

公元1742年6月7日，普鲁士历史学家和数学家克里斯蒂安·哥德巴赫(Christian Goldbach)给著名数学家沙皇彼得二世的家庭教师莱昂哈特·欧拉(Leonhard Euler)的一封信中提到了一个至今没人能完全证明的数论猜想。

公元2000年3月中旬，英国费伯出版社为配合希腊作家 Apostolos Doxiadis (时年46岁的Doxiadis 18岁从哥伦比亚大学数学系毕业，现从事小说与戏剧创作) 的小说《彼得罗斯大叔和哥德巴赫猜想》(《Uncle Petros and Goldbach's Conjecture》) 一书的出版制造舆论声势，悬赏100万美元征“哥德巴赫猜想之解”。Doxiadis的经纪人被这一举动惊呆了，出版商托比·费伯说：“估计世界上有20个人有能力解答这个数学猜想。”

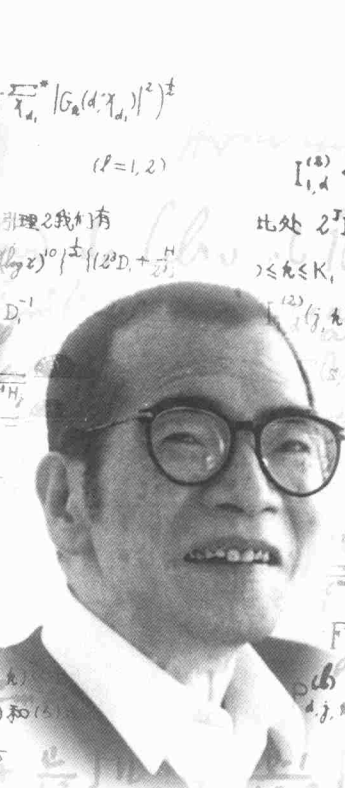
主编 刘培杰

从哥德巴赫到陈景润

From Goldbach to Chenjingrun



哈尔滨工业大学出版社



从哥德巴赫到陈景润

From Goldbach to Chenjingrun

主编 刘培杰
副主编 王兰新 郭梦舒

内容提要

全书共分三部分:第一部分皇冠上的明珠——哥德巴赫猜想简介与综述;第二部分中国解析数论群英谱;第三部分数论英雄——陈景润。

本书叙述了哥德巴赫猜想从产生到陈景润解决“ $1+2$ ”问题的历史进程,突出记叙了陈景润在当时恶劣的生活环境中解决世界级数学难题的勇气、智慧和毅力,他所取得的成绩,他所赢得的殊荣,为千千万万的知识分子树起了一面不凋的旗帜,召唤着青少年奋发向前。

图书在版编目(CIP)数据

从哥德巴赫到陈景润/刘培杰主编. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社, 2008. 1
ISBN 978-7-5603-2243-8

I. 从… II. 刘… III. 哥德巴赫猜想 IV. O156.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 132146 号

责任编辑 刘培杰 李广鑫 唐蕾
封面设计 卞秉利
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 沈阳新华印刷厂
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 55.25 插页 6 字数 1 020 千字
版 次 2008 年 7 月第 1 版 2008 年 7 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-2243-8
印 数 1~3 000 册
定 价 98.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

◎
前

言

出 师未捷身先死,长使英雄泪满襟。

——杜甫《蜀相》

皇冠上的明珠

2006年,英国著名理论物理学家霍金(S. Hawking)第三次来到中国,也是陈景润逝世十周年纪念之时。

作为一流学者,霍金与陈景润确有可比之处,他们都具有传奇色彩,其病弱的躯体和天才的头脑形成鲜明对比,为世人留下了深刻的印象。因此,霍金的到来(据说是最后一次)和陈景润的纪念活动,都受到了媒体的关注。

两人还有一个非常相似之处,就是所研究的东西比较抽象,但其结论却往往通俗易懂。哥德巴赫猜想和一些数论问题,可以对每个中学生都讲清楚;而霍金的《时间简史》则对物理学和宇宙学里的一些深奥道理做了生动的描述,加上精彩的插图,让非专业读者也“找到了感觉”。数论和宇宙学就是这样在专家和公众之间保持着张力,使得学校教育很容易进入;每个孩子对科学神秘感的向往,数论和宇宙学总是两个最好的切入口。

这里暂且不说宇宙学,就谈一谈数论。

德国著名数学家克罗内克(L. Kronecker)说过:“上帝创造了自然数,其余一切都是人为。”如果说整数是如此的基本,那么素数则充满了神秘。素数在数论乃至全部数学中扮演了至关重要的角色,带给每一位智者无法割舍的情结和难以形容的喜悦。

素数主要是希腊数学的产物,早在公元前 6 世纪的毕达哥拉斯(Pythagoras)学派就有研究。由于第一次数学危机,古希腊人没法说清楚无理数是怎么回事,就把研究重心转向几何。后来,欧几里得(Euclid)在他的 13 篇伟大著作《几何原本》里,还是专辟第 7,8,9 三篇讲述数论。尤其是在第 7 篇中,定义 11、定义 13 分别说明了素数与合数。命题 31 说,任何一个合数都可以分解为有限个素数的乘积(差不多就是著名的“唯一分解定理”)。换句话说,素数是整数世界的“原子”。第 9 篇命题 20 则说:素数有无穷多个。这些命题可以说对初等数论的基本结果做了相当完整的总结。

