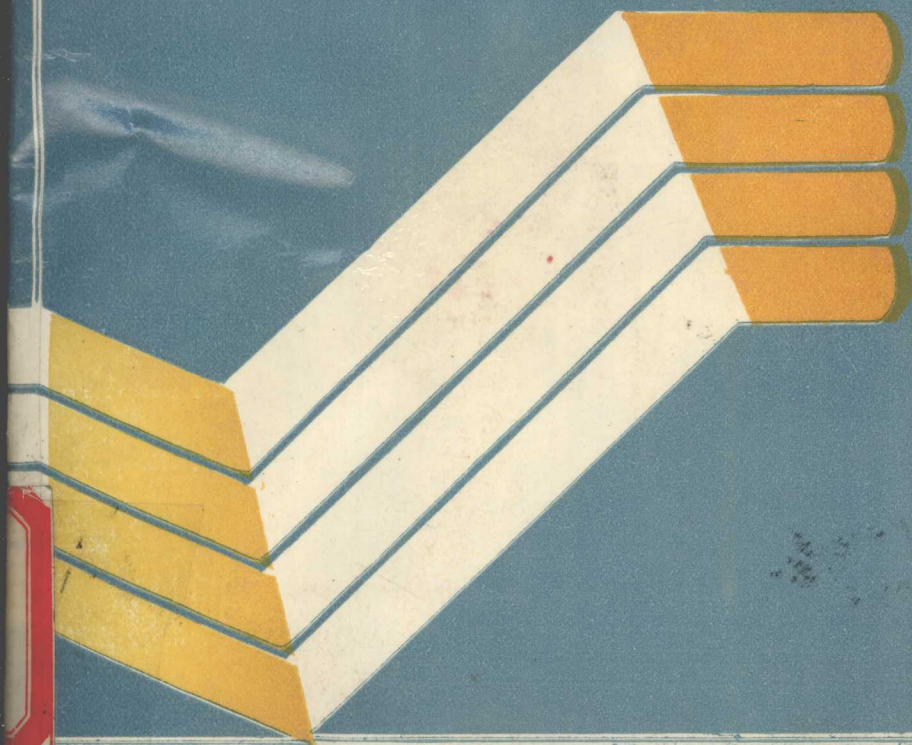


管理数学及其方法



管理数学及其方法

刘玉忠 范云操 彭武烈 编

王长玉 审校

河南大学出版社

管理数学及其方法

刘玉忠 范云操 彭武烈 编

王长玉 审校

责任编辑 陈 辉

河南大学出版社出版

(开封市明伦街85号)

河南省新华书店发行

郑州大学印刷厂印刷

开本: 787×1092 毫米 1/32 印张: 11.25 字数: 244千字

1988年12月第1版 1988年12月第1次印刷

印数: 1—8000册 定价: 3.30元

ISBN 7-81018-227-7/O·13

内 容 提 要

本书前四章简要介绍管理数学的基础知识，后六章重点讲解管理数学的主要方法及其应用。

本书定为河南省党校系统通用教材。为适合管理干部的实际需要，前一部分介绍必须了解的基本知识，对一些较深的或技巧性较强的内容一般不予涉及；应用部分不介绍公式推导及理论证明，只讲解每种方法的思路及具体步骤，并通过实例加以说明。因而，本书具备浅显易懂、内容实用、知识面较广而不深的突出特色。这一特色使本书不仅可供管理干部阅读，而且对于已具备中学文化程度，初步涉及该学科的广大读者亦可适用。

前 言

当代科学的发展趋势，一是社会科学与自然科学的结合日益紧密，一是各门自然科学采用数学这一通用工具来揭示其内在规律的倾向性日益明显。现代管理科学正是融社会科学和自然科学于一体的一门软科学。它充分运用各类数学方法来解决管理中的种种实际问题，这就推出了人们常说的管理数学。

随着我国经济建设的迅速发展，广大管理工作越来越意识到：加快经济建设步伐的关键是提高科学管理水平，而提高科学管理水平的前提是掌握管理数学知识。因而，他们迫切需要重新学习，进一步提高。本书就是为适应他们的需要而编写的。

全书共十章。前四章讲解管理数学基础知识。后六章介绍经济管理中常用的数学方法和数学模型；各章既前后照应又自成体系，读者可随意选阅。

鉴于我国管理工作多数为中等文化水平，考虑到在职干部学习之目的主要在于应用而不是研究，本书力求通俗易懂，简明扼要，注重于从日常工作的实例引入，介绍各种实用方法，而不作理论性的推导与技巧性的训练。为便于读者在练习中求得巩固，每章后附有适量习题。

