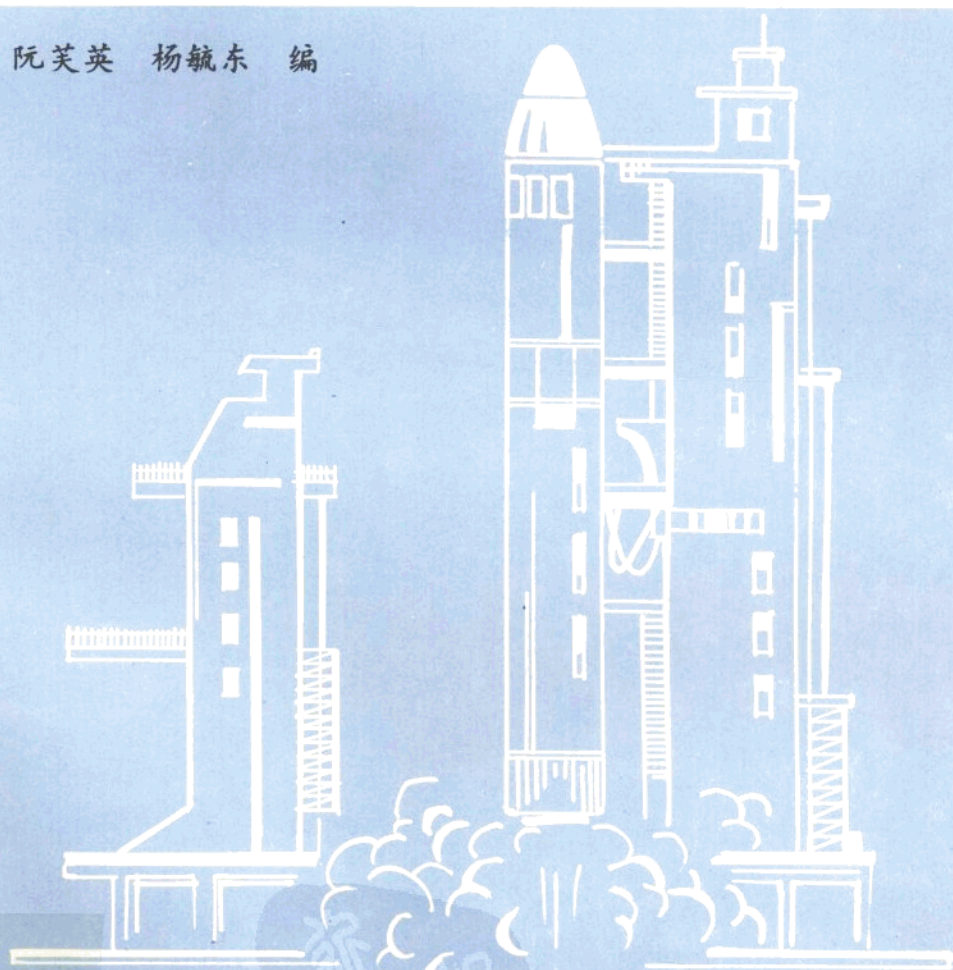


高等学校专科教材
(兼作成人教育自学用书)

物理学

(下)

阮芙英 杨毓东 编



西北工业大学出版社

物 理 学

(下 册)

阮芙英 杨毓东 编

西北工业大学出版社
1993年4月 西安

[陕]新登字 009 号

【内容简介】 本书分上、下两册。上册内容包括力学、振动与波动、分子物理学与热力学；下册包括电磁学、波动光学及量子物理基础。本书采用国际单位制(SI)，我国已实行法定计量单位，而国际单位制均包括在我国的法定计量单位内。

本书可作为高等专科教育(工科各类专业)、本科少学时教育和成人高等教育的教材和业余自学教材及参考书。

本书在每章后专门辟有“解题指导与示例”、“思考题与习题”和各阶段内容的“自我检查题”，并附有答案。

全书教学时数为 70—100 学时，* 号部分为选学内容。

物 理 学

(上、下册)

编 者：阮英英、杨毓东

责任编辑：蔡增寿

*

©1993 西北工业大学出版社出版发行

(西安市友谊西路 127 号 邮编 710072)

全国各地新华书店经销

陕西机械学院印刷厂印装

ISBN 7-5612-0380-2/O · 48

*

开本 787×1092 毫米 1/16 30.5 印张 677 千字

1993 年 4 月第 1 版 1993 年 4 月第 1 次印刷

印数：1—4 500 册 定价(上、下册)：11.80 元

目 录

第四篇 电磁学

第九章 真空中的静电场

§ 9-1 电荷及其相互作用	1
§ 9-2 电场 电场强度	3
§ 9-3 电场线 电通量	8
§ 9-4 高斯定理	10
§ 9-5 电场力的功 电势能	14
§ 9-6 电势 电势差	17
§ 9-7 等势面	23
小结	26
解题指导与示例	28
思考题与习题	35
自我检查题	38

