清華大學

工程优化论文集

主编 荣宝三

TSINGHUA UNIVERSITY

PROCEEDINGS OF ENGINEERING OPTIMIZATION

《电杂志》（北京）

1985

内 容 提 要

“工程优化论文集”是清华大学“优化理论及其应用”学术讨论会论文的汇编。论文内容反映了80年代初清华大学各专业开展优化应用的研究成果，包括：优化理论及有关算法，优化理论在工程设计、系统分析、规划及调度等方面的应用、模型的建立、国内外有关优化理论及其应用研究的综述等。并有部分已在国内学报上发表的论文的摘要。为了促进国际学术交流，每篇论文（或摘要）附有英文摘要。

本文集可供从事系统规划与分析、运筹学、大系统分析、工程优化设计、优化理论与算法等研究工作的科技工作者参考，对优化理论与应用感兴趣的各高等院校（研究所）的教师、研究生、高年级大学生更值得参考

Tsinghua University
Proceedings of Engineering Optimization

Contents

1 **Preface**

2 Some Effective Methods of The General Nonlinear Programming
Guixiangyun, Vice-president of Operation Research Society of China.

3 Open problems, Methodology and Forecast on Optimization of Large Scale Systems
Tu xuyan, Chinese Association of Automation
Chinese Association of Artificial Intelligence

4 Markovian Decision Programming and Its Application in Optimization of Reservoir Operation of Hydroelectric Station
Shi xican, Ling Xiangyue, Liang Qingfu
Dept.of Hydraulic Engineering.

5 Minimizing Temperature Control Measures Employed in Mass Concrete Blocks,Li Rongxiang, Dept.of Hydraulic Engineering
Niu Daochang, Chendu Institute of Hydro Design and Survey.

6 Optimal Calculation of Gravitational Drainago System
Cheng Shengtong, Dept.of Environmental Engineering.

7 CAD Optimization Techniques for The Electromagnetic Devices
Cai Xuansan, Dept.of Electrical Engineering.

8 CAD Optimization for The Switching-Mode Convertors
Cai Xuansan, Dept.of Electrical Engineering.

9 Multiobjective CAD Optimization Technique with An Automatic weight Determination
Dong Mingchui, Wang Hangwei, Zhang Daoxian, Dept.of Automation.

10 Study of The Time Domain Optimization Design Method for The Electronic Circuits
Zhang Daoxian, Wang Hangwei, Dong Mingchui,Dept.of Automation.

11 Some Problems About Design Optimization for Induction Motors
Yu Xingchang, Dept.of Electrical Engineering.

12 A New Augmented Lagrangian Function for A Quadratic Programming Problems with Upper and Lower Bounds on Variables

Dong Mingchui, Dept.of Automation.
13 Computer Aided Chemical Process Design
—Synthesis of Separation Process with Branchand Bound Method
Qu Delin, Dept. of Chemical Engineering.
14 The Decompositon Algorithm and Program for Large Scale Linear programming
Yu Suhua, Institute of Nuclear Energy Technology.
15 An Algorithm for Mixed Integer Programming Problems
Wu E, College of Economic Management
16 A Sort of Dynamic Input—Output Optimization Model
Li Yingjie, Xia Shaowei, Dept. of Automation.
17 Models for Best Using Resources and Their Solutions
Bao Mingbao.

The Abstracts of Papers

1 System Planning Research on Water Pollution Control of Da Sha River
Fu Guowei, Zhang Lansheng, Qin Dali, Liu Cunli
Dept.of Environmental Engineering
2 System Analysis for Urban Water Distribution Network
Cheng Shengtong, Dept. of Environmental Engineering
3 Design Optimization for The Single-Ended Forward DC-DC Convertor
Cai Xuansan, Tang Wei, Dept.of Electrical Engineering
4 The Optimal Design of The Three Phase Magnetic Amplifiers With Bridge Rectified Output
Cai Xuansan, Tian Qiusheng, Dept. of Electrical Engineering
5 A New Approach for Safeguarding Newton Method
Dong Mingchui, Dept.of Automation
6 Survey in Two-Level planning Model for National Economy and Energy System
Wu Zongxin, Wei Zhihong, Lu Yingyun
Institute of Nuclear Energy Technology.
7 Rural Energy Model
Qe Daxong, He Jiankwen, Ma Yuqing,
Institute of Nuclear Energy Technology
Shi Deming, Lian Baofen, Institute of Agriculture Engineering, China
8 Dynamic Input-Output Models of Investment
Xia Shaowei, Zhao Chunjun, Dept. of Automation
9 Structure of Optimal Policy For Continuous Time Discounted Markov Decision Model
Lin Yuanlie, Dept. of Applied Mathematics
10 The Application of BFGS Method in The Calculation of Polypeptide Conformation Using Potential Energy Function
Shi Yenyu, Dept. of Biology,
Univ. of Science and Technology of China
Dong Mingchui, Dept. of Automation

序

清华大学曾就“最优化理论及其应用”这一专题组织了学术讨论会。会议期间共收到10个系（研究所）28位教师、研究生送来的25篇学术论文其中包括南京财贸学院在我校的进修教师包明宝同志的论文。

我们荣幸地邀请到国内著名的运筹学专家、中国运筹学会付理事长桂湘云教授和著名的大系统问题专家、中国人工智能学会理事长涂序彦教授到会做学术演讲，使学术讨论会增添了光彩。

在会上交流的二十余篇论文都是我校前几年结合工程应用开展优化研究的成果，有参考价值。涉及的内容有：水库优化调度，管道系统优化计算，电子电路、电机，电磁装置的优化设计，化工过程优化设计，混凝土温控优化，河流污染控制，配水网络系统分析，投入产出法应用，国民经济规划模型、资源最佳利用模型以及农村能源模型等。所采用的优化算法有：线性规划、整数规划、非线性规划（如BFGS法、SUMT法、SWIFT法、乘子罚函数法、可变容差法等），还有图论方法。也有多篇论文对优化理论及算法作了研究，如：大规模线性规划分解算法、保护牛顿法、多目标优化算法、二次规划型的新求解方法、混合整数规划问题算法、Markov决策规划折扣模型的最优策略等，有一定水平。