本书由河南省委党校科技教研室主任王长玉同志提出写

作指导思想。

在编写过程中，高巨涛、王振铎、赵联邦等同志对写作提纲及部分稿件提出了不少建设性意见，申国伦同志参加了部分初稿的编写，河南省各地市党校的有关同志对稿件的修改提出了许多宝贵意见。在此，我们谨致以深深的谢意。另外，在编写时我们还参阅了大量书刊资料，恕不逐一注明，在此一并致谢。

囿于水平，书中倘有不少疏误之处，敬请读者不吝指教。

编 者

一九八八年九月

目 录

第一章 集合与函数	(1)
第一节 集合	(1)
一、集合的概念.....	(1)
二、集合的运算.....	(4)
三、有限集合元素的计数.....	(7)
四、区间和区域.....	(8)
第二节 函数的概念及其性质	(10)
一、关系与函数.....	(10)
二、函数的表示法.....	(11)
三、函数的一些基本性质.....	(13)
四、反函数与复合函数.....	(16)
五、初等函数.....	(17)
第三节 经济管理中的常用函数	(18)
一、建立函数关系.....	(18)
二、经济管理常用的函数.....	(20)
第二章 微积分	(27)
第一节 导数和微分	(27)
一、函数的极限与连续.....	(27)
二、导数的概念.....	(36)
三、导数的求法.....	(41)

四、高阶导数.....	(47)
五、微分.....	(48)
第二节 不定积分.....	(50)
一、不定积分的概念.....	(51)
二、不定积分的基本公式.....	(52)
三、换元积分法和分部积分法.....	(55)
四、积分表的使用.....	(61)
第三节 定积分.....	(62)
一、定积分的概念和性质.....	(62)
二、定积分的换元积分法和分部积分法.....	(64)
第四节 微积分在管理和经济学中的应用.....	(66)
一、导数在管理和经济学中的应用.....	(67)
二、积分在管理和经济学中的应用.....	(73)
第三章 线性代数.....	(83)
第一节 行列式.....	(83)
一、行列式的概念及其性质.....	(83)
二、用行列式解线性方程组.....	(91)
第二节 矩阵.....	(94)
一、矩阵的概念.....	(94)
二、矩阵的运算.....	(97)
第三节 线性方程组.....	(108)
一、线性方程组的解.....	(108)
二、线性方程组的解法.....	(111)
三、线性方程组在经济管理中的应用.....	(120)
第四章 概率基础.....	(128)
第一节 排列组合.....	(128)

(118)	一、两个基本原理	(128)
(119)	二、排列	(129)
(118)	三、组合	(131)
(91)	第二节 随机事件及其概率	(132)
(112)	一、随机事件	(133)
(115)	二、随机事件的关系与运算	(134)
(129)	三、随机事件的概率	(136)
(114)	第三节 概率论的基本定理	(141)
(123)	一、概率的加法定理	(141)
(128)	二、概率的乘法定理	(142)
(136)	三、全概率公式和贝叶斯公式	(145)
(113)	第四节 随机变量和概率分布	(147)
(116)	一、随机变量	(147)
(117)	二、概率分布	(148)
(118)	三、随机变量的数字特征	(155)
	第五章 线性规划方法	(162)
(111)	第一节 线性规划数学模型	(162)
(112)	第二节 单纯形法	(169)
(113)	第三节 运输问题的图上作业法	(183)
	第六章 投入产出方法	(192)
(111)	第一节 投入产出表	(192)
(112)	第二节 投入产出数学模型	(196)
(113)	第三节 完全消耗系数	(205)
(114)	第四节 投入产出方法的应用	(208)
(115)	一、在经济分析方面的应用	(208)
(116)	二、在计划工作方面的应用	(210)

三、预测对某种产品的需求	(211)
第七章 对策方法	(215)
第一节 对策问题及其基本要素	(215)
第二节 对策基本原理	(219)
一、二人有限零和对策的支付矩阵	(219)
二、最大最小原理	(220)
三、凌越原则	(222)
第三节 具有鞍点的矩阵对策和最优纯策略	(224)
第四节 无鞍点的矩阵对策和混合策略	(227)
一、混合策略与 2×2 矩阵对策的解法	(227)
二、 $2 \times N$ 或 $N \times 2$ 对策的解法	(233)
三、 $M \times N$ 对策的解法	(238)
第五节 对策方法在实际管理中的应用	(241)
第八章 决策方法	(244)
第一节 决策问题及其类型	(244)
第二节 确定型决策方法	(247)
一、价值分析法	(247)
二、量本利分析法	(248)
三、线性规划方法	(250)
第三节 不确定型决策方法	(251)
一、乐观法	(252)
二、悲观法	(253)
三、悲观乐观混合法(乐观系数法)	(253)
四、平均法(等可能法)	(254)
五、“后悔值”法	(255)
第四节 风险型决策方法	(256)

