

数学教育博士文库

数 / 学 / 学 / 习 / 研 / 究 / 系 / 列

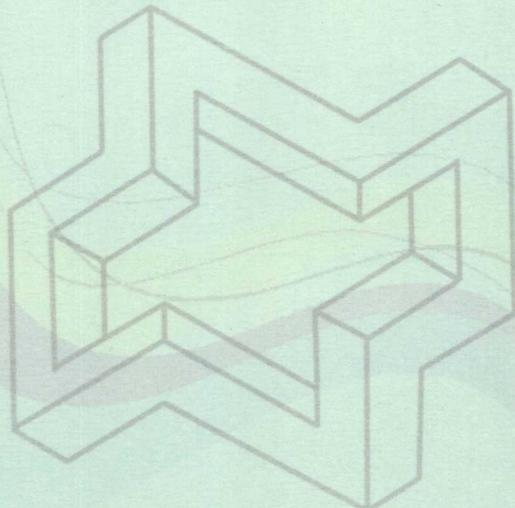
# 基于问题 提出的数学学习

Jiyu Wenti  
Tizhu de Shuxue Xuexi

李祥兆

著

丛书主编◎王建磐 顾泠沅



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS  
广西师范大学出版社

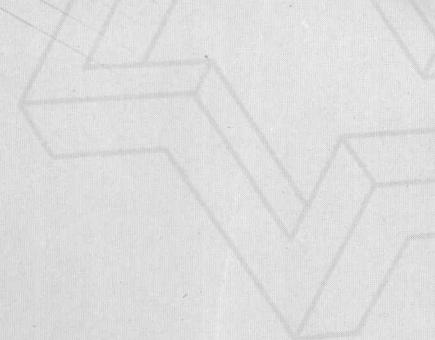
◎ 亂世電影研究

◎ 亂世電影研究

# 亂世電影研究 亂世的戲歌電影

◎ 亂世電影研究





# 基于问题 提出的数学学习

Jiyu Wenti  
Tizhu de Shuxue Xuexi

李祥兆 著

丛书主编◎王建磐 顾泠沅



GUANGXI NORMAL UNIVERSITY PRESS

广西师范大学出版社

·桂林·

### 图书在版编目 (CIP) 数据

基于问题提出的数学学习 / 李祥兆著. —桂林: 广西师范大学出版社, 2008.9

(数学教育博士文库. 数学学习研究系列 / 王建磐, 顾泠沅主编)

ISBN 978-7-5633-7731-2

I . 基… II . 李… III . 数学问题—研究 IV . O1-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 135142 号

广西师范大学出版社出版发行

(广西桂林市中华路 22 号 邮政编码: 541001  
网址: <http://www.bbtpress.com>)

出版人: 何林夏

全国新华书店经销

桂林日报印刷厂印刷

(广西桂林市八桂路 2 号 邮政编码: 541001)

开本: 720 mm × 960 mm 1/16

印张: 12.5 字数: 172 千字

2008 年 9 月第 1 版 2008 年 9 月第 1 次印刷

印数: 0 001~1 000 册 定价: 25.00 元

---

如发现印装质量问题, 影响阅读, 请与印刷厂联系调换。

## 主编的话

与西方发达国家相比,相对于一般教学论和普通教育学,学科教育的研究在我国还是薄弱的。早在1998年,时任华东师范大学校长的王建磐教授与我谈话,鉴于国内学科教育的特别紧迫性,他打算从数学开始,在全国率先开展学科教育博士研究生的培养工作,希望我与他共同担纲,赤诚之心令我折服。于是,我们聘请张奠宙、唐瑞芬两位学界前辈为顾问,另邀几位中年才俊为助手,翌年华东师大即正式设点招生。每年招收3人左右,2004年又有李士锜教授加盟招生,至今一共培养了20余名博士。再算上国内其他几所大学相继设点培养的数学教育博士,估计在全国不会超过百人。人数虽少,却是我国自己培养的新一代数学教育杰出人才的预备队伍,十分珍贵。当前,我国基础教育改革已经进入重要的攻坚阶段,学科教育与教师专业发展成为两大关键问题,备受世人瞩目。数学教育科学的研究的春天已经到来。

华东师大数学教育博士的培养,隶属于课程与教学论专业,近10年来,始终坚持数学教育理论与实践相结合的方向。在共同培养指导博士生的过程中,我们逐步明确了如下三点认识:

