可以得到最优观测器获得解:

$$A \rightarrow A', B \rightarrow B', Q \rightarrow FQ_0F', R \rightarrow R', N \rightarrow N_0, K \rightarrow L', P \rightarrow P_0$$

根据以上结果设观测器的方程 (无控制项存在) 为

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$$

若量测噪声比较大 ( $R_0$  大), 而输入噪声较小 ( $Q_0$  小), 则状态观测器取决于估计用的系统模型, 且所选择的  $L$  是比较小的。由此得到的观测器是一个较慢的观测器。反之, 若量测噪声比较小, 而输入噪声比较大的话, 则观测器将取决于量测值, 且所选择的  $L$  是比较大的。由此得到的观测器是较快的观测器。在本例中,  $Q_0$  比  $R_0$  大 10 倍, 因此求得的观测器应该是较大的  $L$  的快速观测器。注意,  $L$  中只有第一个元素比较大, 而另两个元素则要小得多。为了说明此点, 看下列系统方程:

$$\dot{x}_1 = -18x_2 + 162x_3 + w$$

$$\dot{x}_2 = x_1$$

$$\dot{x}_3 = x_2 - 10x_3$$

$$y = 10x_2 - 162x_3 + v$$

由于输入噪声直接加到  $x_1$  上的噪声较大。但是  $x_2$  是  $x_1$  的积分，而  $x_3$  又是对  $x_1$ 、 $x_2$  的滤波。这就是  $L$  中后两个元素要比第一个元素小得多的原因。

下面通过 MATLAB 对上式用于构成观测器、仿真及绘图，得到的图形如图 1 所示。图中（1）、（2）、（3）分别为  $x_1$ 、 $\hat{x}_1$ ： $x_2$ 、 $\hat{x}_2$ ： $x_3$ 、 $\hat{x}_3$  的对照，（4）为估计误差  $\tilde{x} = x - \hat{x}$  的情况。由（4）可看出， $x_3$  的估计误差最多为  $x_2$  估计误差的  $1/10$ ，而且为  $x_1$  估计误差的  $1/100$ （放在一起绘制时，可以看到  $x_3$  的完成曲线接近于 0）。