过了几百年,古典时期结束了,希腊进入亚历山大时期。这以马其顿国王亚历山大大帝(他的老师是亚里士多德)的出现为标志,此时希腊人才开始重新注意代数。丢番图(Diophantus,公元 250 年左右)是亚历山大后期最伟大的数学家,代数和算术的发展在他手里达到了至高点。之后数学一直缓慢地发展着。直到 17 世纪,法国的一位律师、业余数学家费马(P. Fermat)重新燃起了人们对数论的兴趣,他本人也做出了许多了不得的成绩。18 世纪中叶,当时世界上两位最伟大的数学家——瑞士的欧拉(L. Euler)和法国的拉格朗日(L. Lagrange)都十分钟情于曾被忽略上千年的数论,使数论的地位大幅提高。18 世纪末期,一位科学天才横空出世,改变了德国科学落后于法国的局面,他就是高斯(C. F. Gauss)。作为有史以来最伟大的数学家之一,以及杰出的物理学家、天文学家,高斯一生贡献无数,但他最最钟爱的,是年轻时做的第一份工作——数论。这门让法国人人为之骄傲了 150 多年的学问,现在被一个德国人超过了。

高斯曾充满深情地说:“数学是科学的皇后,数论是数学的皇后。”前苏联著名数学家辛钦(A. Y. Shinchin)则把这门迷人的学科中最著名的哥德巴赫猜想称为“皇冠上的明珠”。数学中的猜想不计其数,唯独这个猜想有这么动听的比喻,也唯独这个猜想至今仍牵动着千千万万人的心。

稍微了解点数学史的人都知道,数学中素有“六大难题”的说法,即古代“三大尺规作图问题”——三等分任意角、立方倍积、化圆为方,以及近代的费马大定理、哥德巴赫猜想和四色猜想。其实重要的数学猜想很多,这六个猜想的特点不过是叙述通俗,人人能懂,当然它们对于数学本身也确实是重要的。在数学家的不懈努力下,六大难题中如今只剩哥德巴赫猜想依然悬而未决。

就这六大难题的解决情况来看,也十分耐人寻味。这些难题都依赖于数学理论和计算能力的推进。“三大尺规作图问题”困扰了数学家几千年,到 19 世纪群论建立后几乎是一举解决。四色猜想则是早就给出了解决方案,等计算机计算速度提高后也很快就被证明。至于费马大定理,在 1637 年提出至 1994 年解决前,阶段性成果时断时续。相比之下,哥德巴赫猜想十分之特殊,在它提出来将近 200 年里,人们对它几乎是束手无策。在 20 世纪上叶和中叶有过一次

高潮,现在似乎又进入了一个相对沉寂的时期。可以说哥德巴赫猜想是六大难题中“最难啃的骨头”。260多年过去了,这颗明珠依然光芒四射,令人向往,却又那么的遥不可及。

信中提出的猜想

哥德巴赫(C. Goldbach)是东普鲁士人,1690年出生于“七桥”故乡哥尼斯堡的一个官员家庭。20岁后,他开始游历欧洲,结识了莱布尼茨(G. W. Leibniz)、伯努利(Bernoulli)兄弟等著名数学家。1725年左右,他自荐前往彼得堡科学院任职,几经周折后方获批准。两年后,瑞士大数学家欧拉也来到科学院,两人结为好友。哥德巴赫主要研究微分方程和级数理论。

1728年1月,哥德巴赫受命调往莫斯科,担任沙皇彼得二世等人的家庭教师。1730年,沙皇得了天花猝死,但哥德巴赫在皇室中依然受宠。1732年,他终于重新回到了彼得堡科学院。此时由于他的政治地位越来越高,1742年被调到外交部,从此仕途一帆风顺。1764年,哥德巴赫在莫斯科去世。尽管是非职业数学家,但他出于对数学的敏锐洞察力,以及与许多大数学家的交往,积极推动了数学的发展。

从1729年到1763年,哥德巴赫一直保持与欧拉通信,讨论数论问题。1742年6月,当时在柏林科学院的欧拉收到移居莫斯科的哥德巴赫的来信,全文如下:

欧拉,我亲爱的朋友!你用极其巧妙而又简单的方法,解决了千百人为之倾倒而又百思不得其解的七桥问题,使我受到莫大的鼓舞,一直鞭策着我在数学的大道上前进。

经过充分的酝酿,我想冒险发表一个猜想。现写信以征求你的意见。我的问题如下:随便取某个奇数,比如77,它可写成三个素数之和: $77 = 53 + 17 + 7$,再任取一个奇数461,那么 $461 = 449 + 7 + 5$ 也是三个素数之和。461还可以写成 $257 + 199 + 5$,仍然是三个素数之和。这样,我就发现:任何大于5的奇数都是三个素数之和。但是怎样证明呢?虽然任何一次试验都可以得到上述结果,但不可能把所有奇数都拿来检验,需要的是一般的证明,而不是个别的检验,你能帮忙吗?

