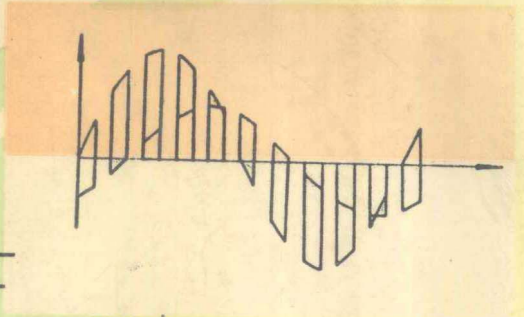
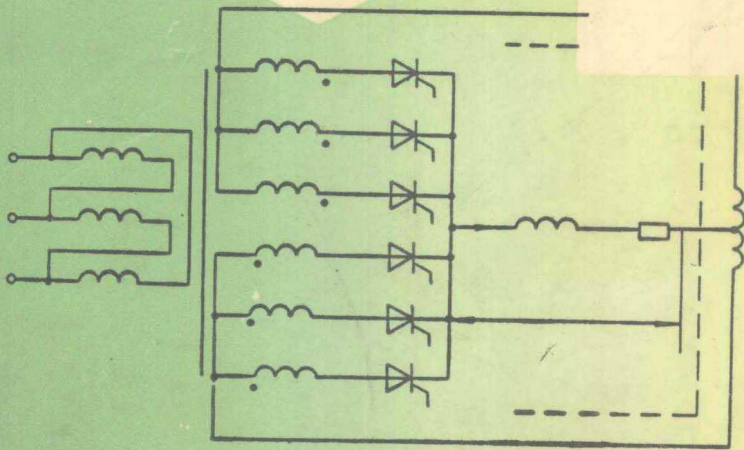


高等学校规划教材

# 半导体变流技术

孙树朴 肖亮 王旭光 姜建国 编著



Bandaoti  
Bianliu Jishu

中国矿业大学出版社

高等学校规划教材

# 半导体变流技术

孙树朴 肖亮 王旭光 姜建国 编著

中国矿业大学出版社

(苏)新登字第 010 号

### 内 容 简 介

本书对“半导体变流技术”的有关问题进行了全面讨论。主要内容有:变流电路分析基础、电力半导体器件、晶闸管可控整流电路、晶闸管相控触发电路、变频电路基础、调压电路及固态开关、变流装置谐波及谐波治理、整流器主电路的工程设计。

本书取材丰富、结构严谨、系统性强。可作为高等院校电工类专业、自动控制类专业和其它相近专业“半导体变流技术”、“电力电子技术”的教材,也可供从事有关技术工作的工程技术人员参考。

责任编辑 胡玉雁

责任校对 马景山

高等学校规划教材

半导体变流技术

孙树朴 肖亮 王旭光 姜建国 编著

---

中国矿业大学出版社出版发行

新华书店经销 中国矿业大学印刷厂印刷

开本 787×1092 毫米 1/16 印张 20.75 字数 505 千字

1994 年 10 月第一版 1994 年 10 月第一次印刷

印数:1~5000 册

---

ISBN 7 - 81040 - 262 - 5

---

TN·2

定价:12.00 元

# 前 言

《半导体变流技术》编写大纲是依据电工类专业对该课程的基本要求制定的,经有关专家讨论后得到肯定,遂组织编写。在编写过程中又多次研究进一步作了补充和修改。

本书内容包括交流电路分析基础、电力半导体器件、可控整流电路、相控触发电路、变频电路基础、调压电路及固态开关、谐波及谐波治理、整流器主电路工程设计等内容。编写中力求做到精选内容、注重基础、加强分析、利于教学。同时注意与先修课程的衔接、与后续课程的联系,能承上启下。本书可作为高等工科院校电工类专业、自动控制类专业和其它相关专业《半导体变流技术》或《电力电子技术》的教材,也可供工程技术人员参考。

从加强分析能力角度出发,本书增加了“交流电路分析基础”。在各章交流电路分析中,运用分析基础对电路过程和波形进行分析,概念清楚、逻辑性强。为使学生对半导体变流技术有深入、全面的整体概念,各种变流电路均以基本构成原理和分析方法为主,以适应半导体变流技术发展的需要。

从教学和实用需要出发,力求做到系统合理。考虑到逆变电路的构成与换相规律均和全控整流电路相同,有些实用场合用同一变流器实现整流和逆变两种功能,本书将有源逆变作为全控变流器的逆变工作状态分析讨论。由于电动势是变流装置的重要负载类型,为使学生获明确的概念和分析方法,本书针对电动势负载的特点,专门进行了分析、讨论。作为应用实例,“变流器耦合供电的直流电动机拖动系统的机械特性”放在逆变工作状态之后,以获四象限机械特性。编者认为上述安排系统合理、便于分析、近于实际,利于教学与实用。

为掌握变流装置整体概念,对相控触发电路进行了较全面的介绍。从相控触发电路构成原理出发,简要介绍了移相控制原理和同步方式。从电路实现出发,介绍了几种实用电路,并对微机相控触发电路给予了较系统的介绍。