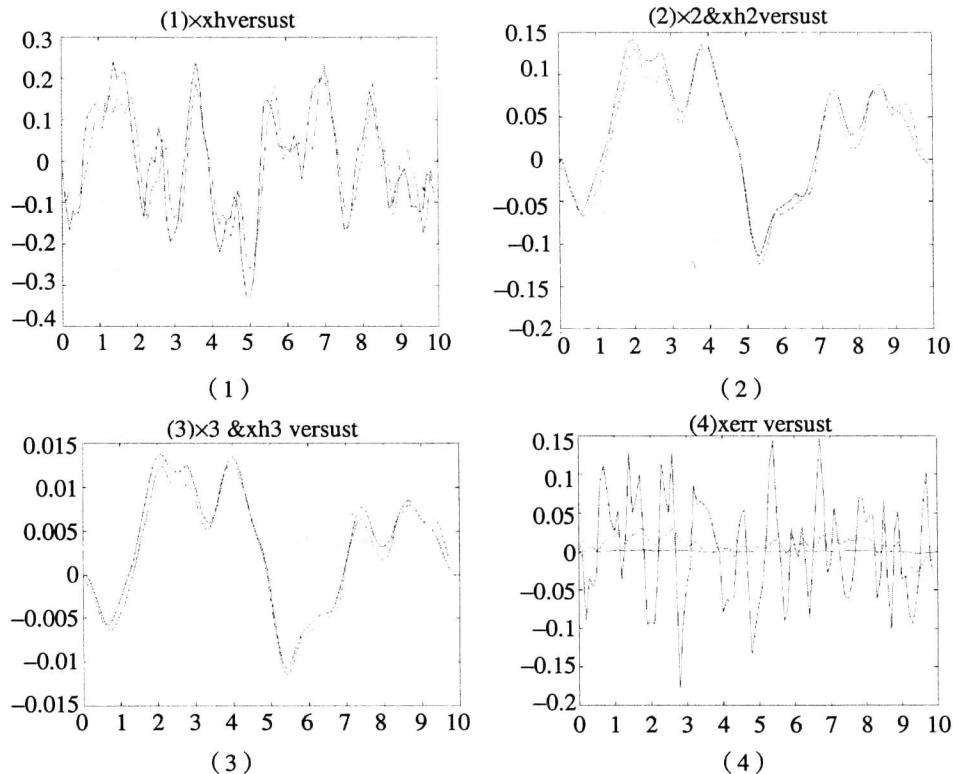


图 1 状态与其估计值的对照曲线

### 3. 受扰系统的状态控制器设计原理

#### (1) 受扰系统状态估算观测器

一个实际的动态系统，除确定性的输入外，还经常有随机扰动输入，或称动态噪声，以及一般由传感器在系统输出端引入的量测噪声。考虑上述噪声扰动后，系统方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fw \\ y = Cx + v \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中， $A$  为  $n \times n$  的常数矩阵， $B$  为  $n \times r$  维的常数矩阵， $F$  为  $n \times r$  维的常量矩阵， $C$  为  $q \times n$  维的输出矩阵， $w$  为  $n$  维的随机噪声干扰输入向量， $v$  为  $q$  维随机量测噪声向量，

并且假定两个噪声都是具有零均值和已知方差及协方差的 Gauss 白噪声。它们的统计特性如下：

$$\begin{cases} E[w(t)] = 0; E[v(t)] = 0 \\ E[w(t)w'(t+\tau)] = Q_0 \delta(t-\tau) \\ E[v(t)v'(t+\tau)] = R_0 \delta(t-\tau) \\ E[w(t)v'(t+\tau)] = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式 (8) 中  $\delta(t-\tau)$  为 Dirac  $\delta$  函数，其定义是

$$\delta(t-\tau) = \begin{cases} \infty, & t = \tau \\ 0, & t \neq \tau \end{cases}$$

且

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(\tau) d\tau = 1$$

$Q_0$  及  $R_0$  为白噪声的方差矩阵。其中， $Q_0$  为对称半正定矩阵， $R_0$  为对称正定矩阵，状态估计观测器的作用就是从带有量测噪声的检测状态中获得状态的最优估计。假设  $(C, A)$  是完全可观测的，存在  $H_0$  使得  $H_0 H_0' = Q_0$ ，且  $(A, H_0)$  是稳定的，则状态估计观测器由下式给出：

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \\ L = P_0 C' R_0^{-1} \end{cases} \quad (9)$$

式 (9) 中的  $P_0$  为下面 Riccati 方程 (16) 的解。

$$AP_0 + P_0 A' + FQ_0 F' - P_0 C' R_0^{-1} C P_0 = 0 \quad (10)$$

式 (10) 也可以称为状态估计观测器的滤波误差方差方程。状态估计观测器的结构框图可以用如图 2 所示。

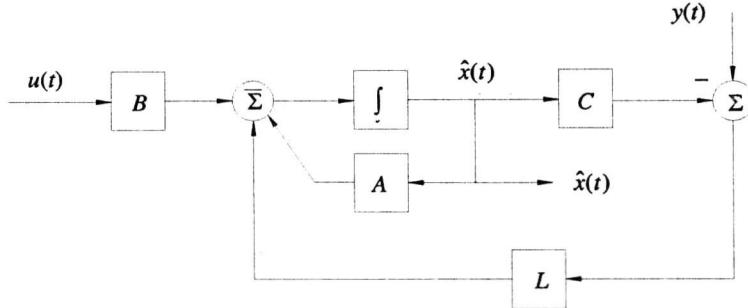


图 2 状态估计观测器的结构框图

## (2) 状态控制器对噪声干扰下混沌系统的控制

在最优控制中，若同时考虑到量测噪声和输入噪声对系统的影响，即此时受噪声扰动的系统方程的性能指标为：

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E \left\{ \int_{-T}^{T} (x' Q x + u' R u) dt \right\}$$