这些论文的一部分已经在国内有关学报和国际杂志上发表，有的并在1985年国际学术会议上交流，有的是我校硕士论文的一部分。

目前我国工程优化应用研究正在兴起，许多院校和研究所的同志（研究生）都希望得到这次会议的资料，为了满足更广大读者的需要，使优化研究成果能与国内外同行进行交流并得到广大读者指正，在北京电杂志社的大力支持下，我们将论文整理出版，汇篇成集。为了节约篇幅，将部分稿件压缩，同时将已在国内学报上发表过的部分论文以详细摘要形式编入集内，读者需要时可查找有关资料或函请作者复印。

本文集的出版得到北京电器研究所、清华大学科研处的资助，校内一些系（自动化、无线电、电机）的有关科研组也从有限的经费内筹款赞助。使文集出版经费有了保证。三个杂志（电工技术、电气传动、低压电器）刊登了本书出版的报导。我们谨向热情支持和帮助文集出版的单位和有关同志表示衷心感谢。

文集编辑出版过程中清华大学自动化系董名垂同志、电杂志社李建华同志等多方奔走联系，付出了辛勤劳动，为文集顺利出版作出贡献。

我们热烈期待同行专家和广大读者对文集内容提出宝贵意见，来信请寄北京朝阳门外关东店北京电杂志社。

蔡宣三　谨识

1987年5月清华园

清 华 大 学
工 程 优 化 论 文 集

序

一般非线性规划的一些有效算法

中国数学会运筹学会常务付理事长　桂湘云(1)

大系统优化问题、方法及展望……………………………………

中国自动化学会中国人工智能学会　涂序彦(10)

马尔可夫决策规划及其在水电站水库优化调度中的应用 ……

……………………………水利系　施熙灿、林翔岳、梁青福(18)

大体积混凝土温控措施优化研究 …………… 水利系　李荣湘(25)

水电部成都勘测设计院　牛道昌

重力污水管道系统的优化计算 ………… 环境工程系　程声通(37)

电磁装置的计算机辅助优化设计…………电机工程系　蔡宣三(44)

开关变换器的机辅优化设计………………电机工程系　蔡宣三(52)

自动确定权系数的多目标 CAD 优化方法

…………………………自动化系　董名垂、王寒伟、张道娴(59)

电子电路时域设计优化方 法 的研究

…………………………自动化系　张道娴　王寒伟　董名垂(66)

异步电机优化设计中的几个问题

…………………………………………电机工程系　$\boxed{俞鑫昌}$(74)

新增广型拉格朗日函数与变量具有上下界约束的二次型

规划问题…………………………………自动化系　董名垂(77)

计算机辅助化工过程设计——分枝限界法对分离过程的最优综合

………………………………………………化工系　曲德林(87)

大规模线性规划分解算法及程序

……………………………………核能技术研究所　于素花(96)

混合整数规划问题的一种算法
……………………………………………经济管理学院 吴 峨(105)
一种动态投入产出优化模型
…………………………………自动化系 李英杰 夏绍纬(109)
资源最佳利用模型及其解………………………………………包明宝(112)

论 文 摘 要

丹东大沙河污染控制系统规划研究
……………环境工程系 付国伟 张兰生 秦大力 刘存礼(109)
城市配水网络的系统分析
…………………………………环境工程系 程声通(120)
单端正激变换器的优化设计
………电机工程系 蔡宣三 汤 伟(121)
带桥式整流输出的三相磁放大器优化设计
……电机工程系 蔡宣三 田秋生(122)
一种新的保护牛顿法
……… ……自动化系 董名垂(123)
国民经济(及能源系统)两级规划模型的探讨…核能技术研究所
吴宗鑫 韦志洪 吕应运(124)
农村地区能源模型研究
……………………核能技术研究所 邱大雄 何建坤 马玉清
中国农业工程研究院 施德铭 梁宝芬(126)
动态投入产出的投资模型
………自动化系 夏绍玮 赵纯钧(127)
连续时间折扣模型最优策略的结构
……应用数学系 林元烈(128)
BFGS 法在位能函数计算多肽构象中的应用
……中国科技大学生物系 施蕴渝(131)
清华大学自动化系 董名垂

一般非线性规划的一些有效方法

桂湘云　中国数学会运筹学会常务副理事长

摘　　要

本文介绍一些解一般非线性规划的有效方法，特别是约束条件是非线性的情况。我们知道线性规划、无约束规划和二次凸规划都已有成熟的有效方法和软件。本文介绍的方法主要是利用上述的三类方法来解一般非线性规划。这些方法有的是比较新的，也有些是大家熟知的，但在计算的实现上引用了一些新的技巧，改进了原算法的有效性。本文介绍了序列线性规划法（SLP），可分规划法，广义既约梯度法，乘子法和约束变尺度法。

单纯形法推广到非线性规划

（1）一般的线性化方法

应用线性规划方法解决非线性规划问题主要是用于大型问题。这是因为一般大型规划问题中大多数的变量只涉及目标函数或约束条件中的线性项。这种变量称为线性变量。变量至少在一个非线性项中时称为非线性变量，一般它们只占总变量的很小部分，因此将含非线性变量的目标函数或约束函数的那部分线性化是很自然的。同时大型问题的约束条件往往是稀疏的，因此将非线性部分线性化后用现代线性规划软件求解是特别有利的。考虑下列问题

$$(P)\qquad \mathrm{Min}\, c^T x+f(y)\qquad(1.1)$$

$$\mathrm{S.T.}\quad a_i^T x+g_i(y)=0\quad i=1,\cdots,p$$

$$a_i^T x+g_i(y)\geqslant 0\quad i=p+1,\cdots,m$$

其中x_i是线性变量，y_i是非线性变量。f、g_i可微。SLP方法是将$f(y)$与$g_i(y)$在某估计值$y^{(0)}$，称为线性化点，线性化$f(y^{(0)})+\nabla f(y^{(0)})(y-y^{(0)})\sim f(y)$ [$g_i(y)$同样处理]。为了要求线性化函数能较好的近似原函数，令$|y_i-y_i^{(0)}|\leqslant\delta_i$，$\delta_i$为某适当步长参数。构造线性规划[设$y=(y_i\cdots y_K)$]

(LP_0)

$$\mathrm{Min}\, C^T x+f(y^{(0)})+\nabla f(y^{(0)})(y-y^{(0)})$$

S.T.