哥德巴赫 6月7日

其实,这一猜想早在笛卡尔(R. Descartes)的手稿中就出现过。哥德巴赫提出时已晚了100多年。看来一个重要的猜想迟早会受到人们的重视。

不久,欧拉回了信:

哥德巴赫,我的老朋友,你好! 感谢你在信中对我的颂扬!

关于你的这个命题,我做了认真的推敲和研究,看来是正确的。但是,我也给不出严格的证明。这里,在你的基础上,我认为:任何一个大于2的偶数都是两个素数之和。不过,这个命题也不能给出一般性的说明。但我确信它是完全正确的。

欧拉 6 月 30 日

后来,欧拉把他们的信公布于世,吁请世界上数学家共同求解这个难题。数学界把他们通信中涉及的问题统称为“哥德巴赫猜想”。1770年,华林(E. Waring)将哥德巴赫猜想发表出来。由于人们早已证明“每个充分大的奇数是三素数之和”(下文会提到),现在的哥德巴赫猜想亦仅指偶数哥德巴赫猜想。

“上帝让素数相乘,人类让素数相加”

整整2000年,人们一想到素数就是把它们相乘,没人想知道素数相加又是怎么回事。连20世纪前苏联最有名的物理学家朗道(L. D. Landau)在读到哥德巴赫猜想时,也不禁惊呼:“素数怎么能相加呢? 素数是用来相乘的!”这么说来,克罗内克的话可以改造成“上帝让素数相乘,人类让素数相加”。提出这个猜测确实需要想象力,不过朗道也不无道理,所有这类“人为”的猜想都要冒些风险,多数因为对数学价值不大而被遗忘或忽略。好在哥德巴赫猜想并不然,历史证明它是一个具有重大理论价值的命题,完全打开了数学的新境界。

然而,自哥德巴赫、欧拉、华林“激起一点浪花”,18世纪在这个问题上没有取得丝毫进展,整个19世纪也悄无声息……

20世纪的钟声快要敲响了。1900年8月,德国数学家希尔伯特(D. Hilbert)走上了国际数学家大会的讲坛。在简要回顾了数学的历史及对新世纪的展望后,这位当时的世界数学领袖提出了著名的“23问题”,哥德巴赫猜想被列为第8问题的一部分。最后,希尔伯特以他的祝愿——20世纪带给数学杰出的大师和大批热忱的弟子——结束了他的世纪演讲。不久,他就注意到一位英国数学家开始崭露头角,他的名字叫哈代(G. H. Hardy)。

1920年前后,这位不列颠绅士和同事李特伍德(J. E. Littlewood)写了一篇长达70页的重量级论文,在文章里提出了圆法。哈代在皇家学会的演讲中说:“我和李特伍德的工作是历史上第一次严肃地研究哥德巴赫猜想。”不过,哈代和李特伍德对奇数哥德巴赫猜想的证明依赖于一个条件——广义黎曼假

设——这个猜想到现在也未被证明。

1937 年,苏联顶尖的数论大师维诺格拉多夫(I. M. Vinogradov)改进了圆法,创造了所谓的三角和(或指数和)估值法。运用这一强有力的方法,维氏无条件地基本证明了奇数哥德巴赫猜想,即任何充分大的奇数都能写成三个素数之和(尽管小于这个“充分大”的数计算机还未能全部验证,但那是次要的事)。

维诺格拉多夫出生于牧师与教师家庭,从小具有绘画才能。1910 年,他进入彼得堡大学,在学习期间对数论产生了浓厚兴趣。后来他获得硕士学位,并任列宁格勒大学教授。1929 年当选为苏联科学院院士,1934 年起到去世为止他一直是科学院的斯捷克洛夫数学研究所所长。维氏独身,体格健壮,90 岁了也不乘电梯。他还十分好客,能容忍各种人一起工作,这对前苏联数学的发展起到了积极推动作用。

为什么是奇数哥德巴赫猜想先解决呢?因为奇数哥德巴赫猜想比较容易,表示成三个整数和的方式要比两个整数和多得多,由此可以得出结论:表示成三个素数和的可能性,也要比表示成两个素数和的可能性大许多,而且它是偶数哥德巴赫猜想的推论:如每个大偶数都能写成两个素数之和,那么任何大奇数都是三个素数之和,因为任何奇数减去 3 都是一个偶数,当然减去 5, 7...也一样。由此看来,偶数哥德巴赫猜想要强得多(自然也难许多),因为它一旦成立,奇数哥德巴赫猜想中的“三个素数”中有一个可随意选取。数学家关于这个猜想难度的估计完全被历史证实,相比之下,庞加莱猜想和黎曼假设的难度就曾一度大大超乎人们的意料。由于问题久攻不克,数学家们开始考虑从另外的角度来研究这个问题。运用估计的方法,1938 年,我国著名数学家华罗庚证明:几乎所有的偶数都是两个素数之和。