可以设计得到该系统的二次型最优控制器的方程如下：

$$\dot{\hat{x}} = [A - BK - LC]\hat{x} + Ly \quad (11)$$

上式中的  $K$  为无噪声干扰时的最优二次型调节器的反馈增益,  $L$  为状态估计观测器的增益矩阵。

设噪声干扰下非线性的混沌系统的方程为:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(x) + Fw \\ y = Cx + v \end{cases} \quad (12)$$

式(12)中,  $A$  为  $n \times n$  的不含状态变量的系统矩阵,  $f(x) = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ , 为混沌系统的非线性项, 且  $f_i$  为一连续函数, 其它量的定义同式(7)。利用式(17)所示的状态控制器对该受扰混沌系统进行控制的方法为:

首先, 根据混沌系统的方程, 得到矩阵  $A$  和  $C$ ; 同时根据输入噪声和量测噪声的性质, 获得  $Q_0$  和  $R_0$  的信息及常量矩阵  $F$ 。

其次, 按照上述设计状态观测器的方法选择矩阵  $Q$ 、 $R$  和  $B$ , 以求取调节器的增益矩阵  $K$ 。其中矩阵  $B$  为控制矩阵, 矩阵  $B$  中元素的选取要满足  $A-BK$  的所有特征值  $< 0$  这个限制条件。矩阵  $B$  如何选取决定了控制作用的大小和作用范围以及控制结果。

接着, 在已知  $Q_0$ 、 $R_0$  和  $F$  的情况下, 求解方程(10), 并据式(9)获得状态估计观测器的增益  $L$ 。

最后, 在原来的混沌系统方程(12)上加入反馈量  $\hat{u} = -K\hat{x}$  进行反馈控制,  $\hat{x}$  即为式(11)所示的控制器的状态变量。因此采用这种控制方法后总的系统方程为:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + f(x) + Fw - BK\hat{x} \\ y = Cx + v \\ \dot{\hat{x}} = [A - BK - LC]\hat{x} + Ly \end{cases} \quad (13)$$

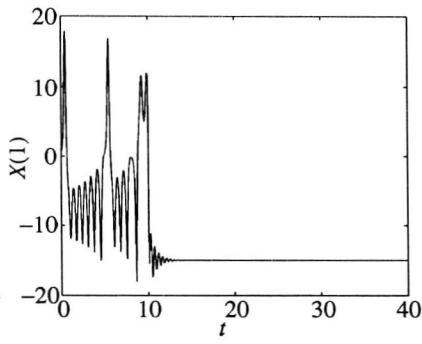
#### 4. Lorenz 混沌系统的调制及仿真

混沌的 Lorenz 系统在噪声干扰下的方程可表示为:

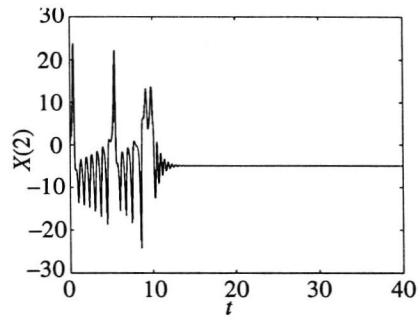
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1) + w \\ \dot{x}_2 = \rho x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1 x_2 - \beta x_3 \\ y = x_1 + x_2 + x_3 + v \end{cases} \quad (14)$$

式(20)中  $\alpha = 10$ ,  $\rho = 10$ ,  $\beta = 8/3$ , 输入噪声  $w$  和可测噪声  $v$ 。现在按照以上设计出的观测器对系统进行控制, 可以将系统稳定到原系统新的平衡点或区域内。