第十章 电场中的导体和电介质

§ 10-1 静电场中的导体	40
§ 10-2 电容	45
§ 10-3 静电场中的电介质	50
§ 10-4 电场能量	53
小结	55
解题指导与示例	57
思考题与习题	63
自我检查题	65

第十一章 磁 场

§ 11-1 基本磁现象	67
§ 11-2 磁感应强度矢量	69
§ 11-3 磁通量 磁场中的高斯定理	70
§ 11-4 毕奥-沙伐尔定律	72

§ 11-5 安培环路定律	74
小结	78
解题指导与示例	80
思考题与习题	84
第十二章 磁场对运动电荷和电流的作用	
§ 12-1 磁场对运动电荷的作用	86
§ 12-2 霍尔效应	88
§ 12-3 磁场对载流导线的作用	89
§ 12-4 均匀磁场对载流平面线圈的作用	92
小结	94
解题指导与示例	95
思考题与习题	98
自我检查题(第十一、十二章)	99
第十三章 电磁感应	
§ 13-1 电磁感应现象 楞次定律	102
§ 13-2 电动势 电磁感应定律	104
§ 13-3 动生电动势	106
§ 13-4 感生电动势	109
§ 13-5 自感	110
§ 13-6 磁场能量	112
小结	114
解题指导与示例	115
思考题与习题	122
第十四章 磁介质	
§ 14-1 磁介质的磁化	124
§ 14-2 顺磁质和抗磁质	125
§ 14-3 磁场强度 磁场中的安培环路定律	127
§ 14-4 铁磁质	128
小结	130
解题指导与示例	131
思考题与习题	133
自我检查题(第十三章、十四章)	133

第十五章 电磁场与电磁波

§ 15-1 感生磁场 麦克斯韦电磁场理论	136
§ 15-2 电磁振荡 电磁波	138
§ 15-3 电磁波方程 电磁波的性质	140
小结	142
解题指导与示例	143
思考题与习题	144

第五篇 波动光学

第十六章 光的干涉

§ 16-1 光的干涉现象 光程与光程差	147
§ 16-2 杨氏双缝实验 获得相干光的方法	149
§ 16-3 薄膜干涉	152
§ 16-4 劈尖干涉	156
§ 16-5 光干涉现象的应用	158
§ 16-6 迈克尔逊干涉仪	161
小结	162
解题指导与示例	164
思考题与习题	166

第十七章 光的衍射

§ 17-1 光的衍射 惠更斯-菲涅尔原理	168
§ 17-2 单缝衍射	169
§ 17-3 光栅衍射	172
§ 17-4 圆孔衍射 光学仪器的分辨率	175
小结	177
解题指导与示例	178
思考题与习题	180

第十八章 光的偏振

§ 18-1 自然光与偏振光	182
§ 18-2 反射光和折射光的偏振	183
§ 18-3 偏振片 马吕斯定律	185
§ 18-4 光的双折射现象	187

小结.....	188
解题指导与示例.....	189
思考题与习题.....	190
自我检查题(第十六章 十八章).....	191

第六篇 量子物理基础

第十九章 光的量子性

• § 19-1 热辐射和基尔霍夫定律	194
• § 19-2 黑体辐射定律和普朗克公式	195
§ 19-3 光电效应	197
§ 19-4 爱因斯坦光量子假设 光电效应方程	200
小结	202
解题指导与示例	203
思考题与习题	205

第二十章 原子的量子理论基础

§ 20-1 氢原子光谱的规律性	206
§ 20-2 玻尔的氢原子理论	209
• § 20-3 激光简介	213
小结	217
解题指导与示例	218
思考题与习题	220
自我检查题(第十九章 二十章)	220

附录

附录Ⅱ 思考题与习题答案	222
附录Ⅳ 自我检查题答案	224
主要参考文献.....	226

第四篇 电 磁 学

电磁学是一门与生产实践、科学技术密切相关、且理论发展较为完善的学科。在物理学中它与力学、分子物理学和热力学有其相同和不同之处。共同点在于：它们都是从实验出发，经分析、抽象出概念；概括、总结出基本定律和定理；再进一步指导实践。不同之处在于：它们所研究的对象不同。力学和分子物理与热力学研究的对象是离散的原子、分子——称作实物粒子的物质。而电磁学研究的对象是在空间分布的电磁场，它是与实物粒子不同的另一种物质形式，所以在研究方法上也是不同的。在这一篇中，描述电磁场基本性质的物理量既是时间的函数又是空间的函数，关键问题在于求得连续分布的矢量场（电场强度、磁感应强度）和标量场（电势），这样就要求有较高的空间想像力。

第九章 真空中的静电场

静电现象广泛存在于日常生活并应用于生产实际之中。对静电现象及其规律的认识是这一章的主要内容。我们从物质的电结构入手阐明电荷的概念，然后由电荷间的相互作用和能量观点阐述静电场的性质及其分布规律。

