



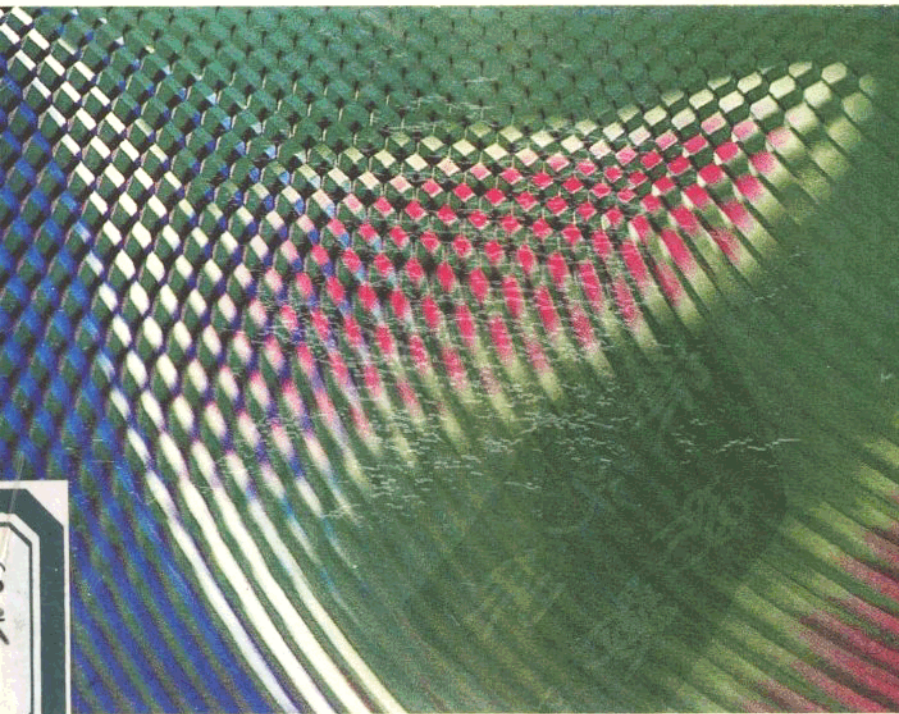
CHUZHONG
SHUXUE
JINGBIAN

初中数学精编

几何

第三册

浙江教育出版社



初中数学精编

几 何

第三册

殷志毅 郑宾之

—
浙江教育出版社

(浙)新登字第6号

责任编辑:吴明华

初中数学精编

几 何

第三册

殷志毅 郑宾之

浙江教育出版社出版发行 浙江新昌印刷厂印刷

浙江省新华书店经销

开本 787×1092 1/32 印张 5 字数 160000

1996年4月第2版 1996年4月第3次印刷

ISBN 7-5338-2359-1/G·2342

定 价:4.55元

说 明

为了帮助初中学生正确理解数学概念，发展智力，培养能力；同时也为教师在因材施教，辅导不同程度的学生时提供方便，我们根据国家教委《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》的要求，按照新教材的内容，重新修订编写了这套《初中数学精编》。

在修订编写过程中，我们保持了本书原有的特色，同时熔进了编者自己新的教学体会。在每章前仍安排“学习导引”，使其对本章内容和要点具有概括性，所揭示的规律具有指导性。在习题中适当插入一些“典型例题”，以便对学生解题有所启发、引导，做到举一反三，触类旁通。在部分题后又以“注意”、“提示”、“分析”等形式帮助学生揭示解题规律，提高解题能力。

修订后的这套丛书具有以下特点：

1. 紧密配合教材。全书内容分章节进行编写，教师和学生可按教学进度与课本同步使用。

2. 习题分A、B、C三组，而以A组题为主。A组题侧重于对有关数学概念的理解，以双基训练题为主；B组题侧重于分析问题，以本章（节）知识综合应用为主，数量少于A组题；在有些章节之后还安排了少量C组题，它着重沟通各章节间的知识，进行综合训练，灵活性较大，难度也稍高，可供学有余力的学生练习。每章结束时配有一套自我测验题，让学生自己衡量是否达到教学要求。