$$a_i^T x+g_i(y^{(0)})+\nabla g_i(y^{(0)})(y-y^{(0)})=0$$
$$i=1,\cdots,p$$

$$a_i^T x+g_i(y^{(0)})+\nabla g_i(y^{(0)})(y-y^{(0)})\geqslant 0$$
$$i=p+1,\cdots,m$$

$$|y_i-y_i^{(0)}|\leqslant\delta_i\qquad i=1,\cdots,k$$

若(LP_0)的解$(x^{(1)}, y^{(1)})$可以接受，则以$y^{(1)}$为新的线性化点构造(LP_1)重复以上步骤。否则减小δ_i如令$\delta_i:=\frac{\delta_i}{2}$，重新解$(LP_0)$。这样重复解$(LP_k)$直到得到满意的近似解。对于*SLP*方法，如何选取δ和如何决定$y^{(K)}$是可接受的有不同的准则，大都采用一些直观的准则，主要看$f(y)$与$g_i(y)$非线性的程度而定。*SLP*一般适用于非线性程度较弱的情况，否则δ_i必然很小从而影响收敛的速度。*Lasdon*等在[1]中报导在石油工业的优化问题中，应用SLP有许多成功的例子，其中一例含有4392个线性变量和400个非线性变量，近年来SLP方法有所发展，*Batchlor*和*Beale*提出一个更复杂的，将SLP与既约梯度

概念结合的算法，其中利用共轭梯度法求搜索方向。此外英国马拉松石油公司对整个炼油厂进行优化，建立了一个多层结构的大型非线性模型。结构的第一层包含20多个炼油过程的模拟模型，这些子模型提供上一层总体协调的线性规划模型的输入数据。整个系统嵌入在一个SLP的软件POP中。这种优化与模拟模型结合的方法很值得我们借签。

(2)对可分规划的线性化方法

函数$f(x)$、$x\in E^n$，称为可分函数，如果它可以表示为n个单变量函数之和。即

$$f(x)=\sum_{j=1}^{n}f_j(x_j)。$$

一个可分规划是指它的目标函数与约束条件中的函数都是可分的。我们考虑下列形式规划

$$(\mathrm{P})\quad \mathrm{Min}\sum_{j=1}^{n}f_j(x_j)$$

$$\mathrm{S.T.}\quad \Sigma g_{ij}(x_j)\leqslant p_i\quad i=1,2,\cdots,m$$

$$x_j\geqslant 0\qquad j=1,2,\cdots,n。$$

可分函数的优点是我们可以对每个非线性的$f_j(x_j)$和$g_{ij}(x_j)$用逐段线性的函数来近似它们。具体方法如下。

令$L:\{j|f_j(x_j)$与$g_{ij}(x_j)\ \ i=1,\cdots,m$为线性函数$\}$，对$j\notin L$，假设只考虑$a_j\leqslant x_j\leqslant b_j$。对$x_j$取格子点$a_j=x_{1j}<x_{2j}<\cdots<x_{kjj}=b_j$。令

$$f_j(x_j)\approx\hat{f}_j(x_j)=\sum_{r=1}^{kj}\lambda_{rj}f_j(x_{rj})$$

$$g_{ij}(x_j)\approx\hat{g}_{ij}(x_j)=\sum_{r=1}^{kj}\lambda_{rj}g_{ij}(x_{rj})$$

$$i=1,\ \cdots,\ m$$

其中 $\sum_{r=1}^{kj}\lambda_{rj}=1\quad \lambda_{rj}\geqslant 0$。为了使点落在近似$f_j(x_j)$的折线上，我们还要求对同一$j$最多只有两个$\lambda_{rj}$取正值，并且如有两个$\lambda_{rj}$取正值则必须是两个相邻的$\lambda_{rj}$。这种关系可用下式表示

$$(*)\quad \lambda_{rj}\cdot\lambda_{lj}=0\quad 当l>r+1$$

折线$\hat{f}_j(x_j)$在各格子点处x_{rj}与$f_j(x_j)$重合，在相邻两格子点间，是一由$(x_{rj},\ f_j(x_{rj}))$与$(x_{r+1j},\ f_j(x_{r+1j}))$两点连接的直线。

将规划(P)中的$f_j(x_j)$，$g_{ij}(x_j)\ j\notin L$用$\hat{f}_j(x_j)$，$\hat{g}_{ij}(x_j)$代替便得出下列规划

(LAP)

$$\mathrm{Min}\sum_{j\in L}f_j(x_j)+\sum_{j\notin L}\sum_{r=1}^{kj}\lambda_{rj}f_j(x_{rj})$$

$$\mathrm{S.T.}\quad \sum_{j\in L}g_{ij}(x_j)+\sum_{j\notin L}\Sigma\lambda_{rj}g_{rj}(x_{rj})\leqslant p_i,$$

$i=1,\ \cdots,\ m$

$$\sum_{j=1}^{K_j}\lambda_{ri}=1,\quad \lambda_{rj}\geqslant 0\quad j\notin L;\quad x_j\geqslant 0$$

$$j\in L$$

$$(*)\qquad \lambda_{rj}\cdot\lambda_{lj}=0当l>r+1,\ \ j\notin L。$$

在(LAP)中如果没有条件(＊)，便是线性规划。对(＊)我们可以对单纯形的换基方式略加修改，使新基能满足(＊)式。这是不难做到的，只要我们注意使换进的基至多使相邻两个λ_{rj}为正。(LAP)的解x可做为原规划的近似解显然格子点愈密近似程度愈好，但相应地要增加计算量。一种办法是先选较粗的格子点，得到最优解后，再在最优解的附近，将格子点加密，重新解(LAP)。如此重复直到满足精度为止。此外还有一种更科学的方法来生成必要的新格子点。类似于Dantzig和Wolfe的分解算法，在每次求解(LAP)后利用最优对偶解对每个$j\notin L$构造一个线性规划子问题。通过子问题的解可以得到以下结果：设f_j，g_{ij}为凸函数，

(1)对每个$j\notin L$，给出新的格子点。

(2)给出原规划目标函数最优值的上下界，从而可确定现行解的近似程度。

(3)如对所有$j\notin L$都不产生新的格子点，则已得原问题的最优解。

读者如有兴趣可参考[2]。

上述的可分规划方法，当所有的$f_j(x_j)$和$g_{ij}(x_j)$是凸函数时，才能得到最优解，在一般情况下得到的只能保证是局部最优解。

在实际问题中若并不要求精确最优解时，这种方法效果是好的。中国科学院应用数学所与原石油部规划设计总院合作在研究“全国原油合理分配与石油产品合理调运”课题中，应用了此方法，得到很好的效果。