一个退而求其次的显然的想法是,“两个”不行,多一点总比较容易吧?这就是德国著名数论专家朗道(E. Landau,不是前面提到的那位大物理学家!)的想法。在 1912 年国际数学家大会上,他提出一个猜想:存在一个常数 C ,使每个整数都是不超过 C 个素数的和。但他悲观地表示,即使这一“弱”的命题也是那个时代的数学家无能为力的。

但到 1933 年,情况出现了很大变化,一位年仅 25 岁的苏联数学家须尼尔曼(L. G. Shnirelman,他只活了 33 岁)发明了至今仍有生命力的密率方法,由此他证明 $C \leq 800\,000$ 。这个结果不断刷新。到 1970 年,沃恩(R. Vaughan)证出 $C \leq 6$ 。一般来说,密率法的优点是避免了“充分大”,可适用全体偶数。最近已有数学家证明,全体大于 6 的偶数都可表示为 4 个素数之和。

从筛法到陈氏定理

除了对素数个数动脑筋外,还有人对素数本身做出“让步”,即仍然是两个

数,但不是素数,而是殆素数,即素因子个数不多的正整数。设 N 为偶数,现用“ $a + b$ ”表示如下命题:每个大偶数 N 都可表为 $A + B$,其中 A 和 B 分别是素因子个数不超过 a 和 b 的殆素数。显然,哥德巴赫猜想就可写成“ $1 + 1$ ”。在这一方向上的进展都是用所谓的筛法得到的。目前看来,殆素数这条途径的成果最为突出。

筛法最早是古希腊著名数学家埃拉托塞尼(Eratosthenes)提出的,这一方法具有强烈的组合味道。不过原始的筛法没有什么直接用处。1920年前后,挪威数学家布朗(V. Brun)做了重大改进,并首先在殆素数研究上取得突破性进展,证明了命题“ $9 + 9$ ”。后续进展如下:拉德马赫(H. Rademacher):“ $7 + 7$ ”(1924年);埃斯特曼(T. Estermann):“ $6 + 6$ ”(1932年);里奇(G. Ricci):“ $5 + 7$ ”(1937年);布赫夕塔布(A. A. Buchstab):“ $5 + 5$ ”(1938年),“ $4 + 4$ ”(1940年);库恩(P. Kuhn): $a + b \leq 6$ (1950年)。1947年,挪威数学家、菲尔兹奖得主塞尔伯格(A. Selberg, 2007年以90高龄去世)改进了筛法,由此王元于1956年证明了“ $3 + 4$ ”。另一个苏联数学家A. 维诺格拉多夫(A. I. Vinogradov,不是前面提到的那位)于1957年证明“ $3 + 3$ ”,王元在同年进一步证明“ $2 + 3$ ”。

一切都像是奥运会纪录,不断地被刷新。

上述结果有一个共同特点,就是 a 和 b 中没有一个是1,即 A 和 B 没有一个是素数。要是能证明 $a = 1$,再改进 b ,那就是件更了不起的工作。前苏联天才数学家林尼克(Y. V. Linnik)于1941年提出一种全新的筛法使得这项工作成为可能。人们把这种方法称为大筛法,而原先的筛法则称做小筛法。

1932年,埃斯特曼在广义黎曼假设成立的前提下首先证明了“ $1 + b$ ”。林尼克的学生、匈牙利数学家瑞尼(A. Rényi)于1947年对林尼克的大筛法做了重要改进,结合布朗筛法,于1948年无条件地证明了命题“ $1 + b$ ”, b 是个确定的数,不过非常大。1962年,潘承洞一下子把 b 从天文数字降到了5(即“ $1 + 5$ ”)。不久王元证明了“ $1 + 4$ ”,并指出在广义黎曼假设成立的前提下可得出“ $1 + 3$ ”。同一年,潘承洞也证明了“ $1 + 4$ ”。然后,布赫夕塔布证明了潘承洞的方法可推出“ $1 + 3$ ”。1965年,意大利数学家朋比尼(E. Bombieri)与A. 维诺格拉多夫无条件地证明了“ $1 + 3$ ”,这是朋比尼获得菲尔兹奖的工作之一。

当时国际数学界有一种观点认为“ $1 + 3$ ”已不能再改进。但就在1966年,一位年轻的中国数学家在《科学通报》上刊登了命题“ $1 + 2$ ”证明的简报(由于未附详细证明,国际数学界没有完全接受),他就是传奇数学家陈景润。

陈景润于1933年出生于福州,家境贫寒。1949年,他考入厦门大学数学系,毕业后几经周折最终留校任助教。此时的他已熟读华罗庚的著作,并开始思考哥德巴赫猜想。由于在一个数论问题上的见解而引起华罗庚的注意,1957年他被调到中科院数学研究所。因为各种因素,华罗庚组织的哥德巴赫猜想讨