为了尽可能反映半导体变流技术的发展情况,适应斩波器、逆变器等变流装置发展的需要,适当增加了新型电力电子器件的内容。对于斩波器、逆变器也以基本构成原理为主线。在电路分析中,力求做到深入浅出、概念清楚。

为了做到理论学习与实用相结合的原则,本书对变流装置主电路参数选择、工程设计、谐波分析与治理等均给予了系统的介绍。

在教学中应以交流电路分析为主,掌握电力电子器件的特性及应用,掌握各种交流电路的构成原理、波形分析、数量关系,掌握相控触发电路移相控制方法和构成原理。为获系统、完整的概念和开发能力,还应具有选择主电路元件参数的能力,具有设计变流系统的能力。

本书由孙树朴(中国矿大)主编,其中绪论、第一章、第三章和第四章由孙树朴编写;第二章、第五章由肖亮编写;第六章、第八章由王旭光编写;第七章由姜建国编写。

本书编写时曾参阅了许多专家、教授的教材、专著和文献,在此诚挚谢意。

由于学识有限,书中内容如有不当和错误之处,恳请读者批评指正。

编 者

# 目 录

绪 论	1
第一章 变流电路分析基础	5
第一节 非正弦周期量表示方法	5
第二节 非正弦周期电量计算	9
第三节 输入阶跃电压的电路	13
第四节 输入正弦波电压的电路	20
习 题	26
第二章 电力半导体器件	27
第一节 功率二极管	27
第二节 晶闸管	28
第三节 电力晶体管	36
第四节 可关断晶闸管(GTO)	42
第五节 电力场效应管及混合型器件	45
习 题	49
第三章 晶闸管可控整流电路	51
第一节 整流电路的基本类型及输出电压控制	51
第二节 单相可控整流电路分析	57
第三节 三相可控整流电路分析	80
第四节 电动势负载可控整流电路分析	109
第五节 交流电源回路电感效应	119
第六节 全控变流电路的有源逆变工作状态	127
第七节 由变流器耦合供电的直流电动机的机械特性	134
第八节 大功率可控整流电路的接线型式与电路分析	146
第九节 晶闸管的保护	154
习 题	159
第四章 晶闸管相控触发电路	161
第一节 对相控触发电路的基本要求	161
第二节 控制角 $\alpha$ 的移相控制方法	162

第三节	相控触发电路的同步方式及基本环节	166
第四节	单结晶体管移相触发电路	168
第五节	垂直移相相控触发电路举例	173
第六节	集成化移相触发器	177
第七节	微型计算机相控触发电路	181
第八节	同步电压的选择	190
习 题		192
<b>第五章</b>	<b>变频电路基础</b>	<b>193</b>
第一节	变频器的基本概念	193
第二节	交—交变频器	198
第三节	全控型器件逆变器	202
第四节	晶闸管强迫换流式电压型逆变器	220
第五节	晶闸管电流型逆变器	229
习 题		240
<b>第六章</b>	<b>调压电路及固态开关</b>	<b>244</b>
第一节	直流斩波器的工作原理及电路分析	244
第二节	斩波器的主电路结构	252
第三节	交流调压	265
第四节	晶闸管电力电子开关	281
习 题		284
<b>第七章</b>	<b>变流装置谐波及谐波治理</b>	<b>287</b>
第一节	谐波的基本概念	287
第二节	变流装置谐波分析	288
第三节	谐波危害及谐波治理	300
<b>第八章</b>	<b>整流器主电路的工程设计</b>	<b>305</b>
第一节	晶闸管整流设备的功能指标	305
第二节	整流设备工程设计的基本内容	307
第三节	整流变压器的电参数计算	310
第四节	平波电抗器的电参数计算	313
第五节	晶闸管的参数选择和串并联应用	315
第六节	整流设备的保护	318
习 题		325
<b>参考文献</b>		<b>326</b>

# 绪 论

半导体变流技术是应用于电力技术领域的电子技术,属电子、控制、电力紧密相关的电力电子学科。其主要内容是:应用电工理论和开发工具,利用电力电子器件构成变流电路,对电能进行变换和控制,其中包括电压、频率、电流和波形等方面的变换技术。电能变换技术早已成为电工界的重要研究课题。过去曾应用旋转式变流器、汞弧整流器和接触器等实现电能的变换和控制,因实施技术和经济性等问题,有的未获应用,有的应用范围不大。1957年晶闸管的问世,带来电力电子学的革命,加速了半导体变流技术的飞速发展,由于应用技术的日渐成熟,除晶闸管及其电路获广泛应用之外,新一代电力电子器件不断出现,使半导体变流技术一直具有全新的面貌。应用成果已对国民经济产生了日益显著的技术效益和经济效益。可见电力电子器件、电力电子电路及系统、电力电子装置应用是半导体变流技术的主要研究内容。