（3）本节介绍解非线性规划的广义既约梯度法。我们先回顾一下解线性约束的既约梯度法，它应用了单纯形方法的一些思想，特别是利用约束条件，将问题中的变量分为基变量与非基变量，并以非基变量来表示基变量，从而降低问题的维数。我们考虑以下模型

$$\begin{aligned} &Min f(x) \\ S、T、\quad &Ax=b \\ &x\geqslant 0 \end{aligned}$$

其中A为 $m\times n$矩阵；$x\in E^n$，$b\in E^m$，$m\leqslant n$。$f(x)$连续可微。我们假设约束集合的每个顶点都是非退化的。

设x为一可行解，划分A为$[B,\ N]$，B非异，$x=[x_B,x_N]$且$x_B>0$，$x_N\geqslant 0$。由$Ax=b$有 $Bx_B+Nx_N=b$ 或$x_B=B^{-1}b-B^{-1}Nx_N$，代入目标函数

$$\begin{aligned} f(x)&=f(x_B,x_N) \\ &=f(B^{-1}b-B^{-1}Nx_N,x_N) \\ &=\overline{f}(x_N), \end{aligned}$$

使$f(x)$变成只含$n-m$个变量的函数，易见

$$\nabla\overline{f}(x_N)=\nabla_N f(x)-\nabla_B f(x)B^{-1}N$$

其中$\nabla\overline{f}(x_N)$表示$\overline{f}(x_N)$对x_N的梯度向量，$\nabla_B f(x)$ 与 $\nabla_N f(x)$分别为$f(x)$对x_B与x_N的梯度向量。$\nabla\overline{f}(x_N)$称为既约梯度，它有$n-m$个分量，我们记为$r(x_N)^T$。今设$d=\begin{pmatrix}d_B\\ d_N\end{pmatrix}$为$x$处的一个可行方向，则由

$Ad=0$，或$Bd_B+Nd_N=0$，有$d_B=-B^{-1}Nd_N$。故d_B由d_N完全确定。现

$$\begin{aligned} \nabla f(x)d&=\nabla_B f(x)d_B+\nabla_N f(x)d_N \\ &=(-\nabla_B f(x)B^{-1}N+\nabla_N f(x))d_N \\ &=r(x_N)^T d_N \end{aligned}$$

因此，当 $r(x_N)^T d_N<0$时，d是$f(x)$的下降方向。令I_N与I_B分别表示N与B中向量的足标集。我们构造如下的下降方向：对$j\in I_N$，令

$$\begin{aligned} d_j&=-r_j \quad 当r_j\leqslant 0, \\ d_j&=-x_j r_j \quad 当r_j>0, \end{aligned}$$

这样可以保证当$x_j=0$时有$d_j\geqslant 0$，且$r(x_N)^T d_N\leqslant 0$，且当$d_N\neq 0$时$\nabla f(x)d=r(x_N)^T d_N<0$。再令$d_B=-B^{-1}Nd_N$。

既约梯度法的计算步骤如下：

1°给定精度$\varepsilon>0$，初始可行点x^0满足$Ax^0=b$，$x^0=(x_B^0,\ x_N^0)$，$x_B^0>0$ $x_N^0\geqslant 0$，$A=(B,N)$，B为非异$m\times m$矩阵、$k:=0$

2°计算 $r^k=\nabla_N f(x^{(k)})-\nabla_B f(x^{(k)})B^{-1}N$，对$j\in I_N$

令 $d_j=-r_j^k$ 当$r_j^k\leqslant 0$；$d_j=-x_j^{(k)}r_j^k$ 当$r_j^k>0$

$$d_B=-B^{-1}Nd_N,\qquad d=\begin{pmatrix}d_B\\ d_N\end{pmatrix}$$

若$\|d\|\leqslant\varepsilon$则停止计算，$x^k$为$K-T$点，否则转至3°

3° 令$\alpha_1=Max\{\alpha\mid x_B^{(k)}+\alpha d_B\geqslant 0\}$

$\alpha_2=Max\{\alpha\mid x_N^{(k)}+\alpha d_N\geqslant 0\}$

$\overline{\lambda}_k=min(\alpha_1,\ \alpha_2)$

求λ_k使 $f(x^{(k)}+\lambda_k d)=\min f(x^{(k)}+\lambda d)$ $0\leqslant\lambda\leqslant\overline{\lambda}_k)$

4° 令$x^{(k+1)}=x^{(k)}+\lambda k d$

若$\lambda_k<\alpha_1$ 令$k:k+1$转至2°

若$\lambda_k=\alpha_1$ 则求I_B中$x_i^{(k+1)}=0$的那些i，将它们从I_B中除掉，换入I_N中$x_j^{(k+1)}$的值最大的那些j，得出新的I_B与I_N。令$k:=k+1$，转至2°。

对非线性约束的情况，我们考虑以下的标准模型

$$\begin{aligned} &Min f(x) \\ S、T、\quad &g_i(x)=0 \quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ m \\ &a_i\leqslant x_i\leqslant b_i \quad i=1,\ 2,\ \cdots,\ n \quad m<n \end{aligned}$$

并假设$f(x)$与$g_i(x)$可微。

与线性约束情况类似，对任一可行解x，划分为基变量与非基变量$x=\begin{pmatrix}x_B\\ x_N\end{pmatrix}$，满足以

下性质：

（1） $x_B \in E^m$，$x_N \in E^{n-m}$

（2） 对$i \in I_B$有$a_i < x_i < b_i$

（3） $m \times m$矩阵$\nabla_B g(x_B, x_N)$在x处非异。

其中 $\nabla g(x) = (\nabla_B g(x), \nabla_N g(x)) = \left(\frac{\partial g_i}{\partial x_j}\right)_{\substack{i=1,\cdots,m\\ j=1,\cdots,n}}$

$\nabla_B g(x)$为$g(x) = \begin{pmatrix} g_1(x) \\ \vdots \\ g_m(x) \end{pmatrix}$对$x_B$的梯度。

因$g(x)=0$，故有

$$dg(x) = \nabla_B g(x)dx_B + \nabla_N g(x)dx_N = 0$$

或 $dx_B = -(\nabla_B g(x))^{-1}\nabla_N g(x)dx_N$。

从而
$$\begin{aligned} df(x) &= \nabla_B f(x)dx_B + \nabla_N f(x)dx_N \\ &= [-\nabla_B f(x)(\nabla_B g(x))^{-1}\nabla_N g(x) \\ &\quad + \nabla_N f(x)]dx_N \end{aligned}$$