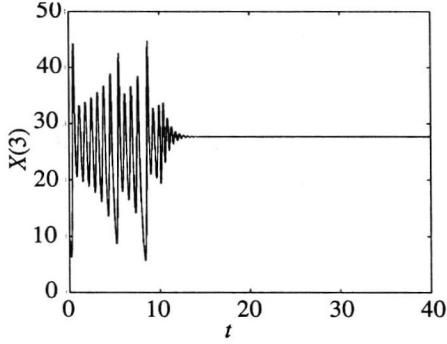
选取  $A = [-10 \ 10 \ 0; \ 28 \ -1 \ 0; \ 0 \ 0 \ -8/3]$ ;  $B = [1; \ 0; \ 0]$ ;  $Q = [1 \ 0 \ 0; \ 0 \ 1 \ 0; \ 0 \ 0 \ 1]$ ;  $R = [1]$ ; 经过计算得到  $K = [23.7117 \ 18.4906 \ -0.0000]$ ,  $L = [10.8836 \ 17.5305 \ 0.0000]$ 。系统运行几秒时施加控制作用, 仿真结果如图 3 所示。



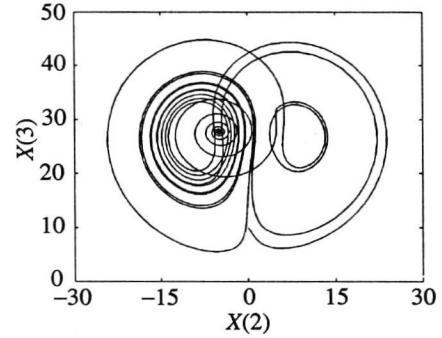
(a)  $X(1)$  的时间历程图



(b)  $X(2)$  的时间历程图



(c)  $X(3)$  的时间历程图



(d)  $X(2)$  和  $X(3)$  的相图

图 3 仿真结果图

从图 3 可见，当施加控制作用后，系统在 5 秒左右稳定到新的平衡点  $(-14.9690, -4.9297, 27.6705)$ 。通过仿真得知，增大信噪比可以将 Lorenz 系统稳定到其他新的平衡点或系统固有的区域内。

## 5. 结论

本文利用状态观测器的参数控制方法，实现了对噪声干扰下混沌的系统和 Lorenz 混沌系统的控制。通过灵活地选取控制参数，能够将受扰混沌运动稳定到系统固有的平衡点或者区域内。理论研究和数值仿真表明，本文的方法在灵活有效地控制混沌的同时，还能够用较小的控制能量来保持较小的误差，在能量与误差两方面实现综合最优。因此，采用这种方法对噪声干扰下的混沌系统实施控制，可以合理地减少控制代价，在工程上具有潜在的应用价值。

# 微带线宽度趋于零时的有效介电常数

张实华

(四川理工学院物理教研室 四川自贡 643033)

**【摘要】**本文讨论开放微带线宽度趋于零时的有效介电常数，并给出了微带线宽度趋于零时，求有效介电常数的公式。同时，本文也对 H.A.Wheeler 关于求微带线有效介电常数的一个问题，提出了不同的看法。

**【关键词】**开放微带线宽度，有效介电常数，看法

求开放微带线宽度趋于零时的有效介电常数，实际上就是当微带宽度  $W$  趋于零时，求有效介电常数  $\epsilon_e$  的极限值  $\epsilon'_e$ 。

如图 1 所示的开放微带线，如果介质厚度  $h$  一定，当带线宽度  $W$  变小时，微带线的有效介电常数  $\epsilon_e$  也将发生变化。如果微带线宽度  $W \rightarrow 0$  时， $\epsilon_e$  的极限值为  $\epsilon'_e$ ，即是：

