全国各类成人高等学校专科起点本科班招生(非师范类)

考试模拟试题集

高等数学(一)

本书编写组编

中央广播电视大学出版社

全国各类成人高等学校专科起点

本科班招生(非师范类)考试模拟试题集

高等数学(一)

本书编写组　编

中央广播电视大学出版社

（京）新登字 163 号

图书在版编目（CIP）数据

高等数学　（一）：全国各类成人高等学校专科起点本科班招生（非师范类）考试模拟试题集/《高等数学》编写组编．—北京：中央广播电视大学出版社，1995.7

ISBN 7-304-01194-7

Ⅰ．高…　Ⅱ．高…　Ⅲ．高等数学-试题-成人教育；高等教育-升学参考资料 Ⅳ．013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字（95）第 16769 号

全国各类成人高等学校专科起点
本科班招生（非师范类）考试模拟试题集
高等数学（一）
本书编写组　编

中央广播电视大学出版社出版
社址：北京市复兴门内大街 160 号　邮编：100031
北京印刷三厂印刷　新华书店北京发行所发行
开本 787×1092　1/16　印张 10.75　千字 164
1995 年 7 月第 1 版　1995 年 10 月第 1 次印刷
印数 1—12000
定价　15.00 元
ISBN 7-304-01194-7/G・158

前　言

为了配合全国各类成人高等学校(非师范类)专科起点本科班入学考试,我们组织了部分长期在教学第一线从事教学工作的教授和专家,按《全国各类成人高等学校专科起点本科班招生(非师范类)复习考试大纲(试用本)》的要求,编写了这套《全国各类成人高等学校专科起点本科班招生(非师范类)考试模拟试题集》。在全面贯彻课程教学要求的基础上,既注意保持知识的系统性和完整性,又兼顾测试的科学化与规范化,尽可能体现对考生应具备的大学专科基本理论、专业知识和基本技能训练的要求。为方便考生,在试卷中还特留出空白处,供书写练习。我们相信,通过本书的学习和使用,将提高考生的应考能力。第一批为一九九六年考生提供的模拟试题集包括:政治、英语、高等数学(一)、高等数学(二)、会计学原理等科目(共计5种)。由於编写时间较短,疏漏不当之处还需广大读者提出宝贵意见。

编　者

1995年5月20日

目　录

模拟试题一

本试题满分为 150 分

题　号	一	二	三	总　分
分　数				

得分	评卷人

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的 4 个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在括号内。

(1) 函数 $f(x)=(x-2)\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ 的定义域为

A. $[-1,1)$　　B. $[-1,1]$　　C. $(-1,1)$　　D. $(-1,1]$　　【　】

(2) $\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\dfrac{1}{kx}(k\neq0)$ 为

A. k　　B. $\dfrac{1}{k}$　　C. 1　　D. 无穷大量　　【　】

(3) 设函数 $f(x)$ 在 x_0 处可导，则 $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(x_0-h)-f(x_0)}{h}$

A. 与 x_0,h 都有关　　B. 仅与 x_0 有关，而与 h 无关

C. 仅与 h 有关，而与 x_0 无关　　D. 与 h,x_0 都无关　　【　】

(4) 设函数 $y=\cos x+\sin x,x\in[-\pi,\pi]$，则 y 在给定的区间内

A. 无极值　　B. 有极大值，无极小值

C. 有极小值，无极大值　　D. 既有极小值，又有极大值　　【　】

(5) 设向量 $\boldsymbol{a}=\{3,5,-4\},\boldsymbol{b}=\{2,1,8\}$，$\lambda$ 与 μ 为数，若向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$ 与 y 轴垂直，则

A. $3\lambda+2\mu=0$　　B. $-4\lambda+8\mu=0$

C. $5\lambda+\mu=0$　　D. $-\lambda+10\mu=0$　　【　】

(6) $\int \sin 2x dx$ 等于

A. $\frac{1}{2}\sin 2x+C$　　B. $\sin^2 x+C$

C. $-2\cos 2x+C$　　D. $\frac{1}{2}\cos 2x+C$　　【　】

(7) $\int_a^{+\infty} e^{-px}dx\ (p>0)$等于

A. e^{-pa}　　B. $\frac{1}{a}e^{-pa}$

C. $\frac{1}{p}e^{-pa}$　　D. $\frac{1}{p}(1-e^{-pa})$　　【　】

(8) 设级数$\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ 发散，则级数$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$