令 $r(x_N)^T = \frac{df(x)}{dx_N}$

$= \nabla_N f(x) - \nabla_B f(x)(\nabla_B g(x))^{-1}\nabla_N g(x)^T$

为$f(x)$的既约梯度。

广义既约梯度法(GRG)计算步骤如下：

给定精确度$\varepsilon > 0$

1° 选初始可行解 $x^{(0)} = \begin{pmatrix} x_B^{(0)} \\ x_N^{(0)} \end{pmatrix}$使满足上面的性质 (1)，(2)，(3)。$k := 0$

2° 计算$r(x_N)$；并计算方向d_N：

$d_i = 0$，若 $x_j^{(k)} = a_j$，$r_j > 0$或$x_j^k = b_j$，$r_j < 0$。

$d_j = -r_j$，其它情况。

若$\|d_N\| < \varepsilon$，则停止计算，x^k为$K-T$点。

否则转向3°。

3° 解非线方程组 $g(y, \overline{x}_N) = 0$，其中$\overline{x}_N$为由下面方式所决定的 $n-m$ 维的常向量，

选$\theta > 0$ 使 $a_N \leqslant \overline{x}_N \leqslant b_N$，其中$\overline{x}_N = x_N^{(k)} + \theta d_N$。用牛顿法求解 $g(y, \overline{x}_N) = 0$：选 $\varepsilon_1 > 0$，与正整数K，令$y_1 = x_B^k$。

$i := 1$

(i) $y_{i+1} = y_i - \nabla_B g(y_i, \overline{x}_N)^{-1} g(y_i \overline{x}_N)$

若 $a_B \leqslant y_{i+1} \leqslant b_B$，$\|g(y_{i+1}, \overline{x}_N)\| < \varepsilon_1$且

$f(y_{i+1}, \overline{x}_N) < f(x_B^{(k)}, x_N^{(k)})$则转至(iii)，

否则转向(ii)。

(ii) 若$i = K$，令 $\theta := \frac{1}{2}\theta$，令 $\overline{x}_N = x_N^{(k)} + \theta d_N$

令 $y_1 = x_B^{(k)}$，$i := 1$ 转至(i)；否则令 $i := i+1$转至(i)。

(iii) 令 $x^{(k+1)} = \begin{pmatrix} y_{i+1} \\ \overline{x}_N \end{pmatrix}$并选新基$x_B, x_N$

使满足性质(1)，(2)，(3)。$k := k+1$

转到主程序2°。

以上是 $Abadie$与$Carpentier$在 1969年提出的 GRG 的基本算法，但在实现中它涉及到许多具体的计算问题。在这十多年中 GRG 算法得到很大的改进，使之成为目前解非线性规划最有效的方法之一。现就其中的主要方面做些说明。

(A)不难看出GRG算法的主要计算量是在确定方向d_N后，求满足约束条件$g(x) = 0$与$a \leqslant x \leqslant b$的可行点$x$的过程中。在牛顿子程序中要多次计算 $\nabla_B g(y_i, \overline{x}_N)^{-1}$，因此有不少人提出简化的措施。

(a) 在牛顿子程序中对不同的 y_i 与 $\overline{x}_N$用同一个$\nabla_B g^{-1} = \nabla_B g(x_B^{(k)}, x_N^{(k)})^{-1}$来计算。$Lasdon$等在[4]中配合其它的措施得到很好的效果。

(b) $Abadie$等提出以下的近似公式

$$\nabla_B g(y_i, \overline{x}_N)^{-1} = 2\nabla_B g(x^k)^{-1} - \nabla_B g(x^k)^{-1}\nabla_B g(y_i, \overline{x}_N)\nabla_B g(x^k)^T$$

(c) 用解方程组的拟牛顿法修正 $\nabla_B g(\overline{y}_i, x_N)^{-1}$。

(d) 用解方程组的方法来回避对逆矩阵的直接计算。例如计算$r_N^T = \nabla_N f - \nabla_B f \nabla_B g^{-1}\nabla_N g^T$时可先求解$\nabla_B f - \lambda^T \nabla_B g^T = 0$中的$\lambda$，然后再计算 $r_N^T = \nabla_N f - \lambda^T \nabla_N g^T$，在牛顿子程序中可解$\nabla_B g(y_i, \overline{x}_N)(y_{i+1} - y_i)$

$=-g(y_i, x_N)$中的$(y_{i+1}-y_i)=\nabla y$来求y_{i+1}在大型问题中$\nabla g(x)$往往是稀疏的。Lasdon采取了特殊技巧使GRG方法解大型非线性规划问题特别有效。

(B)对GRG算法至今没有收敛性的证明，在具体程序中有许多具体措施来保证方法的有效性。Smeer在较强的条件下对所谓一个理想的GRG算法给出了收敛性证明。由于算法属于约束规划梯度法的范畴，收敛速度只能是线性的。为了加速收敛速度，一些人结合了GRG与拟牛顿方法或共轭梯度法，亦即当GRG叠代到一定阶段，x^k接近最优解x^*，使基变量x_B的指标集I_B保持不变时，可以用拟牛顿法或共轭梯度法来确定方向d_N。Lasdon建议用BFS公式，Abadie建议用$F-R$共轭梯度法。其中BFS公式的效果更为突出。我们曾在[3]中对线性约束问题提出了RG与BFS公式结合的方法并证明了超线性的收敛速度。

(C) 在大型非线性问题中一般只含线性项的变量在总的变量中占很大的比例，在新的GRG程序中，利用此特点及单纯形方法的思想，使叠代方向d_N的维数不超过非线性变量(即变量出现在至少一个非线性项中)的维数，从而大大减少了计算量。详细方法可见[4]。

II、乘 子 法

本部分考虑利用无约束最优化的方法来解一般非线性规划。历史上最早的是罚函数法或称序贯无约束最小化方法（SUMT）它的主要思想是每次叠代既要使目标函数下降又要使叠代点满足或近似满足约束条件。我们先考虑

$$(EP)\qquad \operatorname{Min} F(x) \tag{2.1}$$

$$S、T、\quad C_i(x)=0\quad i=1,\ \cdots,\ p$$

外罚函数法是解下列无约束规划

$$\operatorname*{Min}_x \phi(x,\ r_k)=F(x)+\frac{1}{2}r_k\sum_{i=1}^{p}c_i^2(x) \tag{2.2}$$