论班就在当年结束了。后来,尽管陈景润数学研究方面的好的结果层出不穷,但他还在想碰一碰这个猜想,当时人们不太在意。

1966年,文革开始了,《科学通报》与《中国科学》随即停刊。由于国际数学界的观点及政治因素,只有闵嗣鹤等少数数学家确信(并审读了)他的论文。1973年《中国科学》复刊之后,证明的全文才得以发表。陈景润改进筛法的方法叫“转换原理”,“ $1+2$ ”被称为“陈氏定理”。数学家们对这个成果极为钦佩。哈伯斯坦(H. Halberstam)与里切特(H. E. Richert)在名著《筛法》的最后一章指出:“陈氏定理是所有筛法理论的光辉顶点。”华罗庚则说,“ $1+2$ ”是令他此生最为激动的结果。

整整40年过去了,陈景润所达到的高度依然无人超越。大家公认再用筛法去证明“ $1+1$ ”几乎是不可能的。尽管国际上为这一猜想的证明屡设重奖,但却始终无人能够领取。目前“ $1+1$ ”仍是个相当孤立的命题,与主流数学比较脱节。数学界的普遍看法是,要证明“ $1+1$ ”,必须发展革命性的新方法。

“明星科学家”喜忧录

以上就是哥德巴赫猜想的研究简史,但对于这个猜想和陈景润,对于这本书,还有不少的话要说。

十年浩劫结束后,徐迟的报告文学《哥德巴赫猜想》传遍神州。曾被看做“丑小鸭”的陈景润因为其无比刻苦的形象,很快就成为亿万中国人的偶像。哥德巴赫猜想作为一个纯数学猜想,即刻成为中国老百姓的一个“情结”。应该说,这是中国的一个空前纪录(恐怕也是绝后的),因为以往按照中国传统,能得到赞扬的无非都是帝王将相的“文治武功”,或是老百姓的“忠君”、“孝悌”,而陈景润的出现(还有孙中山、鲁迅和雷锋等),确实代表了一种全新的“元素”,在中华大地上堪称史无前例。陈景润本人于1996年过早去世,哥德巴赫猜想还未最终攻克。他的离席不禁使我想起杜甫的名句——“出师未捷身先死,长使英雄泪满襟。”

同样,当霍金第一次访华时,还几乎默默无闻。不久,《时间简史》的第一部中译本由清华大学出版社出版,名为《时间的简明历史》,作者“郝京”。但就在几年后,霍金便一跃成为公众心目中最著名的在世科学家。而若问在世科学家中谁的贡献最大?我想普通公众大多也说是霍金,至于科学家的答案想必是五花八门的。

也难怪!“物以稀为贵”,诺贝尔奖至今有成百上千的人获得,菲尔兹奖得主也已达四十多位,而“明星科学家”,恐怕只有霍金、纳什(J. Nash)两位了。

霍金后两次远行中国,与著名华裔数学家、菲尔兹奖获得者丘成桐教授有直接关系。丘成桐特地把老朋友霍金请到中国,应该说与媒体炒作的“威力”有

些关系。事实证明,这一做法非常聪明。人们平时太关注歌星、影视或体育明星了,科学家就真的只该默默奉献?在欧美,科学家必须向纳税人即公众讲清楚他们拿这些钱究竟做了什么有意义的事,这不能说是自我标榜吧。即使科学家真的成了“明星”,也是件好事。现在这类“明星”实在太少了,我们的媒体应该为更多的科学家做宣传!

但从另一方面来说,今天的“明星科学家”现象还是有让人忧虑之处。

在世科学家中有那么多成就卓著的诺贝尔奖获得者,他们为什么很快就被人们忽视了呢?答案很简单,生活太平淡,没有可供炒作的素材。霍金和纳什就不同了,一个生理残疾,一个心理残疾。于是,《时间简史》就最畅销了。尽管其他许多科普书同样优秀,唯有霍金的书最好卖,连那本艰深的《时空本性》也卖得很好,读者们实在是太“吃”霍金的个人魅力了。而《美丽心灵》则被拍成电影,获得了奥斯卡奖,原著当然也颇受欢迎。

陈景润的情形不大一样,他的出名是因为文革结束后人们对科学春天的渴望。不过,笔者还是认为陈景润是中国第一个明星科学家。霍金不算世界上第一位明星科学家。第一个世界级的明星科学家,笔者以为是费曼(R. Feynman)。最近读了田松翻译的《宇宙逍遥》,作者是著名物理学家惠勒(J. Wheeler),今年97岁了。他是爱因斯坦与玻尔的学生及同事,沃尔夫奖获得者,又是费曼的老师,还提出了“黑洞”这一名词,对霍金的工作也有重要影响。如此漫长而多姿多彩的生命故事反映在这部出色的科学随笔之中。但是,惠勒缺少媒体炒作,论学术水平他并不差;论名气(比起费曼、霍金来)实在是差得太远了!爱因斯坦时代以及更早的时代则截然不同。那时有个科学家整体,除了爱因斯坦,居里夫人、爱迪生、玻尔(N. Bohr)、奥本海默(J. Oppenheimer)等数十位科学家也广为人知。他们名气大是因为成就高,你听说过那时有位不大出名的科学家其成就堪与爱因斯坦比肩吗?