## 一、电力电子器件

电力电子器件是现代半导体变流技术不断创新的基础,电力电子器件工作于开关工作状态,据其开关特性可划分为以下三类。

(1) 不控型器件 为无控制端口的二端器件,即整流二极管。不控型器件具有不可控单向导电开关特性。

(2) 半控型器件 为有控制端子的三端器件,如晶闸管及其大部分派生器件。半控型器件具有可控开通单向导电开关特性。

(3) 全控型器件 也是具有控制端子的三端器件,如电力晶体管(GTR)、可关断晶闸管(GTO)、电力场效应管(MOSFET)等。全控器件具有可控开通、可控关断的单向导电开关特性,也称为自关断型器件。

由于器件制造技术不断更新,电力电子器件得到了发展,发展方向可概括为:提高电力电子器件开关容量和动态性能,自关断化、复合化和模块化。模块化器件是一种集成功率器件,构成电力电子电路时,可以减少电路接线和装置的体积。复合器件是由双极性器件和多数导电的场控器件集成起来的新型器件,绝缘栅晶体管(IGBT)、MOS控制晶闸管(MCT)都是很有前途的复合器件。

从开关容量来看,普通晶闸管已可达12kV、1kA;4kV、4kA。GTO技术也日趋完善,开关容量几乎与普通晶闸管持平。在逆变器设计中,用GTO取代晶闸管,可以大大简化主电路,现已获成功的应用。电力晶体管(GTR)的开关容量达不到GTO的水平,但比GTO开关频率高,开关损失小,在中小容量变频器中得到了广泛应用。MOSFET开拓了电力电子技术在更高频率范围的应用领域,但因通态电阻较大,其开关容量受到了限制。IGBT和MCT既具有MOSFET的输入特性,又具有双极型器件特性,开关容量可以达到GTR的水平。可以预见,复合器件的开关容量和特性都将会有进一步的发展。

## 二、电力电子电路及系统

采用电力电子电路可以实现多种电能的变换。从实现电能变换的角度出发,电力电子电路也称为电力变换器,主要有以下几种基本类型:

(1) 整流器 是用于将交流电能变换为直流电能的变换器。输出整流电压完全决定于交流电源电压的称为不可控整流电路;输出电压可以调整的称为可控整流电路。

(2) 逆变器 是用于将直流电能变换为交流电能的变换器。交流侧为固定电压、频率的交流电源时,称为有源逆变器;交流侧为无源负载时,称为无源逆变器。

(3) 斩波器 是用于将直流电压变换为可调的或稳定的直流电压的变换器。输出电压低于电源电压时,称为降压型斩波器;输出电压高于电源电压时,称为升压型斩波器。

(4) 交流调压器 是用于将交流电源电压变换为可调的或稳定的交流电压的变换器。

(5) 周波变换器 是用于将一定频率和电压的交流电能变换为频率、电压可调的交流电能的变换器。

上述变换器均具有一种电力变换功能,称为基本的电力变换电路或基本电力变换器。按一定的技术要求,使用多个基本电力变换器完成一定的电能变换功能时,称为组合电力变换电路或组合电力变换器。例如,由整流器和无源逆变器可构成变频器;由逆变器和整流器可构成直流电压变换器。有的变换器可以有两种变换功能,例如全控整流器在一定条件下就成为有源逆变器。

为提高电力变换器的系统性能,多采用自动控制理论和技术,实现有关技术要求。对于不同变换功能的电力变换器,可以采用不同的控制方式,控制方式主要有:

(1) 相位控制 用于交流电源的电力变换器,如可控整流器、有源逆变器、交流调压器、周波变换器等。在该控制方式下,控制信号的变化结果体现为触发脉冲的移相。

(2) 频控方式 用于由直流电源供电的无源逆变器。在该控制方式下,控制信号的变化结果体现为控制脉冲频率的变化。

(3) 斩控方式 用于对斩波器和采用脉宽调制的变换器。在该控制方式下,控制信号的变化结果体现为变流元件导通比的变化。

上述均为单一控制方式,实际中也可以配合应用。例如周波变换器为相控和频控两种方式的配合应用;脉宽调制逆变器为频控、斩控两种方式的配合应用。

按照负载要求,选用适当的电力变换器和控制方式,可组成实用半导体变流装置,图0-1为半导体变流装置电路系统的基本构成框图。

由图0-1可知,由给定环节、反馈环节、调节器等共同构成自动控制系统,通过触发器实现对主电路的控制。由电力变换器实现电力变换功能,半导体变流装置的类型是由主电路决定的,可以是整流器、有源逆变器、斩波器、逆变器、变频器等。为了提高变流装置可靠性,应采用合理的控制方式和保护措施,同时,应尽可能降低噪声影响,提高变流装置的功能指标。