第一,注重数学的学科属性和本质。数学教育研究,是以数学为载体的教育研究,离开了载体的研究至少是一种缺失。无论是研究教师的教还是学生的学,都要环绕数学教育的统领性观点,如数学的性质是什么,对中小学生来说什么是最有学习价值的数学知识,这些数学知识的核心概念及其联系如何把握等,由此抓住数学的本质属性和本质问题。博士生招生时,多年来我们坚持设置“近现代数学基础”这一必考科目,就是对数学作为基础的重视,强调数学教育研究的学科特性,摈弃“一般教育学+数学例子”式的研究,防止“去数学化”

的倾向，倡导从数学教育本身特点出发研究教育领域中的问题。

第二，注重以应用为目的的实证分析。数学教育研究，重视理论诠释与精致化发展，却要防止单纯从理论到理论的演绎。这几年的博士论文选题，逐渐偏重于中小学或大学数学教育中发现的问题，通过实证研究走自下而上的归纳路线，并且选题切口较小，便于深入。通过这种对实践保持“反应灵敏度”的研究导向，使博士论文在基础理论研究与实际应用研究两者之间找到了颇有活力的第三种方式，即以应用为目的的实证研究或理论分析，力图使这些论文在实践应用中发挥作用，让强调学术价值的理论研究在实践中占一席之地。

第三，注重国际视野下的本土特色。我国的数学教育，成就与问题同样都很突出，已经越来越多地受到国际教育界同行的广泛关注，国际数学教育不能没有中国数学教育，中国数学教育的现代发展离不开国际数学教育的影响。这几年的博士论文，常把选定的研究课题置于世界教育的视野之中，着重研究本土特色的数学教育问题，如青浦实验、双基问题、变式教学、数学教师行动学习等。论文的体例则逐步走向规范，大致呈现出研究问题—文献述评—方法与过程—研究结果—结论与建议等主要格局，便于国内外同行阅读、检讨与共享。

“数学教育博士文库”可以看成是华东师大数学教育博士培养部分成果的反映。有些博士论文已经独立发表，这里遴选的只是尚未发表的一部分论文，今天看来，仍有不少值得商榷的地方。但这些论文至少在研究导向上符合了上述三点中的某些方面，都是各位作者在数学教育研究历程中用心留下的一个脚印。期望他们的这些脚印，能够对我国基础教育改革背景下的数学教育研究在思路、方法和内容上起到一定的借鉴和参考作用。

需要说明的是，该文库的组编是由杨玉东博士具体负责的，我们同在上海市教育科学研究院工作。文库整体上计划出版“数学教师教育研究”、“数学学习研究”、“数学教学研究”和“数学课程研究”等若干系列，前两个系列即将付梓。文库编辑出版不求全，每个系列成熟一本出版一本。虽然由我做主编，但这些论文是华东师大多位导师集体指导的结果。

顾泠沅

2007年12月

## 前 言

近年来,问题提出的研究是一个比较活跃的研究领域。在课程论领域,培养学生的问题提出能力被作为一项重要的课程目标;在教学论领域,问题提出被视为一种重要的教学手段;而在学习论领域,问题提出则被看做一种有效的学习方式。问题提出之所以受到教育各分支学科的关注,是因为人们认识到:作为一种学习能力,问题提出不仅有利于培养学生的创造力,而且是其终身学习和毕生发展的基础。

事实上,无论是作为一种教学现象还是作为一种教学思想,问题提出都不是一种全新的东西,它有着悠久的历史。我国古代向来有“学问”之说,即有“学”必有“问”。早在两千多年前大教育家孔子就提出:“疑是思之始,学之端。”在西方,问题提出至少可以追溯到苏格拉底的“谈话法”。苏格拉底认为:“问题是接生婆,它能帮助新思想诞生。”

但对问题提出本身进行系统研究的历史并不久远。对问题提出进行实证研究主要源于心理学科对创造力的研究,心理学家把问题提出作为创造力的重要组成部分。而就数学学科问题提出的研究而言,在近二十年才有一些进展,可以说还处于刚刚起步的阶段。也正是由于数学问题提出的研究历史短暂,决定了与它相关的研究成果还不能很好地满足教育实践的需求。

自 20 世纪 90 年代以来,世界各国都把培养学生的问题提出能力作为一项重要的教育目标。美国的 NCTM (1991,2000) 即强调提出问题的重要性,并且

认为“这个活动是做数学的核心”。我国《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(2001)也提到“初步学会从数学的角度提出问题、理解问题，并能综合运用所学的知识和技能解决问题，发展应用意识”。在国内，一些研究人员或学校已经在培养学生的问题提出能力方面进行尝试，如贵州师范大学的“设置情境—提出问题”的教学实验(吕传汉、汪秉彝,2002)、上海市静安区小学生学会提问的实践研究(任月珍,2004)等。实验已经取得了一些阶段性成果，但同时也提出了许多亟待解决的问题，这需要在问题提出的许多理论问题上进行回答。正是在这样的背景下，作者根据积累的丰富资料和大量的研究工作，对“基于问题提出的数学学习”进行研究，力图探讨“问题提出与学生的问题解决有什么关系？”“问题提出对于学生数学学习能够产生怎样的影响？”等问题，希望能为培养学生的数学问题提出能力提供理论依据和实践参考，并与国内外同行进行交流。