A. 收敛　　B. 绝对收敛

C. 发散　　D. 是敛散性不能确定的级数　　【　】

(9) 下列积分中能用牛顿-莱布尼兹公式的是

A. $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{x}$　　B. $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

C. $\int_{\frac{1}{e}}^{3}\frac{dx}{x\ln x}$　　D. $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{\sqrt{2-x^2}}$　　【　】

(10) 幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{nx^n}{3^n}$的收敛半径 R 为

A. 3　　B. 0　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $+\infty$　　【　】

得分	评卷人

二、填空题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。把答案填在题中横线上。

(11) 设 $b>a>0$，则函数 $f(x)=\sqrt{b^2-x^2}+\frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$的连续区间为________.

(12) $y=\ln(\ln^2 x)$，$y'=$______.

(13) $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{-\frac{1}{2x}}=$____.

(14) 已知曲线 $f(x)=x^3+ax^2-9x+4$ 在 $x=1$ 处有拐点，则 $a=$____.

(15) 设 $y=\int_0^x te^t dt$ ，则$\frac{dy}{dx}=$____.

(16) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\cdot \arcsin x}=$__________.

(17) 过点(3，-2，2)且垂直于平面 $5x-2y+6z-7=0$ 和 $3x-y+2z+1=0$ 的平面方程为__________.

(18) 设 $z=x^y(x>0,x\neq 1)$，则$\frac{x}{y}\cdot\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{\ln x}\cdot\frac{\partial z}{\partial y}=$____.

(19) 改变二次积分 $I=\int_{-1}^0 dy\int_0^{1+y} f(x,y)dx+\int_0^1 dy\int_0^{1-y} f(x,y)dx$ 的次序，则 $I=$____________.

(20) 设函数 $y=(1+x)^2u(x)$ 是微分方程 $y'-\frac{2y}{x+1}=(x+1)^3$ 的通解，则 $u(x)=$__________.

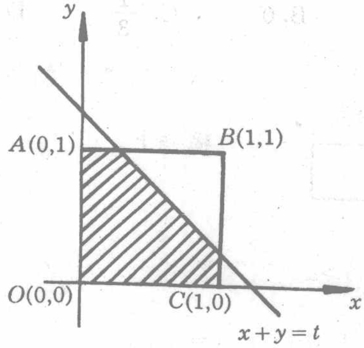
三、解答题：本大题共 8 个小题，每小题 10 分，共 80 分。

得分	评卷人

(21) 如图所示，$OABC$ 是一单位正方形，另有一直线，其方程为 $x+y=t(0<t<2)$。

①试写出正方形与平面区域 $x+y<t$ 的公共部分(即阴影部分)的面积 $S(t)$的函数表达式。

②证明 $S(t)$是 $t(0<t<2)$的连续函数。



题 图

(22) 求由方程 $e^{xy}=a^x b^y(a>0,b>0,a\neq 1,b\neq 1)$ 所确定的隐函数 y 的导数 $\frac{dy}{dx}$.

(23) 设 $y=x-\ln(x+1)$，填写下表，并作函数图形。

1	定义域	
2	增区间	
3	减区间	
4	凸(∩)区间	
5	凹(∪)区间	
6	极值点及极值	
7	拐点	
8	垂直渐近线	

(24) 计算 $\int_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1}\frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}}$.

(25) 设 $z=x^2+\sin y, x=\cos t, y=t^3$，求 $\frac{dz}{dt}$.

(26) 计算 $I=\iint\limits_D(3-x-y)dxdy$，其中 $D: 0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 2$.

(27) 求函数 $f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}$ 的麦克劳林展开式(须指明收敛区间).