3. 习题中选入一些与生活、生产实际有联系的题目，让这

些数学问题进入练习，能为学生所喜爱，培养学生创新和解决实际问题的能力。

4. 全书最后附有习题的答案或提示（或简解），供学生做完习题后进行对照，以便及时了解自己解题、证题是否正确。

本丛书共7册，其中代数4册，分第一册（上）（供初一第一学期使用），第一册（下）（供初一第二学期使用），第二册（供初二全学年使用），第三册（供初三全学年使用），由吕敏寅、郑启道审稿；几何3册，分第一册（供初一第二学期使用），第二册（供初二全学年使用），第三册（供初三全学年使用），由乐嗣康审稿。

编者

1996年3月

目 录

第六章 解直角三角形	1
一、锐角三角比	1
二、解直角三角形	11
自我测验题(六)	19
第七章 圆	23
一、圆的有关性质	23
二、直线和圆的位置关系	41
三、圆和圆的位置关系	61
四、正多边形和圆	77
自我测验题(七)	94
综合思考练习	100
部分答案与提示	108

第六章 解直角三角形

一、锐角三角比

【学习导引】

1 在直角三角形中，当锐角取任意一个固定值时，这个锐角的对边与斜边的比值，即正弦值是一个固定值，这个锐角的余弦、正切、余切值也分别是个固定值。

2 互为余角的三角比有如下的关系：

$$\sin\alpha = \cos(90^\circ - \alpha), \quad \cos\alpha = \sin(90^\circ - \alpha),$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha), \quad \operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{tg}(90^\circ - \alpha).$$

3 同一锐角的三角比之间的关系：

(1) 平方关系： $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ ；

(2) 商数关系： $\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$ ， $\operatorname{ctg} A = \frac{\cos A}{\sin A}$ ；

(3) 倒数关系： $\operatorname{tg} A = \frac{1}{\operatorname{ctg} A}$ 。

4 特殊角的三角比值以后经常要用到，务必熟记。

三角比值 三角比	角度 α				
	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在
$\operatorname{ctg}\alpha$	不存在	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

从表中可看出, 角 α 在 0° 与 90° 之间变化时, $\sin\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$ 随 α 的增大而增大, $\cos\alpha$, $\operatorname{ctg}\alpha$ 随 α 的增大而减小.

5 在查三角函数表时, 如需要用到修正值, 初学者容易出错, 掌握锐角三角比值的变化规律是避免出错的较好方法.

(A)

【正弦和余弦】

1. 求出图 6-1 所示的 $\operatorname{Rt}\triangle ABC$ 中的 $\sin A$ 、 $\sin B$ 、 $\cos A$ 、 $\cos B$ 的值.

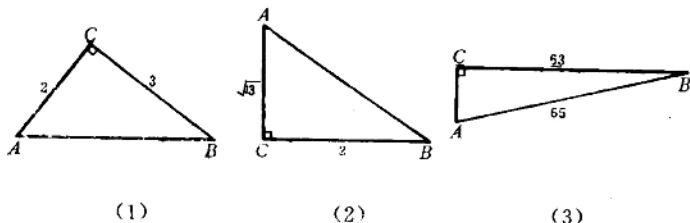


图 6-1

2. (1) 已知 $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 且 $\alpha + \beta = 90^\circ$, 求 $\sin\beta$;

(2) 已知 $\sin 51^\circ 12' = 0.7793$, 求 $\cos 38^\circ 48'$;

(3) 已知 $\cos 19^\circ 30' = 0.9426$, 求 $\sin 70^\circ 30'$.

3. 选择题:

(1) 与 $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ$ 相等的是 ()

(A) $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ$. (B) $2(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ)$.

(C) $\sin^2 60^\circ$. (D) $2\sin 30^\circ$.

(2) $\sin 60^\circ$ 与 $\cos 30^\circ$ 的关系是 ()

(A) $\sin 60^\circ > \cos 30^\circ$.

(B) $\sin 60^\circ < \cos 30^\circ$.

(C) $\sin 60^\circ - \cos 30^\circ = 0$.

(D) $\sin^2 60^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$.

4. x 取什么值时, 下列各式没有意义 ($0^\circ < x < 90^\circ$)?