本书是在博士论文的基础上修改而成的，共十章，主要分为两篇。上篇共四章，主要从理论上阐述了数学问题提出的背景、意义、历史和方法；下篇共六章，主要是对研究问题的实践探索和对研究结论的分析、总结和启示。

当然，鉴于对问题提出的数学学习的研究历史并不长且还很不成熟，本书只是一个初步的探索性研究，尽管在问题提出的理论和应用研究方面取得了一些进展，但其不完善也在所难免，恳请国内外同行和广大基础教育工作者不吝赐教。

本书的一些研究工作，得到了我的导师王建磐教授和顾泠沅教授的指导和关爱，在此向他们深表谢意。此外，广西师范大学出版社的编辑们也为本书的出版做了大量工作，对他们的辛勤付出，我在此表示最诚挚的感谢。

李祥兆

2008.4于上海海事大学滴水湖畔

# 目 录

## 上篇

<b>第一章 数学问题提出概述</b>	3
<b>一、数学问题提出的含义</b>	3
(一) 问题及其类型	3
(二) 数学问题及其类型	4
(三) “好问题”的若干标准	5
(四) 有关问题提出的理解	5
<b>二、数学问题提出的价值和意义</b>	9
(一) 问题提出有利于学生创新能力的培养	9
(二) 问题提出有利于学生主体积极参与数学活动	10
(三) 问题提出有利于培养学生的思维品质	10
(四) 问题提出有利于促进学生的数学理解	11
(五) 问题提出有利于提高学生问题解决的能力	11
(六) 问题提出有利于改进学生对数学的态度	11
(七) 问题提出有利于促进学生的认知发展	12
<b>三、本书的写作目的和基本结构</b>	12
(一) 写作目的	12
(二) 本书的基本结构	14

<b>第二章 问题提出的相关研究及述评</b>	15
一、教育学对问题提出的研究	15
(一)问题提出研究的早期发展	15
(二)当代对问题提出研究的多样化探索	17
(三)近二十年来问题提出的相关研究	18
(四)述评	19
二、心理学对问题提出的研究	19
(一)问题提出与创造性	19
(二)问题提出的认知模式	20
(三)有关问题提出促进学生理解的研究	20
(四)问题提出的策略	22
(五)述评	22
三、数学教育对问题提出的研究	22
(一)问题提出与数学理解的研究	23
(二)问题提出与问题解决关系的研究	23
(三)问题提出的认知策略研究	25
(四)问题提出的培养及教学模式研究	26
(五)述评	28
四、“基于问题提出的数学学习”的提出	30
(一)对数学的理解	30
(二)对数学学习的理解	31
(三)基于问题提出的数学学习	32
<b>第三章 数学问题提出的理论基础</b>	34
一、哲学基础	34
(一)辩证唯物主义的认识论和矛盾论	34
(二)大众数学教育	35
二、教育学基础	36



三、心理学基础 .....	37
(一)“最近发展区”理论与“支架”理论 .....	37
(二)自我监控理论 .....	38

<b>第四章 数学问题提出与问题解决 .....</b>	<b>40</b>
一、数学问题解决 .....	40
(一)数学问题解决的缘起 .....	40
(二)数学问题解决的热潮 .....	41
(三)数学问题解决研究的评价 .....	42
(四)数学问题解决研究的反思——数学地思维 .....	43
二、数学问题提出、问题解决与创新教育 .....	45
(一)创新教育与创造力 .....	45
(二)创新教育下的数学问题提出与问题解决 .....	47

## 下篇

<b>第五章 研究设计与方法 .....</b>	<b>51</b>
一、研究问题和研究阶段 .....	51
(一)研究问题的阐述 .....	51
(二)研究阶段 .....	52
二、研究方法的选择 .....	53
三、研究对象的选择 .....	54
(一)研究对象的确定 .....	54
(二)学校的选取 .....	55
四、资料的搜集、整理与分析 .....	55
(一)资料的搜集 .....	55
(二)资料的整理与分析 .....	57
五、研究的局限性 .....	58
(一)研究的思想框架的局限性 .....	58