(28) 求微分方程 $2y''+y'-y=2e^x$ 的通解。

模拟试题一参考答案及评分标准

一、选择题：每小题 4 分，共 40 分。

(1) A　(2) B　(3) B　(4) D　(5) C

(6) B　(7) C　(8) C　(9) D　(10) A

二、填空题：每小题 3 分，共 30 分。

(11) $[-b,-a)\cup(a,b]$

(12) $\dfrac{2}{x\ln x}$

(13) $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$

(14) -3

(15) xe^{x}

(16) $\ln|\arcsin x|+C$

(17) $2x+8y+z+8=0$

(18) $2z$

(19) $\int_{0}^{1}dx\int_{x-1}^{1-x}f(x,y)dy$

(20) $x+\dfrac{x^{2}}{2}+C$ (C 为任意常数)

三、解答题：每小题 10 分，共 80 分。

(21) 解①根据阴影部分的图形特点，$S(t)$ 是一个分段函数。

当 $0<t\leqslant1$ 时，$S(t)=\dfrac{1}{2}t^{2}$ ……(2 分)

当 $1<t<2$ 时，$S(t)=\dfrac{t^{2}}{2}-2\cdot\dfrac{1}{2}(t-1)^{2}$

$$=-\frac{t^{2}}{2}+2t-1$$ ……(2 分)

从而

$$S(t)=\begin{cases}\dfrac{t^{2}}{2}, & 0<t\leqslant1\\ -\dfrac{t^{2}}{2}+2t-1, & 1<t<2\end{cases}$$ ……(1 分)

②基于 $S(t)$ 的表达式在区间(0,1)与(1,2)内是初等函数。因此，$S(t)$ 在分段区间内是连续的。 ……(2 分)

又由于

$$S(1-0)=\lim_{t\to1^-}S(t)=\lim_{t\to1^-}\frac{t^2}{2}=\frac{1}{2}$$

$$S(1+0)=\lim_{t\to1^+}S(t)=\lim_{t\to1^+}\left(-\frac{t^2}{2}+2t-1\right)=\frac{1}{2}$$

故
$$S(1-0)=S(1+0)=\frac{1}{2}=S(1)$$

即 $S(t)$ 在 $t=1$ 处连续。 ……(2 分)

从而 $S(t)$ 是 $t(0<t<2)$ 的连续函数。 ……(1 分)

(22) **解** 方法一：对方程两端的 x 求导，得

$$e^{xy}(y+xy')=(a^x\ln a)b^y+a^xb^yy'\ln b \quad \text{……(5 分)}$$

$$y'=\frac{a^xb^y\ln a-ye^{xy}}{xe^{xy}-a^xb^y\ln b} \quad \text{……(3 分)}$$

由于 $e^{xy}=a^xb^y$，故上式可化简为

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\ln a-y}{x-\ln b} \quad \text{……(2 分)}$$

方法二：对所给方程的两端求微分

$$d(e^{xy})=d(a^xb^y)$$

$$e^{xy}d(xy)=b^yd(a^x)+a^xd(b^y) \quad \text{……(3 分)}$$

$$e^{xy}(ydx+xdy)=b^ya^x(\ln a)dx+a^xb^y(\ln b)dy \quad \text{……(2 分)}$$

由于 $e^{xy}=a^xb^y$，故上式就是

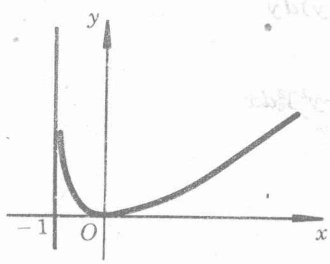
$$ydx+xdy=(\ln a)dx+(\ln b)dy \quad \text{……(2 分)}$$

即
$$\frac{dy}{dx}=\frac{\ln a-y}{x-\ln b} \quad \text{……(3 分)}$$

(23) **解**

1	定义域	$(-1,+\infty)$	……(1 分)
2	增区间	$(0,+\infty)$	……(1 分)
3	减区间	$(-1,0)$	……(1 分)
4	凸(⋂)区间	/	……(1 分)
5	凹(⋃)区间	$(-1,+\infty)$	……(1 分)
6	极值点与极值	$(0,0)$	……(1 分)
7	拐点	/	……(1 分)
8	垂直渐近线	$x=-1$	……(1 分)