现在的一些做法确实是过于极端和夸张了。现代人在紧张忙碌的工作之余,沉溺于媒体制造的“快餐文化”之中,信息是灵通的,但了解未必全面透彻。几年前,BBC广播电台让英国公众选出“最近1000年来10个最伟大的思想家”,结果霍金也名列其中,与马克思、爱因斯坦、牛顿和达尔文等并列,且得票居中,比尼采还高。如果说这不算英国公众无知的典型事件的话,那么在最近的一次民意调查中,“戴妃的车祸”竟被选为20世纪最有震撼力的事件,连两次世界大战、阿波罗登月、核武器与因特网的发明都排到老后头,是不是有点不可原谅了呢?

至于霍金本人倒十分实事求是,这位“继爱因斯坦以来世界最杰出的物理学家”在《时间简史》里提到众多科学家的贡献,并没有过分抬高自己。公众对他身残志坚精神的推崇自然无可非议,从这点上看,说他“伟大”也情有可原。

霍金已被偶像化,在科学上他离开公众的距离,其实一点也不比其他科学家的来得小。(几乎同时,在物理学家评出的“有史以来最伟大的 10 个物理学家”中就没有霍金。伟大物理学家应是伟大思想家的“子集”吧,似乎霍金可以轻而易举当上皇帝,却无法当一个臣子,也算是精英与草根之差距的一个小小插曲。)

霍金与纳什尽管有炒作的成分,毕竟是货真价实的科学大家;陈景润也一样。现在还有很多并不出色的人被无限夸大,那就更可怕了。不过也不必悲观,因为这个“明星科学家”现象是一必然过程,与经济、社会和教育都有紧密的关联。

尽管东西方学校教育大相径庭(比如我们称赞他们的个性化教育,他们称赞我们基础扎实),但对学校教育的排斥、文化的浅薄、追求享乐,是当今全世界年轻人的普遍现象。20 世纪 60 年代欧美学生的带有反智色彩的嬉皮士运动是为了政治和思想的需要;而今天的新蒙昧主义,则完全是经济和文化原因造成的。正如世界著名数学家阿诺德(V. I. Arnold)在一篇纪念他伟大的导师柯尔莫戈罗夫(A. N. Kolmogorov)的文章中说的:

美国的同事对我解释说,他们国家中公共文化与学校教育的低水准是为了经济目的而有意形成的结果。问题在于,读了许多年书之后,受教育的人就成为最坏的顾客,他较少买洗衣机和汽车,与其要这些,他宁愿要莫扎特或凡·高、莎士比亚或各种定理,消费社会的经济因此蒙受损失,首当其冲的是老板们的生活收入——所以他们追求的是不容许人们有文化修养和受良好的教育(否则将妨碍他们操纵人们犹如对待无知牲畜)。

在 2002 年巴黎一所大学的面试中,阿诺德考问了几个所谓最好的教授候选人,发现他们惊人地无知。作为“精英中的精英”,阿诺德自然因当权者大幅降低教育水准而极为不满(柯尔莫戈罗夫作为教育家也遭受过类似打击郁郁而终)。那些俄国教改者正是以美国为例子,说明教改是为了发展经济的需要而必须做出的抉择。这股热潮近十年来席卷全球,在中国就是新读书无用论和草根文化的抬头。

10 多年前,我曾在高中数学班呆过一段时间,数学尖子中愿意走学术道路的很少。尽管科学研究不应太功利,但在那个时代由于对科学家有一种(智力上的)英雄崇拜,因此渴望胜人一筹也不能说不是一种动力。这种动力来自社会的总体评价,倒也不是专为到某某面前去炫耀一番。我的同学邵亦波当初到哈佛就是想得诺贝尔奖,后来他放弃了,开办了易趣网。其实早在当时我就隐隐约约感觉到享乐主义和别的什么主义是如何把这一总体评价给逐渐“解构”

的。接下来的10多年里,我经常敏感地发现自己的努力是南辕北辙,不仅不会得到人家的理解和欣赏,而且还要因为自己“玩不转”而遭到嘲笑。阿诺德至少是沃尔夫奖获得者,为学术价值的糟蹋还能愤愤不平地说上几句话,然大势已定,他也激不起多少波澜。

一方面,教育的要求越来越高;另一方面,消费社会又基本上不需要这些知识,所以在今天,被人叫好的“明星科学家”横空出世,与两者之间的矛盾有密切联系。

向往精英文化的人群

目前,精神文化的承担者,除了国家领导层、文人和宗教团体,还有歌星、体育明星及某些著名主持人,前者对成年人影响比较大,后者主要针对青年人。这是世界各国的普遍现象。而大量高校优秀毕业生进入公司,当上了令人羡慕的白领,他们有很高的薪水,但主要从事物质建设,对精神文化的建构已失去了机会。

科学院和高校也似乎从公众的视野中“隐退”了,只限于自己的小圈子里。也许你有疑问,凭什么说文化只能由文人独享?科学家难道就只是在开创物质文明吗?事实上,准确地说,科学院和高校的文化是精英文化(学术骗子另当别论),与大众的草根文化有很大差异,所以大家各司其职、互不干扰也是正常的。