(二)研究方法的局限性 .....	59
(三)研究者自身的局限性 .....	60
<b>第六章 研究问题一:解决问题前提出问题 .....</b>	<b>61</b>
一、研究问题的提出 .....	61
二、研究设计 .....	61
(一)研究方法 .....	61
(二)研究对象 .....	61
(三)研究材料 .....	61
(四)测试程序 .....	62
(五)SOLO 分类法和分析框架 .....	62
三、研究结果 .....	64
(一)提出问题的类型 .....	64
(二)不同类型学生提出问题的差异分析 .....	68
(三)从“解决问题”看两者之间的关系 .....	72
(四)从提出问题的来源看两者之间的关系 .....	74
(五)问题提出与问题解决不相关的成因分析 .....	76
(六)学生的声音 .....	79
四、结论 .....	83
<b>第七章 研究问题二:解决问题中提出问题 .....</b>	<b>84</b>
一、研究问题的提出 .....	84
二、研究设计 .....	84
(一)研究方法 .....	84
(二)研究对象 .....	84
(三)研究材料 .....	84
(四)研究程序 .....	85
(五)分析框架 .....	85
三、研究结果 .....	86

(一) 学生提出了什么样的问题 .....	86
(二) 不同类型的问题在学生探究中的作用 .....	89
(三) 从学生解决整个问题的过程看支架的必要性 .....	93
(四) 讨论 .....	97
(五) 学生深重不能解决问题的因素分析 .....	99
四、结论 .....	100

<b>第八章 研究问题三:解决问题后提出问题 .....</b>	<b>102</b>
一、研究问题的提出 .....	102
二、研究设计 .....	102
(一) 研究方法 .....	102
(二) 研究对象 .....	102
(三) 研究材料 .....	102
(四) 研究程序 .....	103
(五) 分析框架 .....	103
三、研究结果 .....	103
(一) 学生提出了什么样的数学问题 .....	103
(二) 从学生提出问题的探究过程看学生思维空间的变化 .....	110
(三) 从学生解决问题看两者之间的关系 .....	112
(四) 学生在提出问题方面的成功与困难分析 .....	114
(五) 教师与同伴在促进学生探究中的作用 .....	117
四、结论 .....	119

<b>第九章 研究结论与综合讨论 .....</b>	<b>120</b>
一、研究结果 .....	120
二、对问题提出与问题解决之间关系的思考 .....	122
(一) 对问题提出与问题解决之间关系研究的反思 .....	122
(二) 对问题提出与问题解决其他方面的认识 .....	123
三、对基于问题提出的数学学习方式的思考 .....	124

(一)解决问题前的问题提出	124
(二)解决问题中与解决问题后的问题提出	125
(三)基于问题提出的三种学习方式的比较	133
<b>第十章 启示</b>	135
一、对新课程改革的启示	135
二、对数学教学的启示	137
(一)转变教师的数学观念,是实施问题提出教学的前提	137
(二)改进学习方式,在教学中培养学生的问题意识	138
(三)在解决问题中养成问题提出的习惯	139
(四)教会学生一些问题提出的策略,逐步培养学生的问题提出能力	140
(五)从影响学生问题提出的因素看提高学生的问题提出能力	143
(六)运用现代教育心理学理论提高学生的问题提出能力	143
(七)问题提出与问题解决的培养要协调发展	145
附录	147
参考文献	176

# 上篇

SHANGPIAN



# 第一章 数学问题提出概述

近年来,问题提出的研究是一个热点。在课程论领域,培养学生的问题提出能力被作为一项重要的课程目标;在教学论领域,问题提出被视为一种重要的教学手段;而在学习论领域,问题提出则被看成是一种有效学习方式。问题提出之所以受到教育各分支学科的关注,是因为人们认识到:问题提出作为一种学习能力,不但有利于培养学生的创造力,而且是其终身学习和毕生发展的基础。

本章首先阐述了数学问题提出的含义,然后讨论了数学问题提出的意义和价值,最后对本书的写作目的、要研究的问题以及全书的结构加以说明。

## 一、数学问题提出的含义

### (一) 问题及其类型

心理学对问题的一个解释是:当人们面临一项任务而又没有直接手段去完成时,于是就有了问题(王甦、汪安圣,1992)。简言之,问题就是一种特殊的情境,是个体在面临一个不易达到的目标或困难课题时的情境。大多数心理学家认为,所有的问题必须含有三个基本成分:①给定,一组已知的关于问题条件的描述,即问题的初始状态。②目标,关于构成问题结论的描述,即问题要求的答