

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

# 高超声速空气动力学

*Hypersonic  
Aerodynamics*

瞿章华 刘伟 曾明 柳军 编著

国防科技大学出版社

研究生教学用书  
教育部研究生工作办公室推荐

# 高超声速空气动力学

## Hypersonic Aerodynamics

瞿章华 刘伟 曾明 柳军 编著

国防科技大学出版社

·长沙·

## 内 容 简 介

本书介绍高超声速空气动力学的基础理论,着重阐述了高超声速无粘流的基础理论。全书共分七章。第1章为绪论。第2章至第4章论述高超声速无粘流,包括理论分析、数值研究和工程计算方法。第5章阐述高超声速粘流的基本理论。第6章阐述高温效应,包括高温气体的性质和高温流动的特点。第7章扼要介绍了稀薄效应。书后配有各章习题。

### 图书在版编目(CIP)数据

高超声速空气动力学/瞿章华等编.—2版(修订版).—长沙:国防科技大学出版社,2001.5

ISBN 7-81024-733-6

I. 高… II. 瞿… III. 高超声速空气动力学 IV. V211

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 19651 号

国防科技大学出版社出版发行

电话:(0731)4572640 邮政编码:410073

E-mail: gfkdcbs@ public. cs. hn. cn

责任编辑:罗青 责任校对:张静

新华书店总店北京发行所经销

国防科技大学印刷厂印装

\*

787×960 1/16 印张:15.5 字数:295千

2001年5月第2版第1次印刷 印数:1001-3000册

\*

定价:24.00元

## 初 版 前 言

本书以杜棣荣教授编著的《高超音速空气动力学讲义》(上、下册)(军事工程学院,1962年)为主线,参考了张涵信院士编著的《高超声速空气动力学》(国防科技大学出版社,1982年)和 Anderson J D. Jr 教授编著的《高超声速和高温气体动力学》(McGraw Hill Book Company,1989年)等国内外许多优秀教材及专著,结合编者多年高超声速空气动力学教学和科研的实践经验编写而成。书后列出了编写时主要参考文献的目录,其中许多作者的卓越贡献为编写本书提供了很好的条件。编者谨向他们表示深切的谢意。

本书着重阐述高超声速无粘流的基础理论,也酌情介绍高超声速粘流理论。现代高超声速空气动力学的许多重要内容涉及“计算流体力学”和“高温气体动力学”,由于对这些内容已设置专门课程讲授,本书只阐述其中一部分要点,有关的细节不编入本书。对此有兴趣的读者可参阅有关教材或专著。

本书由瞿章华、曾明、刘伟、柳军四人编著,最后由瞿章华统编定稿。由于编者水平所限,错误或不当之处在所难免,衷心希望读者批评指正。

中国科学院院士、中国科技大学童秉纲教授和中国气动研究和发展中心王喜荣研究员审阅了本书初稿,提出了许多宝贵意见。湖南大学汤广发教授、陈在康教授,中南工业大学吴道全教授,长沙矿山研究院何永森研究员,国防科技大学王承尧教授、吴其芬教授、柴进武教授、赵汉元教授参加了本书的审定工作。编者谨向审阅、审定本书的专家、学者表示诚挚的谢意。编者还感谢国防科技大学乔齐、郑雪松两位同志为本书出版进行的精心的组织工作。

本书可作为流体力学专业研究生和高年级本科生的教材或参考书,也可作为继续教育的教材和航天领域中科技工作者的参考书。

瞿章华

1999年6月于国防科学技术大学

## 再 版 前 言

本书经国务院学位委员会学科评议组召集人会议审定,列入教育部研究生工作办公室推荐的“研究生教学用书”,修订后再版。作者十分感谢专家们在审定、评议本书时提出的宝贵意见。国家自然科学基金委和湖南省自然科学基金委资助编者开展高超声速流的研究工作(基金号为 9188010,19182002,19382001 和 00JJY1001),国防科技大学研究生院和国防科技大学出版社共同资助本书出版,编者向上述部门深表谢意。瞿章华、刘伟、曾明、柳军参加了本书的修订工作,最后由瞿章华定稿。修订时对原书引用的参考文献作了较多的变动,并在书后增加了习题。高超声速空气动力学内容极为丰富,限于作者水平,疏漏之处在所难免,敬请读者指正。