但遗憾毕竟存在,因为历史上并非没有先例,爱因斯坦时代就是明证。霍金在今天的影响远不及爱因斯坦在当时的影响。从时代来说,一战标志现代化的开始,一战与二战之间还有一个现代与传统的抗争期。二战以后,世界完全进入了现代化。现代化一来,精神文化人的地位急剧下降,以至出现了福柯(M. Foucault)哀叹的“最后的知识分子”现象。爱因斯坦很幸运,因为他的伟大贡献都是在一战前或一战期间做出的。事实上,他与达尔文、弗洛伊德一样,其工作至少在相当长的一段历史时期内并非主流,广义相对论甚至在今天都不是物理学最主流的分支(试与牛顿的工作相比),但为什么有这么大的名气呢?这是因为从伽利略到爱因斯坦这段历史时期,科学一直是建构精神文化的一支不可或缺的力量。

然而在今天,这支力量已从整体上消失。似乎就像“热寂”一样,最多就是些炒作一时的稍稍偏离均衡的“涨落”而已。比如陈景润,他的工作是一般人无法理解的,但为什么有那么多人关注呢?在某种意义上讲是因为“文化大革命”结束后科学春天的到来。如果陈景润的工作在今天的话,影响无疑会大打折扣。怀尔斯(A. Wiles)在1995年证明了费马大定理,应该说贡献极大,但为时已晚!后现代社会中人们对此兴趣不高,所以其影响力比较有限。

受市场的冲击,文化精英尽管没有被忘得一干二净,其处境多少有点尴尬。他们内心对公众可能不屑,但多数还是入世的,演出要人捧场,出书要有人买、

有人读。所以在经济上他们又直接依附于公众。这一复杂心态多少有点像孔乙己。等到那批精英有了一点知名度,年龄也大了,于是有人组织他们出席一些演讲会。主办方客客气气,价钱公道;听众有认真的,也有打瞌睡的。这时,我们的主讲人再也不是饥肠辘辘忙于推销自己,而是一身西装闪亮登场。几个小时以后,报告会在一阵掌声中结束,在人们的记忆中几乎不留下痕迹。现在与孔夫子时代不同,新思想太多太滥,所以存在一个选择问题,大多数就像一股热气消散在空气中,极少数转变为可持续发展的“功”。选择也可能是优胜劣汰,也可能是劣胜优汰(不过最好的东西总是会冒出来,至于是张三还是李四提出则具有偶然性)。伟人时代一去不复返了。

至于那些听众,笔者以为是对精英文化向往的人群。他们的处境又如何呢?社会对精英们是照顾的:他们走在马路上也没几个人认识,其工作也没几个人懂,但毕竟得到了社会的承认,本人的生存当然也决无问题。近年来,中国数学界的头面人物一直为数学人才的培养而感到忧虑(与阿诺德的感觉类似),但可能忽略了另一群人的培育(当然这是全社会的任务,不是数学家的单独使命)。而渴望走进科学殿堂而不得入者,更是寂寞之极,甚至生存都有困难。高不攀低不就的下场,就是被主流社会逐渐边缘化。最终未被边缘化的,是极少数精英在那里扯着嗓子呼吁,还有一大批认定“戴妃车祸是20世纪最震撼事件”的草根族。

是啊,对精英和精英文化的向往到底为了什么?从对策论的角度看,这不是利益最大化的选择。花了力气看懂那些东西,却不能成为朋友、同事或亲密异性之间的谈资;衣着不得体、生活不时尚倒是要被讥讽为傻瓜。另一方面,当这些人在一次学术报告结束时请主讲人签字或合影留念的时候,只要看看那主讲人的表情就知道,精英们对待听众是有较大心理距离的。似乎渴望了解精英文化的人的下场,还远不如选择吃喝玩乐。知识越多越寂寞,精英和精英的追随者,无论如何都有点“殉道”色彩——后者甚至有过之而无不及。这就是目前的状况,是学校教育和生存竞争之间的矛盾产生的,或者说是理想主义遭遇现实后的窘境。其实,没有这一人群为精英喝彩,精英都会变成“孤家寡人”,而他们造成的声势,最终只能和考试制度一样,产生“虚假的繁荣”。

正是因为科学家曾一度被捧上天,今天在整体上相对冷落了,所以才会出现媒体炒作的“明星科学家”。某种意义上说,20世纪80年代初的陈景润热以及基本粒子物理热(杨振宁和李政道获诺贝尔奖后,粒子物理研究得到毛泽东等的肯定),其实更“不理性”,它是“官方意识形态”导致的一个结果,由此不幸产生很多“民科”,直到后来著名物理学家谢希德呼吁不要再一味地宣传了,此时已有不少天真无知的青少年走上这条绝大多数人决不可走的道路,因而毁了一生。今天的“明星科学家”现象,则是为科学家价值、为精英文化争取一席之地的努力(社会总有这方面的呼声),不再像以前那样“误导”世人了,但又过于