$$\epsilon'_e = \lim_{W \rightarrow 0} \epsilon_e$$

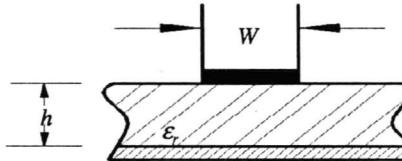


图 1 开放微带线

如何求  $\epsilon'_e$ ，是本文所要讨论的问题。

关于求开放微带线的有效介电常数问题，H.A.Wheeler 在 1965 年已作了详细的讨论，他给出的有关概念和计算公式，后来已被人们普遍采用。

对微带线宽高比  $W/h \rightarrow 0$  (或  $W/h \ll 1$ ) 时，有效介电常数  $\epsilon_e$  的极限值这一问题，H.A.Wheeler 指出：当  $W/h \rightarrow 0$  时， $\epsilon_e \rightarrow \epsilon'_e \frac{1}{2}(1 + \epsilon_r)$ ，其中  $\epsilon_r$  为微带线介质基片的相对介电常数。他的这一结论是基于这样的认识：当微带线  $W/h \rightarrow 0$  时，电场在带线附近呈对称分布。即在空气中的电场与在介质基片中的电场成对称分布。因而这时微带线的有效介电常数为  $\epsilon_e \rightarrow \epsilon'_e = \frac{1}{2}(1 + \epsilon_r)$ 。也就是说，此时的有效介电常数为一常数，与介质厚度  $h$  无关。

以上关系也反映在 H.A.Wheeler 给出的求微带窄带情况下有效介电常数的公式中，即：

$$\epsilon_e = \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)[1 + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \cdot \frac{\ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}(\ln 4/\pi)}{\ln(8h/W) + \dots}] \quad (1)$$

从公式中可看出，当  $W/h \rightarrow 0$  时， $\epsilon_e \rightarrow \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$ ，或写成：

$$\epsilon'_e = \lim_{W/h \rightarrow 0} \epsilon_e = \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$$

后来，人们大都沿用了 H.A.Wheeler 的这一说法，国内的有关专著也是采用这一说法。这一说法看起来是完全正确的，但只要仔细推敲一下，不难发现，这种说法并不符合实际情况。下面我们具体进行分析。

对于开放微带线，若带上带有电荷  $Q$ ，则其场分布如图 2 所示。微带线  $W/h \rightarrow 0$  有两种情况：一种情况是  $h$  一定， $W \rightarrow 0$ ；另一种情况是  $W$  一定， $h \rightarrow \infty$ 。下面我们分别讨论。

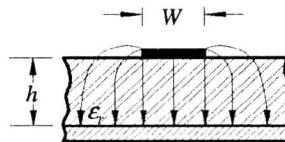


图 2 微带线场分布

(1)  $h$  一定， $W \rightarrow 0$  的情况。这种情况在实用中是常见的，也是本文所讨论的情况。

很显然，当图 2 中微带线宽度  $W \rightarrow 0$  ( $h$  不变) 时，其场分布如图 3 所示。此时带线截面已趋于一个点，因而在横截面上可以看成一个点源。

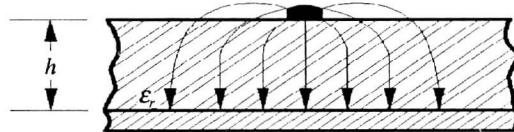


图 3 微带线宽度趋于零时的场分布

从图 3 中可以看出，只要介质厚度  $h$  不是无限大，则电场分布就不可能是上下对称的，在介质基片与空气分界面上，其电场的法向分量就不可能为零，因而场分布只能是图 3 所示的那种形式。

所以，此时的有效介电常数  $\epsilon'_e$  不可能趋于  $\frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$ 。即：

$$\epsilon'_e = \lim_{W/h \rightarrow 0} \epsilon_e \neq \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$$

可看出，此时的有效介电常数  $\epsilon'_e$  与介质厚度  $h$  有关。只有当介质厚度  $h$  趋于无限大时，带线的电场才是上下对称的，这时才会有：

$$\epsilon'_e = \lim_{W/h \rightarrow 0} \epsilon_e = \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$$

由上可知，在这种情况下，当  $W/h \rightarrow 0$  时， $\epsilon_e \rightarrow \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$  的结论是不成立的。