其中r_k是第k次叠代的罚系数，序列$\{r_k\}$是严格单增的正数序列，且$r_k\to\infty$。对于罚函数法，在理论上可以证明，在较弱的条件下，(2.2)的解$x^{(k)}$收敛于(2.1)的解x^*。但是在实际计算中，当r_k大时，Hessian矩阵$\nabla_x^2\phi(x^{(k)},\ r_k)$高度病态，这对求解(2.2)带来很大的困难，往往在求得有意义的近似解前，算法无法进行下去。事实上，当r_k为任一有限数时，$\operatorname*{Min}_x\phi(x,\ r_k)$的解都不会是原问题(2.1)的解$x^*$。这是因为$x^{(k)}$满足

$$\nabla\phi(x^{(k)}, r_k)=\Delta F(x^{(k)})+r_k\nabla C(x^{(k)})\cdot C(x^{(k)})=0$$

因$C(x^*)=0$，有$\nabla\phi(x^*,\ r^k)=\nabla F(x^*)$。在一般情况下(2.1)的解$x^*$，$\nabla F(x^*)\neq 0$，故$x^*$不是(2.2)的解。对规划

$$\operatorname{Min} F(x)$$

$$S、T、\quad C_i(x)\geqslant 0\quad i=1,\ \cdots m \tag{2.3}$$

罚函数有以下形式

$$\phi(x,\ r_k)=F(x)+\frac{1}{2}r_k\sum_{i=1}^{m}[\min(0,\ C_i(x))]^2 \tag{2.4}$$

同样，只有当$r_k\to\infty$时才能得到(2.3)的解，并且在计算上也会产生$\nabla^2\phi$病态的困难。对内罚函数法也有类似的结论。

为了克服以上的困难，Powell和Hestenes提出对等式约束规划的乘子法(P－H方法)。他们以Lagrange函数$L(x,\ \lambda)=F(x)+\lambda^TC(x)$代替(2.2)式中的$F(x)$。定义

$$\phi(x,\ \lambda,\ r)=F(x)-\lambda^TC(x)+\frac{1}{2}rC(x)^TC(x) \tag{2.5}$$

由$K-T$定理知，对(2.3)的解x^*，存在乘子向量λ^*使

$$\nabla F(x^*)-\nabla C(x^*)^T\lambda^*=0,$$
$$C(x^*)=0$$

故对适当大的 r，$\nabla_x\phi(x^*,\lambda^*,r)=0$。$\phi(x,\lambda,r)$称为增广罚函数，因它是在(2.2)的罚函数中增加了一项而得。因此如果λ^*为已知，则可对适当大的r求 $\underset{x}{Min}\,\phi(x,\lambda^*,r)$。但困难之处是 λ^* 是未知的。P－H方法是先选定λ和 r 的初值，求无约束规划 $\underset{x}{Min}\phi(x,\lambda,r)$的解$x(\lambda,r)$。然后逐步调整$\lambda$与$r$的值使$\lambda\to\lambda^*$，$x(\lambda,r)\to x^*$。

我们讨论如何调整 λ的值。令$x(\lambda,r)$为 $\underset{x}{Mn}\phi(x,\lambda,r)$ 的最优解。定义$\psi(x)=\phi(x(\lambda,r),\lambda,r)$则对任意$\lambda$有

$\psi(\lambda)\leqslant\phi(x^*,\lambda,r)=\phi(x^*,\lambda^*,r)=\psi(\lambda^*)$，中间的等式是因为$C(x^*)=0$。故有$\underset{\lambda}{Max}\psi(\lambda)=\psi(\lambda^*)$。根据牛顿法求$\underset{\lambda}{Max}\psi(\lambda)$的思想，$Fleteher$(见[7])给出修正$\lambda$的公式：$\lambda^{(k+1)}=\lambda^{(k)}-r_k C(x^{(k)})$。现在我们给出求(2.1)的P－$H$算法：

1° 给定初始点$x^{(0)}$，乘子向量估计值$\lambda^{(1)}$，罚系数r_1，收敛精度ϵ。$k:=1$。

2° 求$\underset{x}{Min}(x,\lambda^{(k)},r^k)$的解$x^{(k)}=x(\lambda^{(k)},r_k)$，令 $C_i^{(k)}=C_i(x^{(k)})\quad i=1,\cdots,p$。

3° 若 $\|C^{(k)}\|<\epsilon$，停止计算，$x^{(k)}$为最优解，否则转到4°。

4° 令 $\lambda_i^{(k+1)}=\lambda_i^{(k)}-r_kC_i^{(k)}$，$r_{k+1}=10r_k$。$k:=k+1$；转到2°。

$Rockafellar$在[5]中将P－H乘子法推广到一般约束规划。其主要措施是对不等式约束引进松弛变量使之变为等式约束。考虑规划

$$(NLP)\qquad \mathrm{Min}F(x)$$
$$S、T、\ C_i(x)=0\quad i=1,\cdots,p \qquad (2.6)$$
$$C_i(x)\geqslant0\quad i=p+1,\cdots m$$

令 $\overline{C}_i(x,y)=C_i(x)-y_i^2=0$
$$i=p+1,\cdots,m$$

选择(2.6)便可写为

$$\mathrm{Min}\overline{F}(x,y)=F(x)$$
$$C_i(x)=0\quad i=1,\cdots p \qquad (2.7)$$
$$C_i(x)-y_i^2=0\quad i=p+1,\cdots m$$

其增广罚函数为

$$\Phi(x,y,\lambda,r)=F(x)-\sum_{i=1}^{p}\lambda_iC_i(x)-\sum_{i=p+1}^{m}\lambda_i[C_i(x)-y_i^2]+$$
$$+\frac{r}{2}\left\{\sum_{i=1}^{p}C_i^2(x)+\sum_{i=p+1}^{m}[C_i(x)-y_i^2]^2\right\}$$

$$\underset{x,y}{\mathrm{Min}}\Phi(x,y,\lambda,r)=\underset{x}{\mathrm{Min}}\left\{F(x)-\sum_{i=1}^{p}\lambda_iC_i(x)+\frac{r}{2}\sum_{i=1}^{p}C_i^2(x)+\sum_{i=p+1}^{m}\underset{y_i}{\mathrm{Min}}g_i(x,y_i)\right\} \qquad (2.8)$$

其中 $g_i(x,y_i)=\frac{r}{2}\left(C_i(x)-y_i^2\right)^2-\lambda_i\left[C_i()-y_i^2\right]\quad i=p+1,\cdots,m$