一、最大概率法	(257)
二、矩阵法	(258)
三、决策树法	(260)
第五节 决策问题可靠性分析	(266)
第九章 数理统计方法	(272)
第一节 频率直方图	(272)
第二节 参数估计	(277)
一、点估计	(277)
二、区间估计	(279)
第三节 假设检验	(284)
一、总体方差已知, 检验总体的数学期望	(285)
二、总体方差未知, 检验总体的数学期望	(286)
三、检验总体的方差	(287)
四、检验两个总体方差是否相等	(289)
第四节 质量控制	(290)
一、产品抽样验收检查	(290)
二、工序控制	(295)
第五节 正交试验方法	(300)
第六节 回归分析	(307)
第十章 管理数学模型	(317)
第一节 管理中常用数学模型介绍	(317)
一、分配模型	(317)
二、存贮模型	(320)
三、网络模型	(321)
四、预测模型	(322)
第二节 管理数学模型的建立	(324)

附表

(329)	一、希腊字母表.....	(329)
(330)	二、标准正态分布表.....	(330)
(332)	三、 t —分布表.....	(332)
(334)	四、 χ^2 —分布表.....	(334)
(336)	五、 F —分布表.....	(336)
(342)	六、一次抽检方案检查表.....	(342)
(343)	七、常用正交表.....	(343)

第一章 集合与函数

客观世界的一切事物，几乎都以某种形式或属性构成某一个整体，这在数学上叫做集合。事物由于内部矛盾以及相互影响，总是处在不断的运动发展中，它反映在数学上就表现为一定数量的变化，即事物的量可以取不同值——这就是变量。一个量的变化，并不是孤立的，它和周围其它量的变化相互联系和相互制约着。变量之间相互依赖的特殊关系，数学上称为函数。集合与函数是数学的基础，也是经济管理中必不可少的数学知识。

第一节 集 合

集合已成为整个数学的基础，我们这一节简单介绍有关集合的基本理论，以便更好地掌握后面要学的数学知识。

一、集合的概念

我们经常用到一些表示全体事物的概念，如“全部自然数”，“小于9的正整数”，“某教室里所有学员”，“某工厂全体管理人员”等等。当我们说到这些事物时，我们指的都是一些事物的全体，而不是指其中的个别事物，这些事物组成的整体具有与其它事物相区别的某种共同性质。象这

样，具有某种属性的事物构成的整体，就称为一个集合。组成集合的每一单个事物，称为集合的元素。一般用大写字母 A 、 B 、 C 等表示集合，用小写字母 a 、 b 、 c 等表示集合的元素。

如果 a 是集合 A 的元素，我们就说 a 属于 A ，记为 $a \in A$ 。
如果 b 不是集合 A 的元素，就说 b 不属于 A ，记为 $b \notin A$ 。

若集合是由有限个事物构成的，叫做有限集合；若是由无限个事物构成的，叫做无限集合。例如，一个企业单位是由这个单位的全体职工组成的集合，这个集合是一个有限集合。由全体自然数构成的集合，就是一个无限集合。

在集合的概念里，由于“全体”一词对元素无顺序要求，所以集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 也可以表示为 $\{2, 3, 1, 4\}$ 。但是一个集合的元素是指这个集合中的互不相同的事物，所以在同一集合里不能重复出现同一个元素。比如集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，不能写成 $\{1, 2, 2, 3, 4\}$ 。若给定一个集合，则这个集合中的元素是完全确定的。于是，我们可以判断任何一个事物是不是这个集合的元素。比如，对于“小于10的自然数组成的集合”，我们就可以判断8是这个集合的元素，12不是这个集合的元素。这就是集合的三个特性：确定性、元素互异性和无序性。

根据集合的概念，可用以下两种方法来表示一个确定的集合。

列举法：把集合中所有的元素一一列举出来，写在花括号 $\{ \}$ 内，这种表示集合的方法就是列举法。

例如，由小于5的自然数组成的集合，用列举法表示为： $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 。