强调其传奇色彩、可供炒作素材,故而也是远远不够的。

毋庸说,没有科学和数学,人类无法搞工程、武器、金融、通讯……但对于一个普通公民,科学与数学的真正价值又是什么?我们为什么要对普通公众进行科学普及呢?我想起以前冯友兰先生曾经对哲学普及做过一个回答:提高人的境界;对于科学与数学普及的作用,我的类似想法是,让人们走出自我、超越自我,也就是知道“天高地厚”。

公众对科学认识的巨大误区在于:他们只承认科学可以转化为技术和生产力的功能,忽略了科学本身之理论建构的重大意义,更没有想过科学是怎样影响人类社会与文化的。而许多科学家对科学认识也有误区:他们既明白科学转化为技术的力量,也充分认识到科学理论建构的重大意义,就是忽略了科学对社会和文化的影响。陈景润的一炮打响,霍金畅销书的出现,对后两者的认识起到了推波助澜的作用。但比之西方,我们显然是远远不够的。

所以我相信,在今后,好的科普(或者说是所有精英文化的普及读物)将越来越重要,这不仅能唤起小孩对科学的热情,引导他们走上科学之路,对于科学圈子之外然而对科学有兴趣的成人也能提供正确的引导。霍金等国外一流的大师都参与科普写作。好的科普绝对是在精英与向往精英文化的大众之间架起了一座桥梁。霍金的书(即便是令人望而却步的《时空本性》)之所以畅销,最主要原因是他本人的传奇色彩、媒体的炒作,当然也正是反映了一批受过教育然而不在圈子里的人士对精英文化的渴求与向往。科普是大众比较轻松地了解精英文化皮毛的渠道。前面说过,陈景润时代的大众科学素质普遍较低,中国出了无数让人又恨又怜的“民科”,经常赖在科研院校里,拿着自己的“成果”,声称自己“证明”或“推翻”了哥德巴赫猜想;现在读霍金的年轻人不大会妄图推翻他的黑洞理论了,这是一个进步。

今后,科普特别是高级科普,将与科学研究一样,成为精英文化的重要组成部分,而读者也具备足够的见识,作者本人的传奇色彩或媒体的炒作也许会被摆到一个次要的位置(尽管阿诺德所说的现象一时无法改变)。于是科普也就源源不断地为绝大多数无法再从事艰深工作然而对科学(或精英文化)有兴趣的人提供平台,科学也就能成为他们的谈资。笔者不相信只有猎奇故事或小道消息才能吸引大家的眼球,其实正儿八经的科学理论要精彩得多,指望这些东西能激起所有人的兴趣是不可能的,但应该争取到一个群体,这就是科学普及工作,其本身就是科学文化建设的一部分。除去那种原初的狂热,待到冷静和理性了,也许我们重新呼唤科学,追忆陈景润(而且绝不仅仅停留在一些可以炒作的花边新闻上),才更具意义。我想,这也是此书作者的目的吧。

田廷彦
2008.1.7

第一部分 皇冠上的明珠——

哥德巴赫猜想简介与综述

第一章 哥德巴赫猜想简介 // 3

- 1 哥德巴赫致欧拉(1742年6月7日) // 3
- 2 欧拉致哥德巴赫(1742年6月30日) // 4
- 3 价值百万的数学之谜 // 5
- 4 关于哥德巴赫猜想 // 9
- 5 解析数论在中国 // 12
- 6 哥德巴赫猜想 // 18
- 7 谈谈“哥德巴赫”问题 // 27
- 8 哥德巴赫猜想 // 35
- 9 晶体学约束,置换和哥德巴赫猜想 // 49

第二章 哥德巴赫猜想综述 // 56

- 1 哥德巴赫猜想 // 56
- 2 哥德巴赫问题 // 68
- 3 哥德巴赫问题 // 74
- 4 哥德巴赫猜想 // 91

5	Goldbach's Famous Conjecture	//	105
6	"1 + 2"以后——介绍陈景润在解析数论研究中的最新成果	//	111

第三章 序言与书评 // 118

1	《哥德巴赫猜想》序	//	118
2	《哥德巴赫猜想》引言	//	119
3	评潘承洞、潘承彪著《哥德巴赫猜想》	//	132
4	哥德巴赫著名猜想	//	136

第二部分 中国解析数论群英谱

第四章 须尼尔曼密率论与华罗庚、闵嗣鹤 // 143

1	须尼尔曼密率	//	143
2	须尼尔曼的密率论	//	157
3	朗道 - 须尼尔曼猜测和曼恩定理	//	165
4	关于表充分大的整数为素数和	//	177

第五章 从埃拉托塞尼到丁夏娃 // 181

1	谈谈“筛法”	//	181
2	埃拉托塞尼氏筛法与哥德巴赫定理	//	190
3	关于多项式的素因子	//	216
4	埃拉托塞尼氏筛法的新改进	//	217
5	线性组合筛法	//	229
6	相邻素数差	//	255
7	一个素数论中的初等方法	//	256
8	表大偶数为一个不超过三个素数的乘积及一个不超过四个素数的乘积之和	//	258
9	表大偶数为两个殆素数之和	//	271
10	嵌入定理与代数数域上的大筛法	//	275