## 三、半导体变流装置的应用及发展

从半导体变流装置在实用系统中的功能来看,可划分为电源和开关两类装置。这两类装置又都可以分为交流和直流两种,半导体变流装置已获广泛应用,下面举例说明。

### 1. 变流器耦合供电的直流电动机调速系统

用晶闸管构成静态直流电源装置,为电动机供电。由于该系统结构简单、技术成熟、动静特性好、效率高,便于实现四象限运行和自动控制,已获广泛应用,正在逐渐取代电动机一



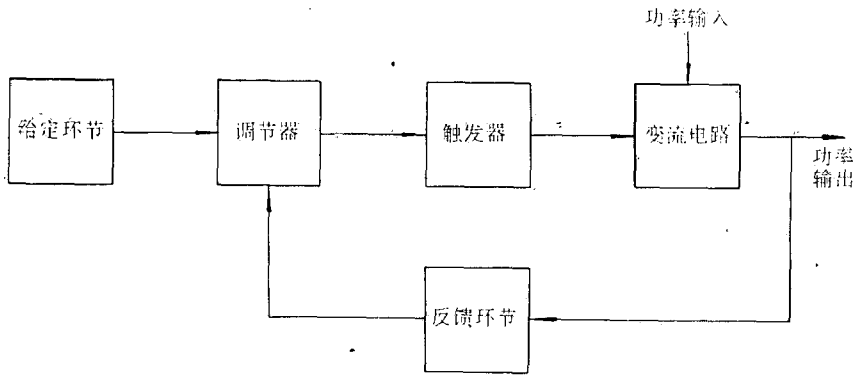


图 0-1 半导体变流装置电路系统基本构成框图

发电机组供电的传统方式。应用实例有矿井提升机、轧钢机、回转窑和龙门刨等电动设备的电控系统。

### 2. 斩波器耦合供电的直流电动机调速系统

对于直流电源供电的直流电动机,可通过斩波器供电与调速,斩波器采用斩控方式调节直流电压,实现电动机脉冲调速。该系统结构简单、操作灵活。可实现起动、无级调速、制动等控制,节电效果显著。主要用于由直流供电的场合,如地铁电机车、工矿电机车、城市电车、蓄电池电机车等的调速控制。

### 3. 变频器耦合供电的交流电动机变频调速系统

用频率、电压配合控制的变频器为交流电动机供电,可构成变频调速系统,有较理想的调速性能。变频调速具有高效节能的效果,有的系统还可以实现高功率因数。交流电动机应用极为广泛,变频调速已成为半导体变流技术开发应用的重要方面。由于自关断型电力电子器件的发展和应用,近年来中小功率电动机变频调速获得广泛应用。

### 4. 线绕式异步电动机串级调速系统

线绕式异步电动机转子也可以进行功率传递,构成转差功率控制的调速系统。电动机转子回路由转子整流器、逆变器与交流电源耦合时,可将转差功率回馈电网,实现采用转差功率控制的串级调速。该系统结构简单、调速性能好、节能效果显著。已在风机、水泵类负载的调速控制中获广泛应用,并取得显著效果。

### 5. 新型调速电机的应用

无换向器电动机是一种自控式变频调速电动机,有与直流电动机相似的特性,兼有交、直流电动机的优点。由电力电子变换器驱动的磁阻电机具有结构简单、造价低兼、调速性能好的优点。这两种调速电机都是与电力电子变换器结合的新型调速电机,很有发展前途。

### 6. 中频电源

将工频交流电源经整流器、逆变器两次变换,输出中频电流、电压。可用作熔炼和热处理的电加热设备。

### 7. 不间断电源设备和开关电源

由逆变器将蓄电池的直流电能逆变为工频交流电能。在电源突然停电时,自动投入工作,为负载供电。用于计算机室、通讯系统、气象站、医院和主要办公系统。

开关电源是 80 年代初才发展起来的新的应用领域,利用电力电子器件的开关特性,便

可实现对电力的斩控与调节,输出连续可调的电源电压。

#### 8. 电子开关

利用电力电子器件的开关特性,还可以构成无触点开关。电子开关具有动作快,损耗小、寿命长等优点。可取代继电器和接触器等有触点开关。目前,阻碍其广泛应用的关键是成本较高。

半导体变流技术还用于直流输电、有源滤波、功率因数自动补偿、大功率直流电源等方面。随着变流技术的发展,必将得到更为广泛的应用。

谐振变流器是在脉宽调制(PWM)技术基础上提出的一种新型电力变换技术。PWM技术是在全功率下进行矩形波调制,具有硬转换的缺点。谐振换流技术能克服硬转换的缺点,实现在零电压或零电流下进行开关切换,即实现软转换。谐振换流技术目前尚处于开发研究阶段,因谐波和开关损耗很小,具有应用前景。

在电力电子电路开发研究中,为解决复杂电路中的技术问题,自然提出了研究和设计电路的方法,电路拓扑技术便随之得到了应用。在控制技术方面,应注重各种更为优化的传感器的开发研究,注重全数字化直接控制器的研究,并将其用于电力电子系统中。在应用领域中,半导体变流装置将更加广泛地用于工业控制,交通运输和各种专门的电力变换。

#### 四、半导体变流技术的地位

由于电力电子器件能实现以小控大,使电力电子设备成为强弱电间的接口,为传统电工产品的更新换代提供了技术基础。由于从原理上保证了节电性能,各类半导体变流装置已成为节电的主要手段。为此,电力电子技术列为重点发展的高技术领域之一,半导体变流技术的地位得到充分肯定,成为电工类各专业的一门专业基础课。