用列举法表示集合，对于只有少数几个元素的集合非常方便，对具有许多元素和无限多个元素的集合，此法就显得繁琐或者无能为力。

描述法：把集合中元素所具有的公共属性或特征描述出来，写在括号 $\{ \}$ 内，这种表示集合的方法，叫做描述法。

例如，前面所说的由小于 5 的自然数组成的集合，用描述法表示为 $A = \{\text{小于 5 的自然数}\}$ 。描述元素的数学性质时，通常用数学符号，如

$$A = \{x | 0 < x < 5, x \text{ 为整数}\}$$

表示集合 A 是这样一些数 x 组成的集合，这些 x 都大于 0 而小于 5，且都是整数。

对于同一个集合，可以用不同的方法表示，比如：

$$A = \{1, 2, 3, 4\};$$

$$A = \{\text{小于 5 的自然数}\};$$

$$A = \{x | 0 < x < 5, x \text{ 为整数}\}.$$

尽管它们的表示方法不同，形式不一样，但它们所表示的是同一个集合。

当两个集合 A 和 B 的元素完全相同时，称这两个集合相等，记为 $A = B$ 。

两个集合 A 和 B ，如果 A 中每一个元素都是 B 的元素，我们就说集合 B 包含集合 A ，或者说 A 包含于 B ，记为 $A \subset B$ 或 $B \supset A$ 。这时也称 A 是 B 的子集。比如，集合 $B = \{\text{工厂管理人员}\}$ ， $A = \{\text{车间主任}\}$ ，则 $A \subset B$ 。

如果 $A \subset B$ 且 B 中至少有一个元素不属于 A ，就称 A 是 B 的真子集。这是指 A 真正包含于 B 内的情况，与 A 和 B 相等的

情况相区别。

通常为了研究和讨论问题上的方便，都定义一个在研究和讨论问题过程中遇到的所有对象的集合，称为全集，一般用 Φ 表示。比如，讨论数集时定义 $\Phi = \{\text{全体实数}\}$ ，讨论产品质量时定义 $\Phi = \{\text{工厂的全体产品}\}$ 。另外，还规定没有任何元素的集合为空集合，用 ϕ 表示。比如， $A = \{\text{年龄小于17岁的中华人民共和国选民}\}$ ， A 就是空集合。

要注意，集合 $\{0\}$ 不是空集合，因为它含有一个元素 0，而不是不含任何元素。

二、集合的运算

工厂甲和乙是生产同类产品的两个厂。甲厂产品销往城市 a 、 c 、 d 。乙厂产品销往城市 b 、 d 、 e 。以 M 和 N 分别表示两厂的销售地集合，则

$$M = \{a, c, d\}, N = \{b, d, e\}.$$

我们考虑如下集合：

甲乙两厂销售产品的城市全体，则是 $\{a, b, c, d, e\}$ 共五个城市；

甲乙两厂共同销售产品的城市是 $\{d\}$ ；

甲厂销售产品而乙厂不销售产品的城市是 $\{a, c\}$ 。

这里出现了集合之间的一些与数字加、减、乘相似但又本质上不同的运算，例如“全体”、“共同”、“减去”等等。下面我们就来讨论这些运算。

1. 交集 由集合 A 和集合 B 的所有公共元素组成的集合，叫做 A 与 B 的交集，记为 $A \cap B$ 。

例如：若 $M = \{a, b, c\}$ ， $N = \{b, d, e\}$ 。则 $M \cap N = \{b\}$ 。

若 $A = \{\text{大于5的整数}\}$, $B = \{\text{小于-5的整数}\}$, 则
 $A \cap B = \phi$.

当两集合的交集是空集合时, 称为这两集合不相交。

2. 并集 把集合 A 和集合 B 的所有元素合并在一起所组成的集合, 叫做集合 A 与集合 B 的并集, 记为 $A \cup B$.

例如: $M = \{a, b, c\}$, $N = \{b, d, e\}$, 则 $M \cup N = \{a, b, c, d, e\}$.

$A = \{\text{小于5的正整数}\}$, $B = \{\text{大于-5的负整数}\}$, 则 $A \cup B = \{-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$.

3. 差集 由属于集合 A 但不属于集合 B 的元素所组成的集合, 称为集合 A 与 B 的差集, 记为 $A - B$.

例如: $M = \{a, b, c\}$, $N = \{b, d, e\}$, 则 $M - N = \{a, c\}$.

4. 余集 如果集合 A 是全集 Φ 中的一个子集, 由集合 Φ 中不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 的余集, 记为 $\overline{A}$.

实际上, 余集是差集中的特殊情况。

例如: $\Phi = \{\text{全部产品}\}$, $A = \{\text{不合格产品}\}$, 则 $\overline{A} = \Phi - A = \{\text{合格产品}\}$.

5. 集合的运算规律

交换律: $A \cap B = B \cap A$, $A \cup B = B \cup A$.

结合律: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$,

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.

分配律: $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$,

$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$.

6. 集合的图示 对于上面所述集合的概念及其运算, 我们可以直观地用图来加以说明。表示集合的图示被称