基本要求

1. 理解“电荷”的概念，一般性质及电荷守恒定律的意义；
2. 理解库仑定律；
3. 深刻理解静电场和描述电场性质的物理量——电场强度的概念，熟练地掌握由电场的叠加原理计算电场强度的方法；
4. 深刻理解高斯定理，熟练掌握用该定理计算场强的条件和方法；
5. 深刻理解静电场的环路定理和电势的概念，熟练掌握计算电势的方法。

§ 9-1 电荷及其相互作用

一、电荷

现代物理实验指出，任何物质都由分子、原子组成。原子由原子核和电子构成，而原子核

和电子是物质世界中存在的两种性质不同的带电系统。原子核中包含有带正电的质子和不带电的中子,电子带负电并不断地绕核运动。

原子核和电子所带的电量的绝对值是相等的。其电荷的最小单位是

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{C}$$

基本电荷 e 和 电荷的量子化

e 称为基本电荷, C 是电量的单位, 称为库仑。其它任何带电体所带的电量都是这个基本电荷 e 的整数倍。这种电荷的不连续性称为电荷的量子化。但在讨论宏观带电现象时, 因为一般带电体所带电量是这个基本电荷的许多倍, 所以把宏观带电体所带的电量看为是连续分布的。

同性电荷相斥 异性电荷相吸

大量实验又指出: 电荷之间有相互作用力, 同性电荷相斥, 异性电荷相互吸引。当两个带等量异号电荷的物体相接触时, 发现这两个物体都不再带电, 这种现象称为电的中和现象。

要想使中性物体带电, 可通过摩擦起电, 接触带电和感应起电等方法。这些方法都只不过是把电荷从一个物体上转移到另一个物体上。由于电荷的转移, 使原来不带电的物体因获得多余电子而带上负电, 或者是失去一些电子而带上正电。但是无论是起电过程或是电荷的中和过程, 电荷不会创生, 也不会消失, 这就是电荷守恒定律。

二、库仑定律

1785 年法国科学家库仑用扭称对静止电荷(相对观察者无相对运动的电荷)的相互作用作了定量的测定, 得出如下定律:

库仑定律

在真空中, 两点电荷之间的相互作用力 F 的大小与两点电荷 q_1 和 q_2 的乘积成正比, 与它们的间距的平方成反比, 力的方向沿两点电荷的连线方向, 同性相斥、异性相吸。数学表达式为

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (9-1)$$

其中 r 是两点电荷间的距离, r 是从施力电荷指向受力电荷的矢径, 如图 9-1 所示。 k 是比例系数, 其值取决于单位制的选择。在 SI 单位中, 电量 q 的单位为库仑(C)。距离的单位为米(m), 力的单位为牛顿(N), 则在这种单位制中

$$k = 8.9875 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

在计算中可用近似值:

$$k = 9 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

为今后由库仑定律所导出的公式有简洁的形式, 令

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

式中 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$, 叫做真空中的电容率, 则库仑定律的表达式可写为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (9-2)$$

应该指出:

(1) 一般情况下都是物体带电, 带电体间的相互作用力不仅与带电体间的距离和带电量的多少有关, 还与带电体的大小, 形状及电荷分布状况有关。但当带电体的几何线度相对带电

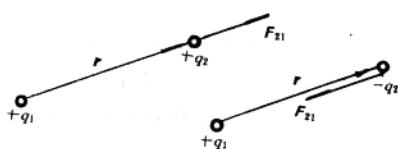


图 9-1

体的间距很小可以忽略时,把这种带电体看作是点电荷,所以点电荷与质点,刚体一样是理想化模型。当然点电荷的概念也只具有相对的意义。

(2)库仑定律只适用于真空中的点电荷,对于不能当作点电荷的带电体不能直接应用库仑定律,但可把带电体划分为许多小的电荷元,使每个电荷元都可视为点电荷,再应用库仑定律,并由此求得带电体所受的力。

例 1 氢原子中的电子和质子间的距离约为 $5.3 \times 10^{-11} \text{m}$,求电子和质子间的静电力和万有引力。

解 由库仑定律可得两带电粒子间的静电力为

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{(1.6 \times 10^{-19})^2}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 8.2 \times 10^{-8} \text{N}$$

由万有引力定律可得两带电粒子间的万有引力为

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6.7 \times 10^{-11} \times \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 1.7 \times 10^{-27}}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 3.7 \times 10^{-47} \text{N}$$

其中 $G = 6.7 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ 称为万有引力常数。 $m_1 = 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$, $m_2 = 1.7 \times 10^{-27} \text{kg}$, 分别为电子和质子的质量。