(1) $\frac{5+6\sin x}{3-4\cos^2 x}$; (2) $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

5. 求下列各式的值:

(1) $\sqrt{2}\sin 45^\circ + \sqrt{3}\cos 30^\circ - \frac{3}{2}$;

(2) $2\sin 30^\circ - \frac{1}{2}\cos^2 45^\circ - \sin^2 60^\circ$;

(3) $30 - \sin^2 30^\circ - \cos^2 30^\circ$;

(4) $6\cos 30^\circ - 4\sin 60^\circ + 2\cos 45^\circ \cdot \sin 45^\circ$;

(5) $4(\cos 60^\circ \cdot \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ) - 2\sin 45^\circ$;

(6) $\frac{\sin 45^\circ + \cos 30^\circ}{3 - 2\cos 60^\circ} - \sin 30^\circ \cdot (\cos 45^\circ - \sin 60^\circ)$.

6. 查表求下列正弦值或余弦值:

(1) $\sin 20^\circ$, $\sin 17^\circ 42'$, $\sin 55^\circ 55'$, $\sin 84^\circ 47'$;

(2) $\cos 80^\circ$, $\cos 48^\circ 48'$, $\cos 12^\circ 34'$, $\cos 89^\circ 8'$.

7. 查表回答下列问题:

(1) $\sin 44^\circ + \sin 46^\circ$ 是否等于 $\sin 90^\circ$?

(2) $\cos 20^\circ + \cos 30^\circ$ 是否等于 $\cos 50^\circ$?

8. 已知下列正弦值或余弦值, 查表求锐角 α :

(1) $\sin \alpha = 0.9794$, $\sin \alpha = 0.4977$, $\sin \alpha = 0.7670$,
 $\sin \alpha = 0.9808$;

(2) $\cos \alpha = 0.1234$, $\cos \alpha = 0.3456$, $\cos \alpha = 0.9876$,
 $\cos \alpha = 0.1111$.

9. 不查表, 试比较下列各组中两个正弦值或余弦值的大小:

(1) $\sin 69^\circ$ 和 $\sin 70^\circ$; (2) $\cos 30^\circ$ 和 $\cos 22^\circ$;

(3) $\sin 34^\circ$ 和 $\sin 24^\circ$; (4) $\cos 43^\circ$ 和 $\cos 47^\circ$.

10. 不查表, 试确定下列各式值的正负符号:

(1) $\sin 40^\circ - \sin 50^\circ$; (2) $\cos 44^\circ - \cos 55^\circ$;

(3) $\sin 41^\circ - \sin 39^\circ$; (4) $\cos 50^\circ - \sin 50^\circ$.

【注意】 在比较不同锐角的两个正弦值或两个余弦值的大小时, 一般可利用锐角三角比值的增减规律. 在比较不同锐角的一个正弦值和一个余弦值时, 可先把一个锐角的余弦值转化为它的余角的正弦值, 再进行比较. 以后比较正切值、余切值的大小时, 情况类似.

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c .

(1) 已知 $c=44$, $\angle B=27^\circ$, 求 b (保留两个有效数字);

(2) 已知 $b=21$, $\angle A=56^\circ$, 求 c (保留两个有效数字);

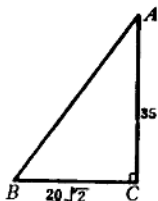
(3) 已知 $a=30$, $c=40$, 求 $\angle A$ (精确到 1°);

(4) 已知 $b=15$, $c=22$, 求 $\angle A$ (精确到 1°);

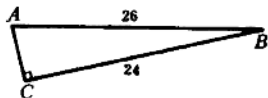
(5) 已知 $a=12$, $b=5$, 求 $\angle A$ (精确到 1°).