# 第一章 变流电路分析基础

## 第一节 非正弦周期量表示方法

半导体变流电路用于实现电能变换,有关的电流、电压往往是非正弦周期量,这是变流电路的重要特征。图 1-1 所示为六种非正弦周期量波形。周期量都可以用式(1-1)所示周期函数表示。

$$f(\omega t) = f(\omega t + kT_s) \quad (1-1)$$

式中,  $\omega$  为角频率;  $T_s$  为周期(rad);  $k$  为周期个数,可取自然数,即  $k=0,1,2,\dots$ 。

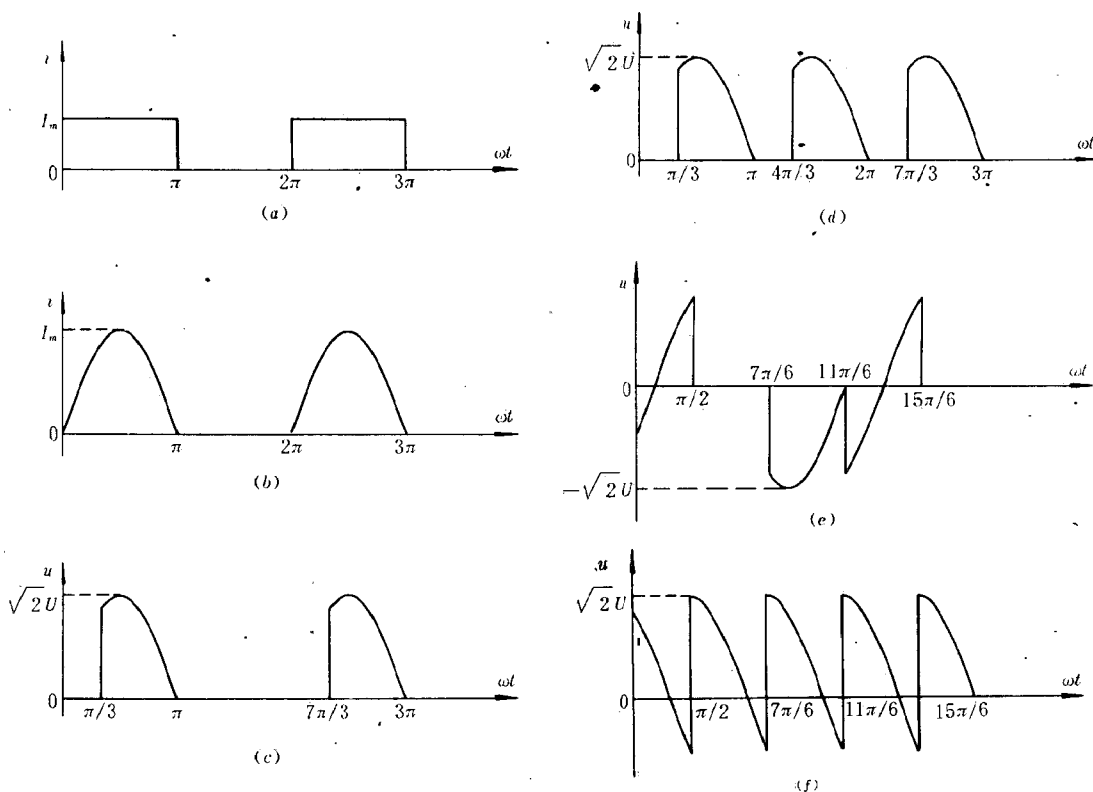


图 1-1 非正弦周期量示例

下面介绍两种非正弦周期量的数学表示法。

### 一、分段表示法

非正弦周期量每一周期重复一次,一个周期内的波形是由一段或几段曲线组成的。若其

每段曲线都有一定的变化规律和表示方式时,则可以将一个周期内的波形分段表示,并注明区间和重复周期  $T_0$ 。图 1-1 中所示(a)~(f)六个非正弦周期量可用分段表示法分别表示为

$$i(\omega t) = \begin{cases} I_m & 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \quad T_0 = 2\pi$$

$$i(\omega t) = \begin{cases} I_m \sin \omega t & 0 \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \quad T_0 = 2\pi$$

$$u(\omega t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} \\ \sqrt{2} U \sin \omega t & \frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \pi \\ 0 & \pi \leq \omega t \leq 2\pi \end{cases} \quad T_0 = 2\pi$$

$$u(\omega t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq \omega t \leq \frac{\pi}{3} \\ \sqrt{2} U \sin \omega t & \frac{\pi}{3} \leq \omega t \leq \pi \end{cases} \quad T_0 = \pi$$

$$u(\omega t) = \begin{cases} 0 & \frac{\pi}{6} + \alpha \leq \omega t \leq \frac{5}{6}\pi + \alpha \\ \sqrt{2} U \sin(\omega t + \frac{\pi}{6}) & \frac{5}{6}\pi + \alpha \leq \omega t \leq \frac{3}{2}\pi + \alpha \\ \sqrt{2} U \sin(\omega t - \frac{\pi}{6}) & \frac{3}{2}\pi + \alpha \leq \omega t \leq \frac{13}{6}\pi + \alpha \end{cases} \quad T_0 = 2\pi$$

$$u(\omega t) = \sqrt{2} U \sin \omega t \quad \frac{\pi}{6} + \alpha \leq \omega t \leq \frac{5}{6}\pi + \alpha \quad T_0 = \frac{2\pi}{3}$$