(2)  $W$  一定,  $h \rightarrow \infty$ 。这时电场在带线上下呈对称分布。这是因为空气和介质(相对介电常数  $\epsilon_r$ )在带线上下各占一半, 结构是对称的, 在空气介质的分界面上不存在电场的法向分量, 故场分布上下是对称的。这样, 有效介电常数  $\epsilon_e = \frac{1}{2}(1 + \epsilon_r)$ , 或写成:

$$\epsilon'_e = \lim_{W/h \rightarrow 0} \epsilon_e = \frac{1}{2}(1 + \epsilon_r)$$

由上可知, 在这种情况下,  $W/h \rightarrow 0$  时,  $\epsilon_e \rightarrow \frac{1}{2}(1 + \epsilon_r)$  的结论是成立的。但在实际中难以遇到  $h \rightarrow \infty$  的情况。

下面推导一下当  $h$  一定,  $W \rightarrow 0$  时, 求有效介电常数  $\epsilon'_e$  的正确公式。

如图 5 所示的屏蔽微带线, 其有效介电常数  $\epsilon_e$  的计算公式为:

$$\epsilon_e = \frac{\int_0^{\infty} \{[P(\beta)]^2 / \beta \cdot [\coth(\beta h) + \coth(\beta d)]\} d\beta}{\int_0^{\infty} \{[P(\beta)]^2 / \beta \cdot [\epsilon_r \coth(\beta h) + \coth(\beta d)]\} d\beta} \quad (2)$$

式中,  $h$  为介质厚度,  $d$  为屏蔽微带线空气部分的高度,  $P(\beta)$  为带上电荷分布  $\rho(x)$  的 Fourier 变换, 其计算公式已由 E.yamashita 等人给出:

$$\frac{P(\beta)}{Q} = \frac{\sin(\beta \frac{W}{2})}{\beta \frac{W}{2}} - \left[ \frac{\sin(\beta \frac{W}{4})}{\beta \frac{W}{4}} \right]^2 \quad (3)$$

式中,  $Q$  为带上电荷量,  $W$  为带线宽度。

很明显, 当屏蔽微带线空气部分高度  $d \rightarrow \infty$  时, 则屏蔽微带线就变成了图 1 所示的开放微带线。

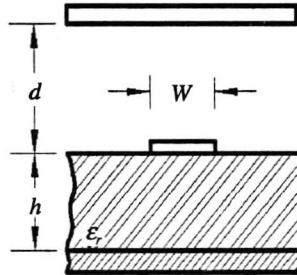


图 5 屏蔽微带线

若将  $d \rightarrow \infty$  这一条件代入公式 (2), 则可得到求开放微带线开放微带线有效介电常数的公式。

由于当  $d \rightarrow \infty$  时,  $\coth(\beta \cdot d) \rightarrow 1$ , 故公式 (2) 变为:

$$\epsilon_e = \frac{\int_0^{\infty} \{[P(\beta)]^2 / \beta \cdot [\coth(\beta h) + 1]\} d\beta}{\int_0^{\infty} \{[P(\beta)]^2 / \beta \cdot [\epsilon_r \cdot \coth(\beta h) + 1]\} d\beta} \quad (4)$$

式(4)即为求开放微带线有效介电常数的公式。下面我们由公式(4)求开放微带线当 $h$ 一定,  $W \rightarrow 0$ 时的有效介电常数 $\epsilon'_e$ 。

当带线宽度 $W \rightarrow 0$ 时, 由式(3)可以得到:

$\lim_{W \rightarrow 0} \frac{P(\beta)}{Q} = 1$ , 即此时 $P(\beta) = Q$ , 为常数。这样, 由公式(4)可知, 此时的有效介电常数 $\epsilon'_e$ 为:

$$\epsilon'_e = \lim_{W \rightarrow 0} \epsilon_e = \frac{\int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\beta \cdot [\cosh(\beta h) + 1]} \right\} d\beta}{\int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\beta \cdot [\epsilon_r \cosh(\beta h) + 1]} \right\} d\beta} \quad (5)$$