由所得结果可知,在微观粒子的相互作用中,万有引力比静电力小许多数量级,所以在今后的静电问题中可完全不考虑万有引力的作用。

§ 9-2 电场 电场强度

一、电场

电荷间的相互作用是通过电场进行的

库仑定律只说明两点电荷间的相互作用的定量关系,并未指明这种作用是通过什么方式进行的。通过大量实验分析得知:一个电荷对另一个电荷的作用力是通过一种特殊的物质——电场进行作用的。并认为:任何电荷的周围都存在一种特殊的物质,这种物质叫做电场。电场的基本特性是:它对位于电场中的任何电荷有力的作用。根据这一观点可很容易的解释电荷间存在的相互作用力。第一个电荷之所以受第二个电荷的作用力,是因为第二个电荷周围空间存在着电场,它对处于其中的第一个电荷施加力的作用。即电荷间的相互作用是通过电场进行的,其作用可表示为

$$\text{电荷 } q_1 \rightleftharpoons \text{电场} \rightleftharpoons \text{电荷 } q_2$$

相对于观察者静止的电荷在周围空间激发的电场称为静电场。

电场是客观存在的物质,物质性表现在除它对处于其中的电荷有力的作用外,电场还具有能量、动量,而且在一定条件下还可在空间传播。当然场这种物质形式和一般实物粒子不同。例如实物粒子所占据的空间不能再被其他粒子所占据,但几个场可占据同一空间,而且一般实物粒子的运动速度可以是大大小于光速的任意速度,然而电场只能以光速在真空中传播。

二、电场强度

由于电荷的存在,其周围空间就激发起电场。前面已知,电场的一个重要特性就是对处于

其中的带电粒子有力的作用,这个力的大小和方向由库仑定律确定。由此可知带电粒子在电场中所受的力是和它处在场中的位置 r (大小和方向) 有关,就是说电场中各点的性质不同。这

**试验电荷
 q_0 是正的**

里,用什么物理量来描述电场的性质是我们所关心的。我们能否直接地用一个很小的、静止的正电荷(一般称它为试验电荷)在电场中所受的力来描述电场的性质呢?显然这是不行的,因为电场力(即库仑力 $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2}$)的大小和方向还和

从外界引入的试验电荷 q_0 的电量及其电性(正、负)有关。这样,力 F 就不能单纯反映在某点处电场的性质(大小和方向)。因为在某给定点处,当引入的试验电荷的电量改变时,电场力 F 就改变,且 $F \propto q_0$,力 F 的方向与引入的试验电荷的电性有关。在同一地点,电性相反的 q_0 所受的电场力的方向正好相反。

**电场强度
 E 的定义**

但是,我们可以看到,对电场中某给定点来说, F 和 q_0 的比值,即 F/q_0 却是一个不随外界因素(试验电荷)而变化的量,它反映了试验电荷所在处电场的性质。我们就用这个量来描述电场的性质,并称之为电场强度矢量,简称场强,用符号 E 表示,则

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (9-3)$$

如果试验电荷的电量恰好等于一个单位正电荷,即 $q_0 = +1$,则 $E = F$ 。可见,电场中任一点电场强度的大小等于单位正电荷在该点所受电场力的大小,其方向就是单位正电荷在该点处所受力的方向。

电场强度的单位在 SI 单位中是 N/C。它相当于将电量为 1C 的电荷放到电场中某点所受电场力正好等于 1N 时该点电场强度的大小。

应当明确:

(1) 电场强度是电场中各点位置(坐标)的函数,一般地说,对不同点电场的强弱和方向不同。另外它又是一个矢量函数,说明电场是一个矢量场;

(2) 因为电场是位置的函数,所以为描述电场性质而引入的试验电荷 q_0 的大小必须足够小,可视为点电荷,因为只有这样才能根据它在电场中各点所受的力来逐点确定电场的性质。另外,它所带的电量也应足够小,使得它在被引入电场时不至于显著地影响被研究的电场;

(3) 比值 F/q_0 是电场中各点内在性质的反映。因为在某给定点当 q_0 增加多少倍时, F 也增加多少倍,然而比值 F/q_0 为常量,即有确定的量值,这个“有确定量值”的事实正是我们能够引入一个物理量来描述电场性质的依据。在电场中的不同点,比值 F/q_0 仍为一个常量,但有不同的量值,这一事实正是能够引入一个物理量来描述电场性质的必要性。如果仅有引入新物理量的依据而无必要性,这个物理量也是无意义的;

(4) 电场强度 E 是从力的角度描述电场性质的物理量,它与外在试验电荷存在与否无关,它反映的是电场本身的属性。当然任何物质的内在属性只能通过与外界的“作用”才能被人们所认识。所以电场强度 E 这个量是通过力而不是直接用力 F 来描述电场性质的物理量。

三、电场强度的计算

1. 点电荷的场强

设真空中有一点电荷 q ,在空间激发电场,在 P 点引入试验电荷 q_0 ,它所受的力为

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^3} \mathbf{r}$$

根据电场强度的定义, P 点的场强为

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \mathbf{r} \quad (9-4)$$

应该明确:

(1) 场强 $\mathbf{E}$ 的方向: 当 q 为正时, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{r}$ 的方向相同; 当 q 为负时, $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{r}$ 的方向相反, 如图 9-2 所示;

(2) 场强 $\mathbf{E}$ 与引入的试验电荷 q_0 无关, 只与激发场的电荷 q 有关;

(3) 场强 $\mathbf{E}$ 是位置的函数, 即 $\mathbf{r}$ 的大小不同, $\mathbf{E}$ 的值不同。

2. 点电荷系的场强

如果在真空中激发电场的不止一个点电荷, 而是由一系列点与电荷 $q_1, q_2, q_3, \dots, q_N$ 所激发。计算在空间给定点 P 的场强, 首先把试验电荷 q_0 引进 P 点处, 由库仑定律可计算出各点电荷单独存在时作用于 q_0 上的力为 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3, \dots, \mathbf{F}_N$ 。实验表明, 当这些电荷同时存在时, 作用在 q_0 上的合力为各力的矢量和, 即

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \dots + \mathbf{F}_N$$

则所有点电荷在某点 P 共同激发的电场的电场强度为

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= \frac{\mathbf{F}}{q_0} = \frac{\mathbf{F}_1}{q_0} + \frac{\mathbf{F}_2}{q_0} + \dots + \frac{\mathbf{F}_N}{q_0} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_1^3} \mathbf{r}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_2^3} \mathbf{r}_2 + \dots + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_N}{r_N^3} \mathbf{r}_N \end{aligned}$$

式中 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_N$ 分别表示由各点电荷到 P 点的矢径。由式 (9-4) 可将上式写为

电场的叠加原理

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_N \\ &= \sum_{i=1}^N \mathbf{E}_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^3} \mathbf{r}_i \end{aligned} \quad (9-5)$$

式 (9-5) 说明对于若干个点电荷共同激发的电场中, 某点 P 的电场强度等于每一个点电荷单独存在时在该点所激发场强的矢量和, 如图 9-3 所示, 这一结论称为场强的叠加原理。

3. 电荷连续分布的带电体的场强

在实际问题中所遇到的电场大多数是由电荷连续分布的带电体所激发的, 它不能看为点电荷。要计算它在空间所激发的电场分布, 可把连续带电体分成许多个电荷元 dq , 每个 dq 可看为点电荷, 它在某点处激发的场强为

$$d\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^3} \mathbf{r}$$

式中 $\mathbf{r}$ 为 dq 到所求点的矢径。根据场强的叠加原理, 所有电荷在所求点的场强是各 dq 在该点所激发场强的矢量和, 即

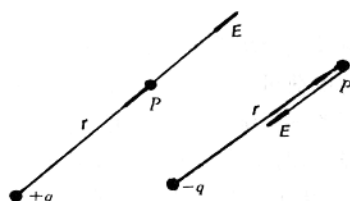


图 9-2

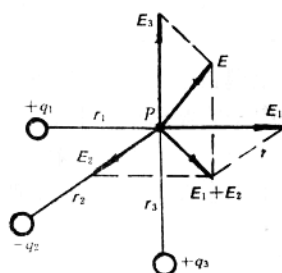


图 9-3

$$E = \int dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^3} \mathbf{r} \quad (9-6)$$

积分遍及整个场源的电荷。要求出上式的积分,还需知道电荷分布的具体情况。一般来说连续分布的电荷可分为线分布、面分布和体分布三种情况。所谓电荷的线分布是电荷均匀地分布在一根不考虑粗细的棒或线上;电荷的面分布是电荷均匀地分布在不考虑厚度的面上。在具体计算场强时,对于这三种分布可引入线电荷密度 λ ——棒的单位长度上带有的电荷;面电荷密度 σ ——带电面的单位面积上所带的电荷;体电荷密度 ρ ——带电体的单位体积上所带的电荷。它们可分别表示为

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad \sigma = \frac{dq}{dS} \quad \rho = \frac{dq}{dV}$$

在选取了这些密度后就可把对电荷元 dq 的积分转化为对几何量 dl 、 dS 、 dV 的积分。于是连续带电体所激发的电场其场强可分别表示如下

$$\begin{aligned} \text{线分布} \quad E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda dl}{r^3} \mathbf{r} \\ \text{面分布} \quad E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma dS}{r^3} \mathbf{r} \\ \text{体分布} \quad E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^3} \mathbf{r} \end{aligned} \quad (9-7)$$