图 1-1(e)与(f)所示两个非正弦周期量中,  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ 。

分段表示法可以逐段表示非正弦周期量的实际波形和变化规律,是一种直观表示方法。对变流电路而言,在进行电路工作过程分析中,就可以获得分段表示的非正弦周期量表示式,并可利用它求得相应数量关系。在变流电路研究中,分段表示法是一种具有实用价值的表示法。

## 二、富氏级数表示法

线性电路可以运用叠加原理进行电路分析,非正弦周期量可用富氏级数表示。即将非正弦周期量表示为一系列不同频率的正弦量之和。就电工技术中遇到的非正弦周期量而言,通常都能满足展开为富氏级数的条件。设  $f(\omega t)$  为非正弦周期函数,周期为  $2\pi$ ,展开的富氏级数及其各谐波分量的系数可用下列各式求得:

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_{km} \cos k\omega t + B_{km} \sin k\omega t) \quad (1-2)$$

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) d(\omega t) \quad (1-3)$$

$$A_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \cos k\omega t d(\omega t) \quad (1-4)$$

$$B_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\omega t) \sin k\omega t d(\omega t) \quad (1-5)$$

如果将相同次谐波的正弦、余弦项合成可表示为

$$f(\omega t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) \quad (1-6)$$

两种表示形式间有下列关系:

$$C_{km} = \sqrt{A_{km}^2 + B_{km}^2}$$

$$\operatorname{tg} \psi_k = \frac{A_{km}}{B_{km}}$$

$$A_{km} = C_{km} \sin \psi_k$$

$$B_{km} = C_{km} \cos \psi_k$$

对于奇函数,  $f(\omega t) = -f(-\omega t)$ 。可以证明,  $A_0 = 0, A_{km} = 0, \psi_k = 0$ 。展开的富氏级数中, 只含各次谐波的正弦量项。对于偶函数,  $f(\omega t) = f(-\omega t)$ , 可以证明,  $B_{km} = 0, \psi_k = \pi/2$ 。展开的富氏级数中, 只含有直流分量和各次谐波的余弦量项。对于  $f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$  的非正弦周期函数, 可以证明, 展开的富氏级数中, 不含直流分量和各偶次谐波项。

富氏级数为无穷级数, 谐波次数越高, 幅值越小。实用分析中, 采用富氏级数表示非正弦周期量时, 可以据精度要求, 用有限级数近似表示, 忽略高次谐波项的影响。下面举例说明富氏级数表示方法的应用。

〔例 1-1〕 将图 1-1(a) 所示周期为  $2\pi$  的正向矩形波用富氏级数表示。

利用求各次谐波分量系数的公式(1-3)、(1-4)、(1-5)可分别求得

$$A_0 = \frac{I_m}{2}$$

$$A_{km} = 0$$

$$B_{km} = \frac{I_m}{K\pi} (1 - \cos k\pi)$$

则正向矩形波富氏级数展开式为

$$i(\omega t) = \frac{I_m}{2} + \frac{2I_m}{\pi} (\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots)$$

进行富氏级数展开计算时, 应首先对周期函数进行分析, 尽可能简化运算过程。有时可以利用座标变换简化计算。例如图 1-1a 纵轴右移  $\frac{\pi}{2}$ , 则可变为偶函数。移轴后的非正弦周期量展为富氏级数表示时, 含有直流分量和各次谐波余弦量。如将右移轴  $\frac{\pi}{2}$  的富氏级数表达式再向左移轴  $\frac{\pi}{2}$ , 就还原为原坐标系统的富氏级数表达式了。

〔例 1-2〕 图 1-1(b) 所示周期为  $2\pi$  的正弦半波电流用富氏级数表示。

为了简化计算, 先将图 1-1(b) 所示周期量向右移轴  $\frac{\pi}{2}$ , 如图 1-2 所示。两坐标系

统自变量的关系为  $\omega t' = \omega t - \frac{\pi}{2}$ 。

在移轴之后, 分段表达式为

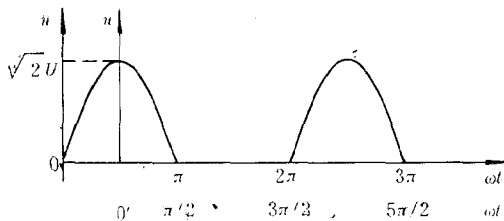


图 1-2 移轴后的正弦半波电流波形

$$i(\omega t') = \begin{cases} 0 & -\pi \leq \omega t' \leq -\frac{\pi}{2} \\ I_m \cos \omega t' & -\frac{\pi}{2} \leq \omega t' \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} \leq \omega t' \leq \pi \end{cases} \quad T_0 = 2\pi$$

可见移轴后的非正弦周期量  $i(\omega t')$  为偶函数, 其富氏级数展开式中  $B_{km} = 0$ , 只要求得系数  $A_0$  和  $A_{km}$  即可。由式(1-3)、(1-4)可分别求得