瞿章华

2001 年 4 月于国防科学技术大学

# 目 录

## 第 1 章 绪论

1.1 高超声速流的特征	1
1.2 高超声速流的研究内容和方法	4
1.3 高空大气的性质	5
附录 A 高超声速层流边界层厚度随马赫数和雷诺数的变化关系	8

## 第 2 章 牛顿流模型和高超声速飞行器物面压力的工程估算方法

2.1 高超声速流的基本激波关系式	11
2.2 牛顿流模型	13
2.3 牛顿压力公式的修正	19
2.4 切劈法和切锥法	27
2.5 激波-膨胀波法	31
附录 B 高超声速细长圆锥绕流的近似解	34

## 第 3 章 高超声速无粘流场的性质和简化分析

3.1 高超声速小扰动简化方程组	37
3.2 高超声速相似律	40
3.3 高超声速流的等价原理	47
3.4 幂次体零迎角高超声速定常绕流	51
3.5 爆炸波理论在高超声速绕流中的应用	57
3.6 薄激波层理论	68
3.7 马赫数无关原理	80
附录 C 运动激波关系式	83

## 第 4 章 高超声速无粘流的数值解法

4.1 数值模拟技术的重要性和主要步骤	86
4.2 控制方程和定解条件	87
4.3 贴体坐标系和网格生成技术	92
4.4 差分离散技术	96
4.5 高超声速钝体绕流计算	100
4.6 头部超声速区的数值解法	109

附录 D 贴体坐标系中的欧拉方程组 .....	116
<b>第 5 章 高超声速粘流</b>	
5.1 粘流控制方程和相似参数 .....	118
5.2 高超声速层流边界层方程及相似解 .....	121
5.3 高超声速层流边界层摩阻和传热的典型结果 .....	130
5.4 高超声速边界层转捩 .....	134
5.5 高超声速湍流边界层 .....	137
5.6 高超声速粘性相互作用 .....	141
5.7 高超声速粘性激波层近似 .....	147
5.8 抛物化的 N-S 方程 .....	152
5.9 全 N-S 方程 .....	154
附录 E 迁移导数算子的变换式 .....	156
<b>第 6 章 高温效应</b>	
6.1 高温效应的研究背景 .....	158
6.2 平衡态的粒子统计分布和配分函数 .....	160
6.3 化学平衡气体的组成和热力学特性 .....	166
6.4 化学与振动非平衡 .....	172
6.5 流动的化学状态 .....	174
6.6 无粘高温平衡流 .....	176
6.7 无粘高温非平衡流 .....	182
6.8 高温粘流 .....	190
附录 F 移动、转动和振动配分函数计算式 .....	202
<b>第 7 章 低密度效应概述</b>	
7.1 稀薄气体流动分区 .....	205
7.2 自由分子流区的压力和剪切应力 .....	209
7.3 滑流区的边界条件 .....	214
7.4 直接模拟蒙特卡罗(DSMC)方法简单介绍 .....	216
附录 G 滑流区兰金-雨贡纽关系式的修正式 .....	219
<b>习题</b> .....	223
<b>参考文献</b> .....	233

# 第 1 章 绪论

本章阐述高超声速流动的基本特征,提出高超声速空气动力学的主要研究内容和确定高超声速飞行器气动、热力环境的主要手段。为确定高超声速来流条件,本章还给出高空大气特性的图表和工程公式。

## § 1.1 高超声速流的特征

高超声速(Hypersonic)这一术语是我国著名科学家钱学森于 1946 年在他的一篇重要论文中首创的<sup>[1]</sup>。高超声速空气动力学是研究高超声速空气流动规律和空气与高超声速飞行器相互作用的科学,它是一门新兴学科。半个世纪以来,在航天事业推动下,高超声速空气动力学的理论和实验技术得到了迅速的发展。顾名思义,高超声速流是速度远大于声速的流动,通常用自由流马赫数  $M_\infty$  大于 5 作为高超声速流的一种标志<sup>[2,3]</sup>,这种  $M_\infty$  的界限不是很绝对的,流动是否是高超声速流还与飞行器的具体形状有关。对于钝体, $M_\infty > 3$  就开始出现高超声速流的特征;而对于细长体, $M_\infty$  要高达 10 时才开始出现高超声速流动的特征。

值得指出的是,飞行问题的“高超声速”是极大的流体速度造成的,而高超声速风洞中实验段的“高超声速”则往往是通过极低声速实现的。

除了高马赫数以外,高超声速流还具有如下特点<sup>[4]</sup>(见图 1.1):