式中各 $\mathbf{r}$ 分别是带电体上各线元 dl 、面元 dS 、体元 dV 到场所求点的矢径。然而式(9-7)是一些矢量积分式,一般不便于直接计算,但可先将 dE 沿直角坐标轴方向分解成 dE_x 、 dE_y 、 dE_z ,然后分别对它们积分,得三个分量式

$$E_x = \int dE_x \quad E_y = \int dE_y \quad E_z = \int dE_z$$

最后对这三个分量求矢量和,从而可求得场强 E 的大小和方向。

电偶极子及 电矩的概念

例2 两个等量异号的点电荷($-q$ 和 $+q$)相距 l ,若两点电荷连线的中点 o 到所求点距离 r 远大于 l 时(即 $r \gg l$),这对点电荷称为电偶极子。求电偶极子中垂线上一点 P 和延长线上一点 Q 处的场强。

解 电偶极子在电磁学中是一个很重要的带电系统,在近代物理和工程技术中也常用到。表征电偶极子的特征量是电矩,以 p_e 表示,它的定义是

$$p_e = q \cdot l$$

其中两点电荷的间距 l 是一个矢量,从 $-q$ 指向 $+q$,称为偶极子的轴线。

(1) 中垂线上一点 P 的场强

以 o 为原点,取坐标系如图19-4所示。从 o 点到所求点 P 的距离为 r 。由图可知 $+q$ 和 $-q$ 在 P 点所产生的场强的大小分别为

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (\frac{l}{2})^2} \quad E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q}{r^2 + (\frac{l}{2})^2}$$

二者的方向如图9-4所示。将 E_+ 和 E_- 分解到 x 和 y 方向,得到

$$E_{+x} = E_{-x} = -E_+ \cos\theta \quad E_{+y} = -E_{-y} = E_+ \sin\theta$$

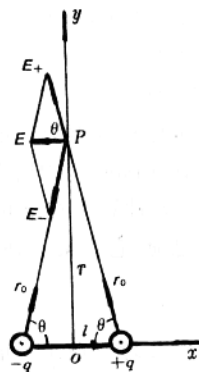


图 9-4

由图可见 $E_r = E_+ + E_- = 0$, 则在 P 点的总场强为

$$E_r = E_+ \cos\theta + E_- \cos\theta$$

而 $\cos\theta = \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + (\frac{l}{2})^2}}$, 则

$$E_r = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + (\frac{l}{2})^2} \cdot \frac{l/2}{\sqrt{r^2 + (\frac{l}{2})^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{[r^2 + (\frac{l}{2})^2]^{3/2}}$$

因为 $r \gg l$, $l^2/4$ 项可略去, 因此

$$E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p_r}{r^3} \quad (9-8)$$

E_r 的方向由图知与 p_r 的方向相反。

(2) 延长线上一点 Q 的场强(这一证明留作习题), 其结果给出如下

$$E_Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p_r}{r^3} \quad (9-9)$$

讨论: ①电偶极子在空间激发的电场其场强与 p_r 成正比, 而不是单纯的与 q 成正比。

②偶极子的场强与 r^3 成反比, 即电场随 r 减小较快。

例 3 有一长为 L , 带电量为 q 的均匀带电直线, 求线外一点 P 的场强。设 P 到带电直线的垂直距离为 a , P 与直线两端的连线和直线之间的夹角分别为 θ_1 和 θ_2 , 如图 9-5 所示。

解 因为直线均匀带电, 设线电荷密度为 $\lambda = q/L$

取电荷元 $dq = \lambda dl$, 它在 P 点的场强为

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^3} r$$

由图可见, 每一电荷元 dq 所产生的 dE 在 P 点的方向都不同, 所以在积分前必须把它们分解成分量。选取直角坐标系, 如图 9-5 所示, 则 $dq = \lambda dy$

$$dE_x = 0$$

$$dE_y = -dE \cos\theta = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{r^2} \cos\theta$$

$$dE_z = dE \sin\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dy}{r^2} \sin\theta$$

式中 r 、 θ 、 dy 都是互不独立的变量, 而且都与 a 有关, 由

图中可知: $r = a \csc\theta$, $y = a \cot\theta$, $dy = -a \csc^2\theta d\theta$, 则整个带电直线的场强在 y 、 z 轴上的分量分别为

$$E_y = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\cos\theta dy}{r^2} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos\theta a \csc^2\theta d\theta}{a^2 \csc^2\theta} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_z = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

$$E = \sqrt{E_y^2 + E_z^2}$$

$$\theta = \arctg \frac{E_z}{E_y}$$

θ 为 E 与 y 轴间的夹角。

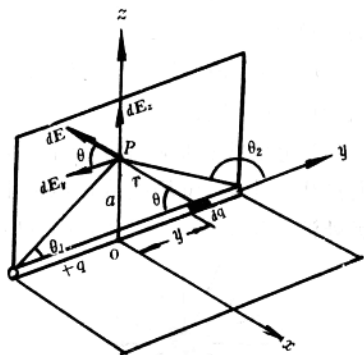


图 9-5

讨论:①场强 E 的大小反比于 a , 即离带电直线越远, 场强越小, 电场越弱;

②场强 E 与 θ_1, θ_2 有关, 说明场强在空间的分布是不同的;