由$\frac{\partial g_i(x,y_i)}{\partial y_i}=2(\lambda_i-rC_i(x)+ry_i^2)y=0$得

$$y_i^2=-[\lambda_i-rC_i(x)]/r \quad 当\lambda_i-rC_i(x)<0$$
$$y_i=0 \qquad 当\lambda_i-rC_i(x)\geqslant0$$

或$C_i(x)-y_i^2=\begin{cases}\lambda/r & 当\lambda_i-rC_i(x)<0\\ C_i(x) & 当\lambda_i-rC_i(x)\geqslant0\end{cases}$
$$=\mathrm{Min}\{\lambda/r,\ C_i(x)\}$$

再由 $\frac{\partial^2 g_i(x,y_i)}{\partial y_i^2}=\lambda_i-rC_i(x)+3ry_i^2$的符号知$\underset{y_i}{Min}\,g_i(x,y_i)=$

$$\begin{cases}\lambda_iC_i(x)+\frac{r}{2}C_i^2(x), & 当\lambda_i-rC_i(x)\geqslant0\\ -\lambda_i^2/2r, & 当\lambda_i-rC_i(x)<0\end{cases}$$
$$=\frac{1}{2r}\left\{[max(0,\lambda_i-rC_i(x)]^2-\lambda_i^2\right\}$$

代入(2.8)式有

$$\underset{x,y}{\mathrm{Min}}\Phi(x,y,\lambda,r)=\underset{x}{\mathrm{Min}}\left\{F(x)-\sum_{i=1}^{p}\lambda_iC_i(x)+\frac{r}{2}\sum_{i=1}^{p}C_i^2(x)+\sum_{i=p+1}^{m}\left\{[max(0,\lambda_i-rC_i(x)]^2-\lambda_i^2\right\}\right.$$

$=\underset{x}{Min}\phi(x, \lambda, r)$

PHR算法、

1° 选取初始值$x^{(0)}$，$\lambda^{(1)}$，r_1；收敛精度ε；$k:=1$。

2° 以$x^{(k-1)}$为初始点求解
$\underset{x}{Min}\phi(x, \lambda^{k}, {}^{(k)}, r_k)$，得$x^{(k)}$。

3°令$\lambda_i^{(k+1)}=\lambda_i^{(k)}-r_kC_i(x^{(k)})\ i=1,\cdots,p$。
$\lambda_i^{(k+1)}=\min[0, \lambda_i^{(k)}-r_kC_i(x^{(k)})]$，
$i=p+1, \cdots, m$，

4° 若$\sum_{i=1}^{p}C_i^2(x^{(k)})+\sum_{i=p+1}^{m}[\min(C_i(x^{(k)}), \lambda_i^{(k)}/r_k]^2<\varepsilon$，停止计算。
$x^{(k)}$为最优解，否则 $k:=k+1$，转至2°

Ⅲ 约束变尺度法

本节介绍求解(NLP)(2.6)的序列二次规划与变尺度相结合的算法。为了说明序列二次规划法的思想，先考虑等式约束规划(EP)(2.1)。众所周知，x^*是(EP)局部最优解的必要条件是，存在乘子向量λ^*，使$L(x, \lambda)=F(x)-\lambda^T\nabla C(x)$满足

$$\nabla_xL(x^*, \lambda^*)=\nabla F(x^*)-\lambda^{*T}\nabla C(x^*)=0,\ C(x^*)=0 \qquad (3.1)。$$

x^*是(EP)局部最优解的充分条件是：

$d^T\nabla_x^2L(x^*, \lambda^*)d>0$，对所有满足$\nabla C(x^*)^Td=0$的$d$成立。

设($\bar{x}$, $\bar{\lambda}$)为已知，考虑下列二次规划问题

$Q(d; \bar{x}, \bar{\lambda})$:

$$\min\nabla F(\bar{x})_d^T+\frac{1}{2}d^T\triangle_x^2L(x, \bar{\lambda})d$$

$$S、T、\quad C(x)+d^T\nabla C(x)^Td=0$$

若 $d^*=0$是 $Q(d, \bar{x}, \bar{\lambda})$的最优解，则存在$\lambda^*$使

$$\nabla F(\bar{x})+\nabla_x^2L(\bar{x}, \bar{\lambda})d^*-\lambda^{*T}\nabla C(\bar{x})=0,\ C(\bar{x})=0$$

或 $$\nabla F(\bar{x})-\lambda^{*T}C(\bar{x})=0 . C(\bar{x})=0。 \qquad (3.2)$$

但这也是$\bar{x}$为(EP)最优解的必要条件，且λ^*是(EP)的最优乘子。现考虑二次规划$Q(d; \bar{x}, \lambda^*)$

$$\min\nabla F(\bar{x})^Td+\frac{1}{2}d^T\nabla_x^2L(\bar{x}, \lambda^*)d$$

$$S、T、\qquad C(\bar{x})+d^T\nabla C(\bar{x})=0$$

则对($\bar{x}$, λ^*)显然亦有(3.2)。故$d=0$满足$Q(d; \bar{d}, \lambda^*)$最优解的必要条件。现若$d=0$且λ^*也满足$Q(d; \bar{x}, \lambda^*)$最优解的充分条件：

$$d^T[\nabla_x^2L(\bar{x}, \lambda^*)-\lambda^*(0)]d=d^T\nabla_x^2L(\bar{x}, \lambda^*)d>0$$

对所有满足$d^T\nabla C(\bar{x})=0$的d成立，
则$\bar{x}$也满足(EP)最优解的充分条件。由以上分析，我们有如下结论：(1)若$Q(d; \bar{x}, \bar{\lambda})$的解为$d=0$，则$\bar{x}$是($EP$)的局部最优解。(2)$Q(d; x^{(k)}, \lambda^{(k)})$的最优乘子$\lambda^{(k+1)}$可以作为下一次叠代二次规划子问题目标函数中$Lagrange$函数$L(x^{(k+1)}, \lambda)$中的乘子。

对含有不等式约束的一般(NLP)(2.6)，定义

$$L(x, \lambda)=F(x)-\sum_{i=1}^{p}\lambda_iC_i(x)-\sum_{i=p+1}^{m}\lambda_i\ C_i(x)$$

并定义二次规划$Q(d; x^{(k)}, \lambda^{(k)})$为

$$\min\nabla f(x^{(k)})^Td+\frac{1}{2}d^T\nabla L_x^2(x^{(k)}\lambda^{(k)}d$$

$$S、T、\quad C_i(x^{(k)})+d^T\nabla C_i(x^{(k)})=0\quad i=1, \cdots, p$$

$$C_i(x^{(k)})+d^T\nabla C_i(x^{(k)})\geqslant 0\quad i=p+1, \cdots, m$$

基本算法：

1° 给定初始点$x^{(1)}$与乘子向量估计值$\lambda^{(1)}$(可令$\lambda^{(1)}=0$)与收敛精度$\varepsilon>0$；
$k:=1$。