### 1. 小密度比和薄激波层

将激波与物体间的流动区域称为激波层,激波层薄是高超声速流的一个特征。这是因为自由流马赫数  $M_\infty$  越大,激波越强,激波后气体受到的压缩也越大,激波前后密度之比是小量。对于完全气体极高马赫数时,正激波前后密度比约为  $1/6$ ,而“阿波罗”(Apollo)飞船再入飞行真实气体的密度比约为  $1/20$ 。由质量守恒定律可知,激波贴近物面。因此可以仿照边界层理论的方法,对流场物理量进行量级分析,得到薄激波层的近似理论。

### 2. 粘性效应是强的,并可支配整个流场

层流边界层厚度  $\delta$  与自由流马赫数  $M_\infty$  及雷诺数  $Re_{\infty x}$  的关系在高超声速条件下可简化为(推导细节见本章附录):



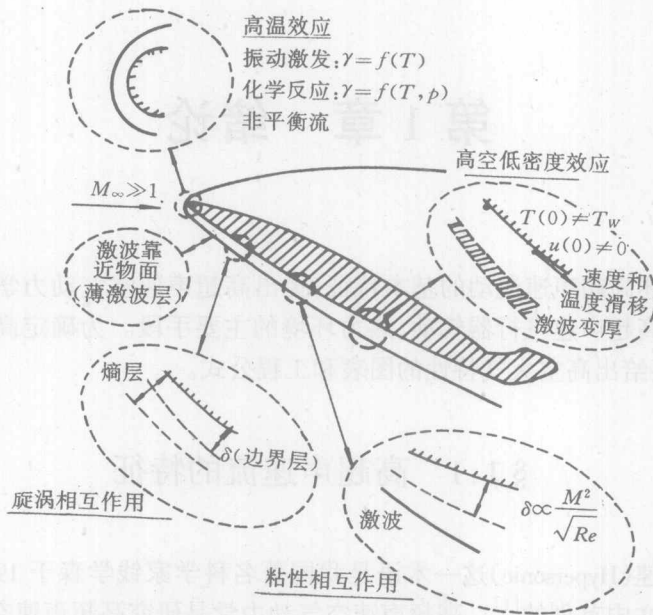


图 1.1 高超声速流的物理特征示意图

$$\frac{\delta}{x} \propto \frac{M_\infty^2}{\sqrt{Re_{\infty x}}} \quad (1-1)$$

式中符号 $\propto$ 表示比例关系。在高空、高超声速条件下， $\delta$ 变得很大，改变了物体的有效外形，影响了外部无粘流的计算。尤其是由于高超声速激波层薄，边界层厚度与激波层相比不能略去，甚至还会出现整个激波层都具有粘性的情况。边界层变厚对无粘流产生影响，无粘流的变化又反过来影响边界层的生长，出现了高超声速流的粘性相互作用。这时经典的普朗特(Prandtl)边界层理论<sup>[5]</sup>失效。

### 3. 存在高熵层

高超声速飞行器都做成钝头体，即使是细长飞行器也做成微钝头细长体，这是因为根据高超声速层流边界层方程的自相似解<sup>[4]</sup>，头部驻点处的对流传热与头部曲率半径的平方根成反比，将头部钝化可以减轻热载荷。所以绕钝头细长体的高超声速流中，环绕头部的激波是高度弯曲的。穿过曲线激波不同位置的流线经历了不同的熵增，于是具有强熵梯度的气体层将覆盖在物体表面上构成熵层<sup>[6]</sup>，并伸展到头部下游相当大的距离。由经典的可压缩流的克罗柯(Crocco)定理<sup>[7]</sup>：

$$\mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) = -T \nabla S \quad (1-2)$$

式中 $\nabla \times \mathbf{V}$ 表示速度场 $\mathbf{V}$ 的旋度， $\nabla S$ 表示熵 $S$ 的梯度， $T$ 为温度， $\nabla$ 为微分算子， $\times$ 表示矢量积，上式表示具有强熵梯度的熵层与强旋度联系在一起。由于