③如线密度 λ 保持不变, 而 $L \gg a$ 时, 即 $\theta_1 \rightarrow 0, \theta_2 \rightarrow \pi$ 时, $E_r = 0$, 所以总的场强为

$$E = E_z = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \quad (9-10)$$

也就是说对无限长的均匀带电直线在空间某点的场强为 $|E| = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a}$, 当带电直线带正电荷时, E 的方向与 z 轴正向一致, 反之与 z 轴正方向相反。

§ 9-3 电场线 电通量

一、电场线

电场是客观存在的物质, 描述电场性质的物理量——电场强度是空间位置的矢量函数, 即

$$E(x, y, z) = E_x i + E_y j + E_z k$$

为了对这种“视而不见”的电场有比较直观的图象, 可用图示的方法把它形象化地表示出来, 为此我们引入电场线这一辅助工具: 在电场中作一系列有指向的曲线, 如图 9-6 所示, 使曲线上每一点的切线(沿曲线指向)都和各点的场强方向一致, 这一系列曲线叫做电场线, 或称 E 曲线。图 9-7 为几种典型电场的电场线分布图。电场线是为形象地描绘电场分布而引入的一些曲线, 它有以下性质:

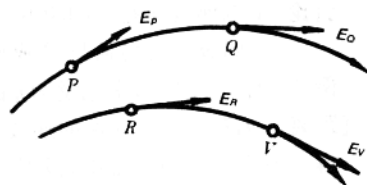


图 9-6

(1) 电场线总是起始于正电荷, 终止于负电荷, 无电荷的地方电场线不会中断。孤立正电荷所产生的电场, 电场线从正电荷出发伸向无限远处; 孤立负电荷所产生的电场, 电场线从无限远处汇聚于电荷, 如图 9-7(a)、(b) 所示, 而且电场线不会形成闭合线;

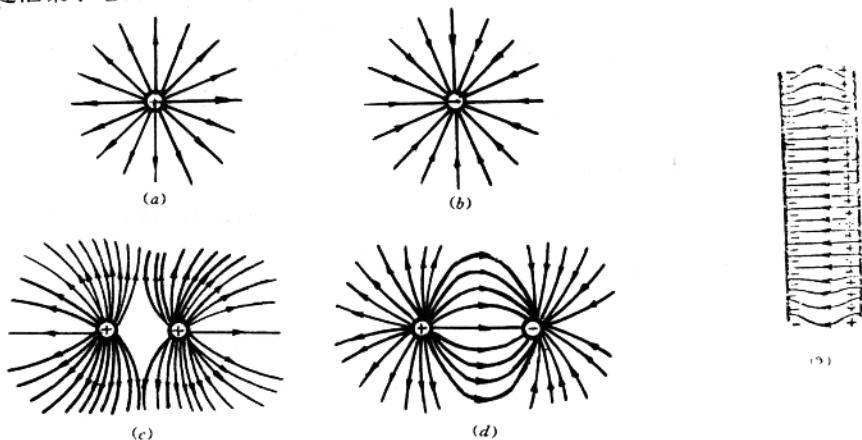


图 9-7

(2) 任意两条电场线不会相交, 因为电场中每一点电场强度 E 只能有一个方向。

还应该指出的是：

(1) 电场线不是客观存在，只是形象化描绘电场的一个辅助工具，但它是根据电荷在电场中受力的情况画出的；

(2) 一般情况下，电场线不是电荷运动的路径，因为电场线上各点的切线方向表示的是电荷所受力的方向（加速度方向），不是速度的方向；

(3) 因为电场是空间分布的，所以电场线也是空间分布的；

(4) 一般情况下，在同一条电场线上各点场强的大小不相同，由图 9-7(a) 可知电场线较密的地方，电场较强；反之，电场较弱。电场线均匀分布且为直线的地方，该处电场为匀强电场。

二、电通量

通过垂直于 E 的单位面积的电场线数目等于 E

为了使电场线不仅能够描绘各点电场的方向，还能从电场线的疏密程度直接表示各点场强的大小，设想在电场中任一点处有一很小的面元 ΔS ，使它与该点的场强 E 垂直。由于 ΔS 很小，可认为 ΔS 上各点的场强是均匀的。显然通过 ΔS 的电场线根数 ΔN 与 ΔS 的比值 $\Delta N / \Delta S$ 与该点场强的大小成比例。所以我们规定：在与场强垂直的单位面积上通过的电场线根数与 ΔS 的比值等于 ΔS 所在处场强的大小，即

$$E = \frac{\Delta N}{\Delta S}$$

通过单位面积的电场线根数 ΔN 一般用 Φ_e 表示，并称为通过任意给定面积的电通量。

1. 在均匀电场中通过平面 S 的电通量

在均匀电场中电场线是一系列均匀分布的同方向的平行直线，如图 9-8(a) 所示。如果有一有限平面 S 垂直于电场 E ，或者说平面 S 的正法线方向 n 平行于 E 时，电通量为