【正切和余切】

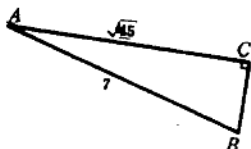
12. 分别写出图 6-2 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的四个锐角三角比值：



(1)



(2)



(3)

图 6-2

13. (1) 已知 $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{5}$, 且 $\alpha + \beta = 90^\circ$, 求 $\operatorname{ctg}\alpha$ 和 $\operatorname{ctg}\beta$;
 (2) 已知 $\operatorname{tg}46^\circ42' = 1.0612$, 求 $\operatorname{tg}43^\circ18'$;
 (3) 已知 $\operatorname{ctg}10^\circ10' = 5.576$, 求 $\operatorname{tg}79^\circ50'$ 和 $\operatorname{tg}10^\circ10'$ 。
 14. x 取什么值时, 下列各式没有意义 ($0^\circ < x < 90^\circ$)?

(1) $\frac{1}{1 - \operatorname{tg}x}$; (2) $\frac{\sqrt{2}}{3\operatorname{ctg}x - \sqrt{3}}$.

15. 求下列各式的值:

- (1) $\sin 30^\circ + \cos^2 60^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ - \sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ$;
 (2) $\sin 45^\circ \cos 45^\circ - \cos^2 45^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ$;
 (3) $5\operatorname{ctg} 30^\circ - 2(\cos 60^\circ - \sin 60^\circ)$;
 (4) $\sin^2 60^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ - \frac{4}{3}\operatorname{ctg}^2 30^\circ - \cos 60^\circ$;
 (5) $2\sin 60^\circ - 3\operatorname{tg}^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ - 3\operatorname{ctg} 60^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ$;
 (6) $\cos^2 45^\circ + \sin^2 30^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ + 4\cos 30^\circ - 2\operatorname{tg} 60^\circ$;
 (7) $\frac{3}{4}\operatorname{tg}^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ + \cos^2 30^\circ - 2\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$;

$$(8) \operatorname{ctg}45^\circ - \frac{3}{2}\operatorname{tg}30^\circ + \sin30^\circ - \cos^245^\circ + \sin60^\circ.$$

16. 求下列各式的值:

$$(1) \operatorname{tg}60^\circ \div \cos30^\circ - \cos^245^\circ - 4\cos60^\circ \sin^260^\circ;$$

$$(2) 2\sin^245^\circ - 3\operatorname{tg}^230^\circ + 4\cos^260^\circ;$$

$$(3) \frac{\operatorname{tg}45^\circ + \sin60^\circ}{\operatorname{ctg}45^\circ - \cos30^\circ} - \frac{12}{\operatorname{tg}60^\circ};$$

$$(4) \frac{1}{\sin60^\circ - \cos45^\circ} + \frac{1}{\sin45^\circ + \cos30^\circ};$$

$$(5) \frac{\sin60^\circ + \sin30^\circ}{\sin60^\circ - \sin30^\circ} - \frac{1}{\cos^260^\circ} + 4\operatorname{tg}45^\circ;$$

$$(6) \frac{\operatorname{ctg}30^\circ - \operatorname{tg}30^\circ}{\cos30^\circ - \sin45^\circ} - \frac{16\sin60^\circ \cos45^\circ - \operatorname{tg}^260^\circ}{6\operatorname{ctg}45^\circ \sin^245^\circ};$$

$$(7) \frac{4\cos^260^\circ}{4\sin45^\circ \sin60^\circ + \operatorname{ctg}30^\circ} - \frac{1}{\operatorname{ctg}60^\circ} - \frac{1}{\cos30^\circ};$$

$$(8) \sqrt{(\cos60^\circ - 1)^2} + 2\sqrt{\operatorname{ctg}45^\circ - \sin60^\circ} + |\sin30^\circ - 1|.$$

17. 查表求下列正切值或余切值:

$$(1) \operatorname{tg}71^\circ43', \operatorname{tg}17^\circ34', \operatorname{tg}7^\circ7', \operatorname{tg}88^\circ44';$$

$$(2) \operatorname{ctg}14^\circ14', \operatorname{ctg}25^\circ22', \operatorname{ctg}6^\circ16', \operatorname{ctg}33^\circ33'.$$

18. 已知下列正切值或余切值, 查表求锐角 α :

$$(1) \operatorname{tg}\alpha = 0.5253, \operatorname{tg}\alpha = 1.6820, \operatorname{tg}\alpha = 5.312, \operatorname{tg}\alpha = 21.72;$$

$$(2) \operatorname{ctg}\alpha = 0.2153, \operatorname{ctg}\alpha = 2.377, \operatorname{ctg}\alpha = 6.652,$$

$$\operatorname{ctg}\alpha = 18.16.$$

选择题 (19~20)