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega t') d(\omega t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} I_m \cos \omega t' d(\omega t') = \frac{I_m}{\pi}$$

$$\begin{aligned} A_{km} &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega t') \cos k \omega t' d(\omega t') \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} I_m \cos \omega t' \cos k \omega t' d(\omega t') \\ &= \frac{I_m}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [\cos(k+1)\omega t' + \cos(k-1)\omega t'] d(\omega t') \\ &= \frac{I_m}{2\pi} \left\{ \frac{\sin \frac{(k+1)\pi}{2} - \sin \left[ -\frac{(k+1)\pi}{2} \right]}{k+1} + \frac{\sin \frac{(k-1)\pi}{2} - \sin \left[ -\frac{(k-1)\pi}{2} \right]}{k-1} \right\} \end{aligned}$$

由所得  $A_{km}$  计算通式可知, 当  $k=1$  时, 上式无意义。故  $A_{1m}$  应利用式(1-4)直接求得

$$A_{1m} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega t') \cos \omega t' d(\omega t') = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} I_m \cos \omega t' \cos \omega t' d(\omega t') = \frac{I_m}{2}$$

当  $K > 1$  且为奇数时,  $A_{km} = 0$ ; 当  $K > 1$  且为偶数时,  $A_{km} \neq 0$ 。例如

$$A_{2m} = \frac{2I_m}{3\pi}$$

$$A_{4m} = -\frac{2I_m}{15\pi}$$

$$A_{6m} = \frac{2I_m}{35}$$

据以上系数计算结果, 可以写出富氏级数表达式为

$$\begin{aligned} i(\omega t') &= \frac{I_m}{\pi} + \frac{I_m}{2} \cos \omega t' + \frac{2I_m}{3\pi} \cos 2\omega t' - \frac{2I_m}{15\pi} \cos 4\omega t' + \frac{2I_m}{35\pi} \cos 6\omega t' - \dots \\ &= \frac{I_m}{\pi} + \frac{I_m}{2} \cos \omega t' + \frac{2I_m}{\pi} \left( \frac{1}{3} \cos 2\omega t' - \frac{1}{15} \cos 4\omega t' + \frac{1}{35} \cos 6\omega t' - \dots \right) \end{aligned}$$

再将坐标左移  $\frac{\pi}{2}$ , 便可恢复原坐标系统的富氏级数表示式。将  $\omega t' = \omega t - \frac{\pi}{2}$  代入式中, 可得

$$i(\omega t) = \frac{I_m}{\pi} + \frac{I_m}{2} \sin \omega t - \frac{2I_m}{\pi} \left( \frac{1}{3} \cos 2\omega t + \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \frac{1}{35} \cos 6\omega t + \dots \right)$$

可见, 将非正弦周期量分解为富氏级数表示时, 应首先对其进行分析, 尽可能简化运算过程。

## 第二节 非正弦周期电量计算

### 一、非正弦周期电量的平均值

非正弦周期电量在一个周期内的平均值称为直流分量,非正弦周期电压与电流的平均值分别为

$$U_d = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} u(\omega t) d(\omega t) \quad (1-7)$$

$$I_d = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} i(\omega t) d(\omega t) \quad (1-8)$$

式中,  $T$  为以时间表示的周期;  $T_0$  为以电角度表示的周期, 两者间关系为  $T_0 = \omega T$ 。积分表达式上限与下限可根据实际波形而定, 但其差应为一个周期。

〔例 1-3〕 求图 1-1(b) 所示非正弦周期电流的平均值  $I_d$ 。

该非正弦周期电流的周期  $T_0 = 2\pi$ , 由式(1-8)可求得

$$I_d = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} I_m \sin \omega t d(\omega t) = \frac{I_m}{\pi}$$

〔例 1-4〕 求图 1-1(d) 所示非正弦周期电压的平均值  $U_d$ 。

该非正弦周期电压的周期  $T_0 = \pi$ , 由式(1-7)可求得

$$U_d = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} u(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sqrt{2} U \sin \omega t d(\omega t) = \frac{\sqrt{2} U}{\pi} (1 + \cos \frac{\pi}{3}) = 0.84U$$

〔例 1-5〕 求图 1-1(f) 所示非正弦周期电压的平均值  $U_d$ 。

该波形周期  $T_0 = \frac{2\pi}{3}$ , 由式(1-7)可求得

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{1}{\frac{2\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{5\pi}{3}+\alpha} u(\omega t) d(\omega t) \\ &= \frac{3}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{3}+\alpha}^{\frac{5\pi}{3}+\alpha} \sqrt{2} U \sin \omega t d(\omega t) \\ &= \frac{3\sqrt{6}}{2\pi} U \cos \alpha = 1.17U \cos \alpha \end{aligned}$$

当  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  时,  $U_d = 0.585U$ 。

### 二、非正弦周期电量的有效值

非正弦周期电量有效值等于在一个周期内与它平均热效应相等的直流电量。非正弦周期电流与电压的有效值分别为

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} i^2(\omega t) d(\omega t)} \quad (1-9)$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} u^2(\omega t) d(\omega t)} \quad (1-10)$$