边界层沿物面增长,进入边界层外缘不同位置流线的熵值不同,边界层外缘特性受熵层的影响,出现了旋涡相互作用。

#### 4. 高超声速流动通常是高能流动,存在高温效应

当高超声速气流通过激波压缩或粘性阻滞而减速时,部分有向运动的动能转化为分子随机运动的能量,即气体的温度增加了。这种温升可以大到气体呈现“非完全气体”的模式,传统的完全气体假设不再成立。如“阿波罗”(Apollo)飞船在高度  $H = 53\text{km}$ , 温度  $T_\infty = 283\text{K}$ , 来流马赫数  $M_\infty = 32.5$  的条件下,如果采用完全气体假设,又取比热容比  $\gamma = 1.4$ , 则正激波后驻点温度  $T_s$  为  $58\,300\text{K}$ , 而对于实际的气体,  $T_s$  仅为  $11\,600\text{K}$ 。虽是高温,但远没有按完全气体假设下算得的值大。这时,完全气体模型失效。

在空气温度低于  $800\text{K}$  的常温条件下,只需考虑气体分子的移动和转动自由度的激发。根据统计物理中经典的能量按自由度均分原理<sup>[8,9]</sup>,对于双原子的分子,

移动能  $E_{\text{移}} = \frac{3}{2}RT$ ,  $R$  为气体常数,转动能  $E_{\text{转}} = \frac{2}{2}RT$ , 比定容热容

$C_v = \frac{\partial E}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T}(E_{\text{移}} + E_{\text{转}}) = \frac{5}{2}R$ , 又由迈耶(Mayer)定律,比定压热容

$$C_p = C_v + R = \frac{7}{2}R \quad (1-3)$$

这时,比热容比  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1.4$  (1-4)

当空气温度  $T$  超过  $800\text{K}$  时,气体分子的振动自由度被激发。由于分子振动能随温度  $T$  的变化关系很复杂,使得  $C_p$  和  $C_v$  成为温度的函数。同样,比热容比  $\left(\gamma = \frac{C_p}{C_v}\right)$  也成为温度的函数。当温度增高至分子振动自由度完全激发时,分子振动能趋于  $RT$ , 这时

$$C_v = C_{v\text{移}} + C_{v\text{转}} + C_{v\text{振}} = \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{2} + \frac{2}{2}\right)R = \frac{7}{2}R \quad (1-5)$$

$$C_p = C_v + R = \frac{9}{2}R \quad (1-6)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{7}{2}} = \frac{9}{7} \approx 1.3 \quad (1-7)$$

当气体的温度进一步提高,化学反应就可能发生。对于  $1$  大气压下的空气,氧分子  $\text{O}_2$  的离解( $\text{O}_2 \rightarrow \text{O} + \text{O}$ )开始于温度为  $2000\text{K}$  左右,在  $4000\text{K}$  时,氧分子基本上全部离解。凑巧,在此温度下氮分子  $\text{N}_2$  的离解( $\text{N}_2 \rightarrow \text{N} + \text{N}$ )开始,在  $9000\text{K}$  时氮分子基本上全部离解。温度高于  $9000\text{K}$  时,氧原子和氮原子开始电离( $\text{N} \rightarrow$

$N^+ + e^-$ ,  $O \rightarrow O^+ + e^-$ ), 气体成为部分电离的等离子体。

当由非平衡向平衡过渡的振动松弛和化学反应特征时间与流体质点流过流场的特征时间相比很小时, 则称流动为振动和化学平衡流。对于平衡的化学反应气体,  $C_p$  和  $C_v$  是压力和温度二者的函数。如果振动松弛和化学反应特征时间远远大于流动特征时间, 则称此流动为振动和化学冻结流。如果两种特征时间可以相比拟, 则称之为非平衡流。对于非平衡流动, 分析要困难得多, 需要将流体力学方程和化学动力学方程耦合考虑。称比热容比  $\gamma$  只取决于温度的气体为热完全气体, 称比热容比  $\gamma$  为常数的气体为量热完全气体。对于高温气体流动, 比热容比  $\gamma$  不再是常数, 这个参数在高温气体动力学中的地位远没有在一般的气体动力学中重要。上述现象被称为高温效应。在一些空气动力学文献中它们被称为真实气体效应。