……(2 分)



题 图

(24) **解** 方法一：

$$\int_{\sqrt{3}/3}^{1}\frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}}=\int_{\pi/6}^{\pi/4}\frac{\sec u}{\operatorname{tg}^2 u}du \quad (令\ x=\operatorname{tg}u) \quad ……(3\ 分)$$

$$=\int_{\pi/6}^{\pi/4}\frac{\cos u}{\sin^2 u}du$$

$$=\int_{\pi/6}^{\pi/4}\frac{d(\sin u)}{\sin^2 u} \quad ……(3\ 分)$$

$$=\left[-\frac{1}{\sin u}\right]_{\pi/6}^{\pi/4} \quad ……(2\ 分)$$

$$=2-\sqrt{2} \quad ……(2\ 分)$$

方法二：
$$\int_{\sqrt{3}/3}^{1}\frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}}=-\int_{\sqrt{3}}^{1}\frac{udu}{\sqrt{1+u^2}}\quad (令\ u=\frac{1}{x})$$ ……(3 分)

$$=-\frac{1}{2}\int_{\sqrt{3}}^{1}\frac{d(1+u^2)}{\sqrt{1+u^2}}$$ ……(3 分)

$$=-[\sqrt{1+u^2}]\Big|_{\sqrt{3}}^{1}$$ ……(2 分)

$$=2-\sqrt{2}$$ ……(2) 分

(25) 解
$$\frac{dz}{dt}=\frac{\partial z}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt}+\frac{\partial z}{\partial y}\cdot\frac{dy}{dt}$$ ……(4 分)

$$=2x(-\sin t)+(\cos y)3t^2$$ ……(3 分)

$$=-\sin 2t+3t^2\cos t^3$$ ……(3 分)

(26) 解　方法一：
$$I=\int_0^1 dx\int_0^2(3-x-y)dy$$ ……(4 分)

$$=\int_0^1[3y-xy-\frac{1}{2}y^2]_0^2dx$$

$$=\int_0^1(4-2x)dx$$ ……(3 分)

$$=[4x-x^2]_0^1=3$$ ……(3 分)

方法二：
$$I=\int_0^2 dy\int_0^1(3-x-y)dx$$ ……(4 分)

$$=\int_0^2[3x-\frac{1}{2}x^2-xy]_0^1dy$$

$$=\int_0^2(\frac{5}{2}-y)dy$$ ……(3 分)

$$=\left[\frac{5}{2}y-\frac{1}{2}y^2\right]_0^2=3$$ ……(3 分)

(27) 解　考虑到

$$f(x)=\ln\frac{1+x}{1-x}=\ln(1+x)-\ln(1-x)$$ ……(2 分)

可先求 $\ln(1+x)$ 和 $\ln(1-x)$ 的展开式．因为

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n}+\cdots \qquad (-1<x\leqslant 1)$$

……(2 分)

把上式中 x 换成 $-x$，得

$$\ln(1-x)=-x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}-\cdots-\frac{x^n}{n}-\cdots \qquad (-1\leqslant x<1)$$ ……(2 分)

两式相减，得

$$\ln\frac{1+x}{1-x}=2\left(x+\frac{x^3}{3}+\cdots+\frac{x^{2n-1}}{2n-1}+\cdots\right) \qquad (-1<x<1)$$ ……(4 分)

(28) **解** 对应齐次方程的特征方程为

$$2r^2+r-1=0$$

解得 $$r_1=\frac{1}{2},r_2=-1$$ ……(2 分)

对应齐次方程的通解为

$$Y=C_1e^{\frac{x}{2}}+C_2e^{-x}$$ ……(3 分)

设所给方程的特解为 $y^*=Ae^x$，代入方程后得 $A=1$，即

$$y^*=e^x$$ ……(3 分)

于是，所给方程的通解为

$$y=Y+y^*=C_1e^{\frac{x}{2}}+C_2e^{-x}+e^x$$ ……(2 分)