由以上两式可知, 周期量的有效值等于它的瞬时值平方的平均值再取平方根。因此也称有效值为均方根值。

〔例 1-6〕 求图 1-1(a)所示非正弦周期电流的有效值  $I$ 。

该非正弦周期电流的周期  $T_0 = 2\pi$ , 由式(1-9), 可求得

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2(\omega t) d(\omega t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} I_m^2 d(\omega t)} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

〔例 1-7〕 求图 1-1(b)所示非正弦周期电流的有效值  $I$ 。

该非正弦周期电流的周期  $T_0 = 2\pi$ , 由式(1-9)可求得

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2(\omega t) d(\omega t)} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} I_m^2 \sin^2 \omega t d(\omega t)} = \frac{I_m}{2}$$

由式(1-6)可分别得到非正弦周期电流和电压的富氏级数表示式为

$$i(\omega t) = I_d + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ki})$$

$$u(\omega t) = U_d + \sum_{k=1}^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku})$$

现以  $i(\omega t)$  为例分析其有效值。由关于有效值的定义

$$I = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \left[ I_d + \sum_{k=1}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ki}) \right]^2 d(\omega t)}$$

将该式展开求解。由于正交性原理, 可求得有效值为

$$I = \sqrt{I_d^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} \quad (1-11)$$

式中  $I_k = \frac{I_{km}}{\sqrt{2}}$  ——  $k$  次谐波电流的有效值。

谐波分量有效值  $I_k$  等于各谐波有效值的平方和的平方根, 可表示为

$$I_k = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{I^2 - I_d^2} \quad (1-12)$$

同理, 可得非正弦周期电压  $u(\omega t)$  的有效值  $U$  的表达式, 为

$$U = \sqrt{U_d^2 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} \quad (1-13)$$

式中  $U_k = \frac{U_{km}}{\sqrt{2}}$  ——  $k$  次谐波电压有效值。

谐波分量有效值  $U_k$  等于各次谐波有效值的平方和的平方根, 可表示为

$$U_k = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} U_k^2} = \sqrt{U^2 - U_d^2} \quad (1-14)$$

由式(1-11)~(1-14)可知, 非正弦周期电量的有效值等于直流分量平方与各次谐波有效值平方之和的平方根; 谐波成分有效值等于各次谐波有效值平方之和的平方根。计算中无须考虑各次谐波初相角  $\varphi_k$ 。

### 三、波形系数、脉动系数、纹波因数与畸变因数

#### 1. 波形系数

对含有直流分量的非正弦周期电量而言, 都有平均值和有效值。定义其有效值与平均值



的比值为波形系数  $k_t$ , 可表示为

$$k_t = \frac{\text{非正弦周期量有效值}}{\text{非正弦周期量平均值}}$$

波形系数的大小说明该波形与直流差别的程度。

### 2. 脉动系数

对含有直流分量的非正弦周期量而言, 定义最低次谐波的幅值与平均值的比值为脉动系数, 可表示为

$$\gamma_m = \frac{\text{非正弦周期量最低次谐波幅值}}{\text{非正弦周期量的平均值}}$$

该系数的大小可表示波形的平直程度。

### 3. 纹波因数

对有直流分量的非正弦周期量而言, 定义谐波分量有效值与平均值的比值为纹波因数  $\gamma_\omega$ , 可表示为

$$\gamma_\omega = \frac{\text{非正弦周期量谐波分量有效值}}{\text{非正弦周期量平均值}}$$

该系数的大小表明波形中含谐波分量的大小。

### 4. 畸变因数 $\xi$

非正弦周期量的基波有效值与非正弦周期量有效值的比值为畸变因数  $\xi$ , 可表示为

$$\xi = \frac{\text{非正弦周期量基波有效值}}{\text{非正弦周期量有效值}}$$

该系数表示非正弦周期量与正弦量的差别。

上述的系数和因数都只代表非正弦周期量的某些性质, 而不代表实际波形。对于系数、因数相同的非正弦周期量而言, 波形并不一定相同。

〔例 1-8〕 计算图 1-1(a) 所示非正弦周期电流的波形系数、脉动系数、纹波因数和畸变因数。

由例 1-1、例 1-6 可知, 该非正弦周期电流的平均值  $I_d = \frac{I_m}{2}$ 、有效值  $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ 、基波电流幅值  $I_{1m} = \frac{2I_m}{\pi}$ 、基波电流有效值  $I_1 = \frac{\sqrt{2}I_m}{\pi}$ 。由式(1-12)可求出谐波分量有效值为

$$I_\omega = \sqrt{I^2 - I_d^2} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

利用上述计算结果, 可进一步求得

(1) 波形系数  $k_t = \frac{I}{I_d} = \sqrt{2}$

(2) 脉动系数  $\gamma_m = \frac{I_{1m}}{I_d} = \frac{4}{\pi}$

(3) 纹波因数  $\gamma_\omega = \frac{I_\omega}{I_d} = \sqrt{2}$

(4) 畸变因数  $\xi = \frac{I_1}{I} = \frac{2}{\pi}$

## 四、非正弦周期电流线性电路的平均功率

线性电路通过非正弦周期电流时, 其平均功率可定义为瞬时功率在一周期内的平均值,