19. 经查表知 $\sin26^\circ, \cos25^\circ, \operatorname{tg}24^\circ, \operatorname{ctg}23^\circ$ 的大小关系是 ()

$$(A) \operatorname{ctg}23^\circ < \operatorname{tg}24^\circ < \cos25^\circ < \sin26^\circ.$$

$$(B) \operatorname{tg}24^\circ < \sin26^\circ < \cos25^\circ < \operatorname{ctg}23^\circ.$$

$$(C) \operatorname{tg}24^\circ < \sin26^\circ < \operatorname{ctg}23^\circ < \cos25^\circ.$$

$$(D) \sin26^\circ < \operatorname{tg}24^\circ < \cos25^\circ < \operatorname{ctg}23^\circ.$$

20. 查表验证下列各式，正确的是（ ）
- (A) $\sin 55.8^\circ + \sin 34.2^\circ = \sin 90^\circ$.
 (B) $2\cos 37.4^\circ = \cos 74.8^\circ$.
 (C) $\operatorname{tg} 10^\circ 36' = \operatorname{tg} 10^\circ + \operatorname{tg} 36'$.
 (D) $\operatorname{ctg} 28^\circ 50' \approx 2\operatorname{tg} 42^\circ 14'$.
21. 不查表，试比较下列各组中两个正切值或余切值的大小：
 (1) $\operatorname{tg} 6^\circ$ 和 $\operatorname{tg} 12^\circ$ ； (2) $\operatorname{ctg} 38^\circ$ 和 $\operatorname{ctg} 41^\circ$.
22. 不查表，试确定下列各式值的正负符号：
 (1) $\operatorname{tg} 17^\circ - \operatorname{tg} 71^\circ$ ； (2) $\operatorname{ctg} 23^\circ - \operatorname{ctg} 32^\circ$ ；
 (3) $\operatorname{ctg} 46^\circ - \operatorname{tg} 46^\circ$ ； (4) $\operatorname{tg} 55^\circ + \operatorname{ctg} 44^\circ$.
23. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 为直角， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，不通过查表解下列问题：
 (1) 已知 $b=7$ ， $\angle A=60^\circ$ ，求 a ；
 (2) 已知 $a=5\sqrt{2}$ ， $b=5\sqrt{6}$ ，求 $\angle A$.
24. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 为直角， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c .
 (1) 已知 $a=14.4$ ， $b=11.2$ ，求 $\angle A$ （精确到 1° ）；
 (2) 已知 $a=5.9$ ， $\angle A=41^\circ$ ，求 b （保留两个有效数字）.

(B)

选择题 (25~26)

25. 下列不等式中，成立的是（ ）
- (A) $\operatorname{tg} 45^\circ < \sin 30^\circ < \cos 45^\circ < \operatorname{ctg} 60^\circ$.
 (B) $\operatorname{ctg} 60^\circ < \sin 30^\circ < \cos 45^\circ < \operatorname{tg} 45^\circ$.
 (C) $\operatorname{ctg} 60^\circ < \sin 30^\circ < \operatorname{tg} 45^\circ < \cos 45^\circ$.
 (D) $\sin 30^\circ < \operatorname{ctg} 60^\circ < \cos 45^\circ < \operatorname{tg} 45^\circ$.

26. (1) 化简 $\sqrt{\sin^2 A - 2\sin A + 1}$ (A 是锐角), 得()
 (A) $\sin A - 1$. (B) $1 - \sin A$.
 (C) $\cos A - 1$. (D) $1 - \cos A$.
- (2) 化简 $\sqrt{\sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha}$ ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$), 得()
 (A) $1 - \sin \alpha$. (B) $1 - \cos \alpha$.
 (C) $\sin \alpha - \cos \alpha$. (D) $\cos \alpha - \sin \alpha$.