2° 求解二次规划$Q(d; x^{(k)}, \lambda^{(1)})$，得$d$与乘子$\lambda^{(k+1)}$。

3° 若$||d||<\varepsilon$，停止计算，x^k为最优解。否则→4°。

4° 令$x^{(k+1)}=x^{(k)}+d;k:=k+1$转到2°。

以上算法是$Wilson$在1963年的博士论文中提出来的，但这算法在计算上存在许多缺点，首先要计算二次微商，并且如要求$Q(d, x^{(k)}, \lambda^{(k)})$的解存在唯一；则要求$\nabla L_x^2$正定，且约束条件相容。此外类似无约束规划的牛顿法还要求初始$x^{(1)}$，$\lambda^{(1)}$要充分接近原问题的最优解x^*和λ^*才有可能保证算法收敛到最优解。但$Wilson$首先提出了用序列二次规划求解（NLP）的思想，启发了不少人在这方面的研究，使序列二次规划法成为目前解（NLP）最有效的工具之一。我们现在介绍$Powell$结合变尺度法的序列二次规划方法。

约束变尺度算法：

1° 给出初始点$x^{(0)}$与初始对称正定矩阵$B^{(0)}$(应看作是$\nabla_x^2 L(x^*, L^*)$的近似)，收敛精度$\varepsilon>0$；$k:=0$

2° 解二次凸规划问题

$$Q_k:\quad \min \nabla f(x^{(k)})^T d+\frac{1}{2}d^T B^{(k)} d$$

$$S、T、\quad C_i(x^{(k)})+\nabla C_i(x^{(k)})^T d=0,\quad i=1, \cdots, p。$$

$$C_i(x^{(k)})+\nabla C_i(x^{(k)})^T d\geqslant 0,\quad i=p+1, \cdots, m。$$

得最优方向$d^{(k)}$及乘子$\lambda^{(k)}$

3° 定义效益函数$W(x, u)=F(x)+\sum_{i=1}^{p}u_i|C_i(x)|+\sum_{i=p+1}^{m}u_i max(0, -C_i(x))$

对$W(x, u)$作一维搜索，求α_k使

$$W(x^{(k)}+\alpha_k d^{(k)}, u^{(k)})=\min_{0\leqslant\alpha\leqslant\delta}W(x^{(k)}+\alpha d^{(k)}, u^{(k)})$$

其中$u_i^{(k)}=max\left\{|\lambda_i^{(k)}|, \frac{1}{2}|\lambda_i^{(k)}|+u_i^{(k-1)}\right\}$

δ为一适当正数。

令 $x^{(k+1)}=x^{(k)}+\alpha_k d^{(k)}$($Powell$曾用非精确搜索求$\alpha_k$)。

4° 若$||x^{(k+1)}-x^{(k)}||<\varepsilon$，停止计算，$x^{(k)}$为最优解，否则转到5°

5° 用BFS公式修正$B^{(k)}$：

令$s=x^{(k+1)}-x^{(k)}$，

$r=\nabla_x L(x^{(k+1)}, \lambda^{(k)})-\nabla_x L(x^{(k)}, \lambda^{(k)})$

$$B^{(k+1)}=B^{(k)}-\frac{B^{(k)}SS^T B^{(k)}}{S^T B^{(k)} S}+\frac{\eta\eta^T}{\eta^T s}$$

其中η定义如下：

$$\theta=\begin{cases}1, 若r^T s\geqslant 0.2s^T B^{(k)} s\\ \dfrac{0.8s^T B^{(k)} s}{s^T B^{(k)} s-r^T s}, 其它情况。\end{cases}$$

$\eta=\theta r+(1-\theta)B^{(k)}S$。 $k:=k+1$ 转2°。

我们对以上算法作几点说明：

(1) 3°中的效益函数$W(x, u)$同时包含$F(x)$与约束$C_i(x)$，因$x^{(k+1)}$的选取既要使$F(x)$下降又要尽量可行，故取$W(x, u)$作为一维搜索的目标函数。

(2) 5°中$B^{(k)}$修正公式中的选取是要使η尽量接近r同时使$\eta^T S>0$以保证$B^{(k+1)}$的正定性从而保证Q_k求解的顺利进行。η的公式是$Powell$经验所得，在实际计算中效果良好。

近来$Powell$对算法又作了改进，主要只要求$B^{(k)}$为半正定。他在较弱的条件下证明了算法的超线性收敛性[6]。

参 考 文 献

[1] Lasdon, L.S.etc.Operations Research, vol.28 No.5;1980, p. 1029—1073.

[2] Bazaraa, M.S., etc. Nonlinear programming, John wiley 8c Sons, New York, 1979, p.453—471.

[3] 赖炎连，吴方，桂湘云，“线性约束凸规划的既约变尺度法”中国科学，1982，11期，p.963—971.

[4] Lasdon, L.S. etc. “Generalized Reduced Gradient Software for Linearly and Nonlinearly Constrained Problems”, in Design and Implementation of Optimization Software.
H.Greenberg Ed. Sijthoff and Noordhoff, Holland, 1978.

[5] Rockafellar, R.T. Math.Programming, vol.5, No.3; 1973, p.354—373.

[6] Powell M.J.D. “Variable Metric Methods for Constrained Optimization” in Math. programming—The State of The Art, A.Bachem etc. Ed.Springer—Verlag, Berlin, 1983, p.288—311.

[7] Fletcher R., practical Methods of Optimization, John wiley and Sons, New York, 1981, p.130—138.

Some Effective Methods of The General Nonlinear Programming

Gui Xiangyun,

Vice—president of Operation Research Society of China

Abstract

This paper presented a number of efficient methods for the solution of nonlinear programming problems, especially for those with nonlinear constraints.It is well known that there already exist efficient methods and softwares for solving linear programming, unconstrained programming and convex quadratic programming.The methods introduced in this paper on the whole made use of these methods to solve general nonlinear programming.Some methods are relatively new, others are well—known, but with new techniques in computation implementation that improved the effectiveness of the original algorithms.The methods introduced in this paper are : SLP, Separable programming method, Generalized reduced gradient method, Multiplier methods and variable metric methods for constrained optimization.