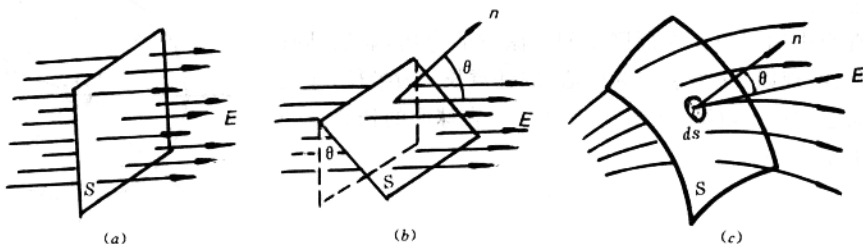


图 9-8

$$\Phi_e = ES$$

如果 n 不平行于 E 时，如图 9-8(b) 所示，则电通量为

$$\Phi_e = E \cos \theta S = E \cdot S$$

在静电场中，电场强度 E 为矢量，而通过一面积的电场线根数 Φ_e 为标量，所以面积 S 必为一矢量，称为面积矢量，其方向为 S 的正法线方向。

2. 在非均匀电场中通过任一曲面的电通量

在如图 9-8(c) 所示的情况下，为使通过小面积 ΔS 的场强为一恒量，应取 dS 代替 ΔS ，每个 dS 都可视为平面，则通过 dS 的电通量为

$$d\Phi_e = E \cos \theta dS \quad (9-11a)$$

式中 θ 为 dS 的正法线方向 $\mathbf{n}$ 与该点处场强 $\mathbf{E}$ 之间的夹角, 即 $\theta = (\mathbf{n}, \mathbf{E})$ 。通过整个曲面的电通量是对通过所有小面元 dS 的通量求和, 即

$$\Phi_e = \int_s E \cos \theta dS = \int_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (9-11b)$$

3. 在非均匀电场中通过闭合曲面的电通量

由以上分析可直接得到

$$\Phi_e = \oint_s E \cos \theta dS = \oint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (9-11c)$$

应该注意的是: 因为电场线穿过闭曲面时, 有穿出穿进的情况, 即 θ 可大于或小于 90° , 这样电通量就有正、负之分。对于一个封闭曲面, 通常规定 dS 的正法线方向 $\mathbf{n}$ 为垂直于该点的切平面且指向曲面的外侧, 因而电场线从闭曲面穿出的地方 $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{n}$ 的夹角 $\theta < 90^\circ$, $\cos \theta > 0$, 故电通量 $d\Phi_e$ 为正; 在电场线穿入曲面的地方, $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{n}$ 的夹角 $\theta > 90^\circ$, $\cos \theta < 0$, 故电通量 $d\Phi_e$ 为负; 在电场线与曲面相切的地方 (图 9-9 的 C 点处), $\theta = 90^\circ$, $\cos \theta = 0$, 故电通量 $d\Phi_e$ 为零。

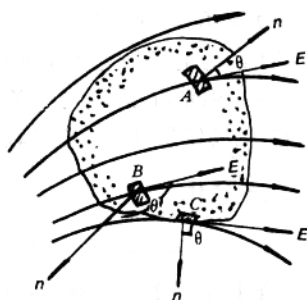


图 9-9

§ 9-4 高斯定理

一、高斯定理

有电荷 q 存在的空间, 该空间就存在着电场, 则电场强度的通量 Φ_e 必与电荷 q 存在一定的联系。为简洁明确, 现以点电荷产生的电场为例来研究场强 $\mathbf{E}$ 的通量。

真空中的点电荷在周围空间所激发的电场, 显然具有球对称性。现以 $+q$ 所在点为中心, 取任意长 r 为半径, 作闭合球面包围这个电荷, 如图 9-10 所示。在球面的任意点处场强 $\mathbf{E}$ 的大小为

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

场强 $\mathbf{E}$ 的方向是以 q 为中心, 对称地沿半径方向向外呈辐射状, 处处和球面垂直。在球面上任取一面元 dS , 其正法线方向 $\mathbf{n}$ 与该处的 $\mathbf{E}$ 平行, 所以通过 dS 面元的通量为

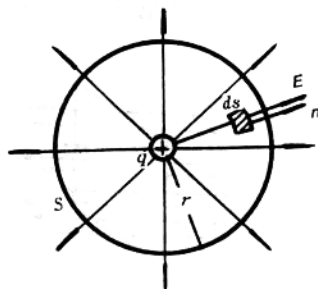


图 9-10

$$d\Phi_e = E \cos \theta dS = E dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dS$$

通过整个球面的电通量为

$$\Phi_e = \oint d\Phi_e = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

可见, 通过此球面的电通量 Φ_e 与半径 r 无关, 只与球面内所包围的点电荷的电量有关。