例 1 化简下列各式:

(1) $(3 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ)^{31} \cdot (\frac{1}{3} \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ)^{30}$;

(2) $\sqrt{\operatorname{tg}^2 15^\circ + \operatorname{ctg}^2 15^\circ - 2}$ (不可查表);

(3) $|1 - \operatorname{tg} 35^\circ| + \sqrt{\operatorname{tg}^2 35^\circ - \operatorname{ctg} 45^\circ}$ (不可查表).

解 (1) 原式 $= 3 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ [(3 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ)^{30} (\frac{1}{3} \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ)^{30}]$

$$= 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} [(3 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ) (\frac{1}{3} \cdot \operatorname{ctg} 30^\circ)]^{30}$$

$$= \sqrt{3} \cdot 1^{30} = \sqrt{3};$$

(2) 原式 $= \sqrt{\operatorname{tg}^2 15^\circ - 2\operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{ctg} 15^\circ + \operatorname{ctg}^2 15^\circ}$
 $= \sqrt{(\operatorname{tg} 15^\circ - \operatorname{ctg} 15^\circ)^2} = \operatorname{ctg} 15^\circ - \operatorname{tg} 15^\circ;$

(3) 原式 $= |\operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 35^\circ| + \operatorname{tg} 35^\circ - 1$
 $= 1 - \operatorname{tg} 35^\circ + \operatorname{tg} 35^\circ - 1 = 0.$

【注意】 化简方法灵活多样, 要尽量简捷. 如第(1)小题, 不要一开始就进行死板的乘方运算, 可先把乘方的积转化为积的乘方, 再利用正切和余切的倒数关系; 第(2)小题可先设法把被开方数写成一个完全平方的形式, 再把锐角的余切值转化为它的余角的正切值, 根据锐角三角比值的增减规律可知, $\operatorname{tg} 15^\circ < \operatorname{tg} 75^\circ$, 即 $\operatorname{tg} 15^\circ < \operatorname{ctg} 15^\circ$, 或者从锐角三角比值的增减规律可知, $\operatorname{tg} 15^\circ$ 比 $\operatorname{tg} 45^\circ$ 小, $\operatorname{ctg} 15^\circ$ 比 $\operatorname{ctg} 45^\circ$ 大, 而 $\operatorname{tg} 45^\circ = \operatorname{ctg} 45^\circ = 1$, 故

$\operatorname{tg}15^\circ < \operatorname{ctg}15^\circ$; 在第(3)小题中, 可先把1看成为 $\operatorname{tg}45^\circ$, 再由锐角三角比值的增减性得到 $|1 - \operatorname{tg}35^\circ| = 1 - \operatorname{tg}35^\circ$.

27. 化简下列各式:

(1) $1 - \cos^2 54^\circ - \cos^2 36^\circ$;

(2) $\sin 13^\circ \cdot \cos 77^\circ + \cos 13^\circ \cdot \sin 77^\circ$;

(3) $\frac{\sin 5^\circ}{\operatorname{tg} 75^\circ} \cdot \frac{\cos 45^\circ}{\sin 30^\circ} \cdot \frac{\operatorname{ctg} 15^\circ}{\cos 85^\circ}$;

(4) $\cos 30^\circ - \operatorname{tg} 45^\circ - \sqrt{(\cos 60^\circ - \sin 60^\circ)^2}$;

(5) $(0.5 \operatorname{tg} 75^\circ)^{20} \cdot (2 \operatorname{tg} 15^\circ)^{20}$.

28. 不查表, 求 $\operatorname{tg} 5^\circ \cdot \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \operatorname{tg} 25^\circ \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{tg} 45^\circ \cdot \operatorname{tg} 55^\circ \cdot \operatorname{tg} 65^\circ \cdot \operatorname{tg} 75^\circ \cdot \operatorname{tg} 85^\circ$ 的值.

29. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 为直角, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 解下列问题(边长保留三个有效数字, 角度精确到 $1'$):

(1) 已知 $a=18.8$, $c=21.6$, 求 $\angle A$;

(2) 已知 $c=58$, $\angle B=42^\circ 6'$, 求 a ;

(3) 已知 $b=350$, $\angle A=28^\circ 14'$, 求 a ;

(4) 已知 $a=23.4$, $b=39.5$, 求 $\angle B$.