式(5)表明,  $\epsilon'_e$ 与介质厚度 $h$ 有关, 不是一个常数。但当 $h \rightarrow \infty$ 时, 式(5)可以大大简化, 因为当 $h \rightarrow \infty$ 时,  $\cosh(\beta h) \rightarrow 1$ , 则(5)式可简化为:

$$\epsilon'_e = \frac{\frac{1}{2} \int_0^\infty \frac{1}{\beta} d\beta}{\frac{1}{1+\epsilon_r} \int_0^\infty \frac{1}{\beta} d\beta} = \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$$

即

$$\epsilon'_e = \lim_{\substack{W \rightarrow 0 \\ h \rightarrow \infty}} \epsilon_e = \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$$

认真观察一下式(5), 还可以看出, 由于 $\epsilon_r > 1$ , 故介质厚度 $h$ 越大,  $\epsilon'_e$ 越小。由此可见, 当 $h < \infty$ 时,  $\epsilon'_e > \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$ , 因为只有当 $h \rightarrow \infty$ 时, 才有 $\epsilon'_e = \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$ 。

上面由式(5)得到的结果, 与前边我们从物理概念出发进行分析的结果是完全一致的。

这里, 我们可以提出这样的一个问题: H.A.Wheeler 给出公式(1), 是在认为 $W/h \rightarrow 0$ 时,  $\epsilon_e \rightarrow \epsilon'_e = \frac{1}{2}(1+\epsilon_r)$ 的条件下推导出的。但是由前面分析已看出, 这个条件并不完全符合实际情况。因此, 可以这样认为: 适合窄带情况的公式(1), 当带线很窄时(比如 $W/h \ll 1$ 时), 计算出的有效介电常数将与正确值出现偏差。而采用公式(4)进行计算, 则可得到正确的结果。

当然, 从工程技术上讲, 这种偏差可能是微不足道的。但是, 弄清楚微带线宽度趋于零时的有效介电常数这个问题, 也许对深入研究微带线是有意义的。

# 非典型准静态循环过程热机效率 $\eta$ 的求解

蒲利春 张雪峰 王本菊

(攀枝花学院数理教学部 攀枝花 617000)

**【摘要】**在分析理想气体准静态过程吸热和放热方向转折点的基础上，提出了求解非典型准静态循环过程热机效率 $\eta$ 的新方法，并列举了两个非典型准静态循环过程的热机效率 $\eta$ 的求解过程。

**【关键词】**准静态，转折点，循环，热机效率，方法

## 1. 引言

由绝热过程、等温过程、等压过程、等体过程等四个典型准静态过程构成的循环是典型准静态循环，如卡诺循环、奥托循环、狄塞尔循环、斯特令循环……否则，在构成热力学循环过程中，有一个过程不属于4个典型准静态过程，是文章研究的非典型准静态循环过程。

热机效率公式 $\eta = \frac{W}{Q_1}$ ，公式对热机工作物质的任意循环过程都适用。由于理想气体非

典型准静态循环过程的复杂性，常见的“热学”和“大学物理”教材及教学参考资料，仅讨论热机在理想气体准静态循环过程中的热机效率，下面提出一种求解非典型准静态循环过程的热机效率 $\eta$ 的方法，供同行鉴赏。

## 2. 非典型准静态过程的吸热、放热分析

理想气体的非典型准静态过程曲线的吸热、放热区域分析。

热力学第一定律的微分公式

$$dQ = dU + dW \quad (1)$$

式(1)中， $dU = \frac{M}{\mu} C_v dT$ ， $dW = PdV = \frac{M}{\mu} \frac{RT}{V} dV$

非典型准静态元过程可视为多方过程( $TV^{n-1} = \text{常量}$ )，所以， $dW = -\frac{M}{\mu} \frac{R}{n-1} dT$ ，代入式(1)得：

$$dQ = \frac{M}{\mu} C_v \left( \frac{n-\gamma}{n-1} \right) dT \quad (2)$$

式(2)中， $n$ 、 $\gamma$ 是多方过程指数和绝热过程指数， $dQ$ 的正、负由 $dT$ 及 $\left(\frac{n-\gamma}{n-1}\right)$ 两个