30. 利用同角三角比之间的关系化简下列各式 ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$):

(1) $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$;

(2) $(1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) \cdot \sin^2 \alpha$;

(3) $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)^2 - (\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \alpha)^2$;

(4) $\frac{\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha}$;

(5) $\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} - \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$;

$$(6) \frac{\sin\alpha + \operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha + \frac{1}{\sin\alpha}}$$

31. (1) 在直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, α 为其中一个锐角, $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, 求 $\cos\alpha$ 、 $\operatorname{tg}\alpha$ 、 $\operatorname{ctg}\alpha$ 的值;
- (2) 在直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, β 为其中一个锐角, $\cos\beta = \frac{1}{2}$, 求 $\sin\beta$ 、 $\operatorname{tg}\beta$ 、 $\operatorname{ctg}\beta$ 的值;
- (3) 在直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, θ 为其中一个锐角, $\operatorname{tg}\theta = 2$, 求 $\sin\theta$ 、 $\cos\theta$ 、 $\operatorname{ctg}\theta$ 的值.
32. 求适合下列各式的锐角 α :
- (1) $2\cos\alpha = 1$;
- (2) $1 - \sqrt{2}\sin\alpha = 0$;
- (3) $2\operatorname{ctg}\alpha \cdot \sin\alpha = \sqrt{3}$;
- (4) $\operatorname{tg}^2\alpha - (1 + \sqrt{3})\operatorname{tg}\alpha + \sqrt{3} = 0$.

(C)

33. 选择题: 若 α 为锐角, 则 $\sin\alpha + \cos\alpha$ 的值 ()
- (A) 小于 1. (B) 等于 1.
(C) 大于 1. (D) 不能确定.
34. 根据锐角三角比的定义, 找出使下列各式成立的锐角 α 的取值范围:
- (1) $\sin\alpha > \cos\alpha$; (2) $\sin\alpha = \cos\alpha$;
(3) $\sin\alpha < \cos\alpha$; (4) $\operatorname{tg}\alpha > \operatorname{ctg}\alpha$;
(5) $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{ctg}\alpha$; (6) $\operatorname{tg}\alpha < \operatorname{ctg}\alpha$.
35. 已知 α 是锐角, 比较 $\sin\alpha$ 与 $\operatorname{tg}\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$ 与 $\operatorname{ctg}\alpha$ 的大小.

二、解直角三角形

【学习导引】

1 解直角三角形的依据：

在直角三角形 ABC 中，如果 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c ，那么

(1) 三边之间的关系： $a^2+b^2=c^2$ (勾股定理)；

(2) 锐角之间的关系： $\angle A+\angle B=90^\circ$ ；

(3) 边角之间的关系： $\sin A=\frac{a}{c}$ ， $\cos A=\frac{b}{c}$ ，

$$\operatorname{tg} A=\frac{a}{b}$$
， $\operatorname{ctg} A=\frac{b}{a}$ ； $\sin B=\frac{b}{c}$ ，

$$\cos B=\frac{a}{c}$$
， $\operatorname{tg} B=\frac{b}{a}$ ， $\operatorname{ctg} B=\frac{a}{b}$ ；

(4) 面积： $S_{\Delta}=\frac{1}{2}ab$ 。

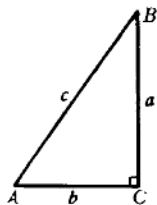


图 6-3

2 直角三角形 ABC 的解法可归纳为四种类型 (如表，设 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c)。

已知条件 (两个)	解	法
一条直角边和一个锐角 (如 a 、 $\angle A$)	$\angle B=90^\circ-\angle A$ ， $c=\frac{a}{\sin A}$ ， $b=a \cdot \operatorname{ctg} A=\frac{a}{\operatorname{tg} A}$ (或 $b=\sqrt{c^2-a^2}$)。	
斜边和一个锐角 (如 c 、 $\angle A$)	$\angle B=90^\circ-\angle A$ ， $a=c \cdot \sin A$ ， $b=c \cdot \cos A$ (或 $b=\sqrt{c^2-a^2}$)。	