#### 5. 高空、高超声速流动存在低密度效应

现代的高超声速飞行器在大气密度很低的高空持续飞行, 低密度效应对空气动力的影响很重要。当飞行高度极高时, 密度可以如此之低, 以致分子的平均自由程(分子与相邻分子碰撞之间分子移动的平均距离)与飞行器的特征长度具有相同的量级。空气介质不再呈现连续性, 必须采用与连续流完全不同的方法来研究这种流动, 通常用分子运动论的技术来处理<sup>[10]</sup>。当与飞行器表面相撞后由表面反射的分子与入射分子不发生相互作用时, 这种流动被称为自由分子流。当飞行高度下降至一定高度(例如高度  $H$  为 82 ~ 95km), 尽管连续介质的控制方程近似成立, 但物面处的边界条件必须进行修正。低密度时物面处的流动速度不为零, 应取一定大小的值, 称为速度滑移条件(以往, 在一般情况下考虑摩擦后, 物面处的流体速度假设为零)。与此相似, 壁面处的气体温度也不同于壁温, 称此为温度跳跃条件。另外, 高空低密度时, 激波本身的厚度变大, 通常对激波所作的间断面假设不再有效, 经典的兰金-雨贡纽激波关系式(Rankine-Hugoniot)<sup>[7]</sup>必须进行修正。这些都是低密度时重要的物理现象。

## § 1.2 高超声速流的研究内容和方法

一种典型的高超声速流动包含许多复杂的物理现象。初看起来, 分析这种流动似乎是不可能的。然而, 各种高超声速飞行器流场的不同区域, 只有上面一种或两种现象起支配作用, 而其余的效应相对是次要的。因而, 分别处理这些现象是有意义的。高超声速飞行器在大气中的飞行环境取决于飞行器的具体使命和它们的外形。例如航天飞机的轨道器和载人飞船的指令舱其外形是钝的或是以很大的迎角飞行, 阻力系数是很大的。它们再入飞行的初始轨道角较小, 在较

高的高度减速。研究这类飞行器必须考虑高空非平衡热化学现象、粘性相互作用、稀薄效应甚至采用非连续介质模型。对于另一类像远程弹道火箭这样的细长飞行器,它们受到严重的气动加热率和高动压,但时间很短,可采用烧蚀热防护系统来抵御严重的湍流加热率,这就必须研究流场与防热层烧蚀的热相互作用问题。又如装有吸气式推进系统的高超声速飞行器必须在较低的高度工作以满足发动机性能的要求,这时高动压和高雷诺数造成的巨大气动载荷、边界层转捩、严重的表面加热都成为这类飞行器研究的重要课题。还应指出,对于同一高超声速飞行器,在不同的飞行环境和流场的不同区域具有不同的流动特点,因此可针对希望解决的问题,作不同的简化近似。

高超声速空气动力学中除了飞行器的流场环境复杂以外,需要解决的课题也比经典的空气动力学要多。高超声速空气动力学大致有三个方面的课题,即气动(升力、阻力、力矩、压力中心等)、气动热(热流计算、防热措施等)和气动物理(流场的光电特性)。按照不同的应用要求,分别进行研究。

高超声速飞行器的气动、热力环境是通过理论分析、实验研究和数值计算三种主要手段确定的。这三种手段是相辅相成的。实验研究包括地面设备模拟和飞行试验两个方面。全尺寸飞行器的飞行试验可以提供充分可靠的信息,但全尺寸飞行器飞行试验的经费昂贵,而且只有在详细的设计、研究和制造完成以后才可能进行。高超声速地面设备需要模拟的参数很多,包括自由流马赫数、雷诺数、速度、流动总焓、激波前后密度比、试验气体、壁温与总温比以及流场的热化学性质。只用一个设备同时模拟上述全部参数是不可能的。对于具体的实验方案,人们必须确定哪些参数是关键。高超声速空气动力地面模拟是一种部分模拟技术,不同的地面设备满足不同的要求。常见的高超声速地面设备有激波管、电弧加热器、高超声速风洞和自由飞弹道靶。高超声速飞行器研制过程中对地面模拟投入的人力、物力、财力极大,如美国航天飞机研究计划中有 493 项气动力试验,139 项气动热试验和 77 项结构试验,设备运行总时数为 71 297 小时<sup>[11]</sup>。随着计算流体力学的发展,地面模拟增加了新的使命,即校验计算程序。通过对流场密度、速度、物面压力、热流及气体化学性质的测量和流动观察,确定计算软件的合理性。正因为高超声速地面模拟设备和测试技术的重要性和复杂性,所以对它们的研究已构成一门独立的学科。读者可阅读高超声速实验技术方面的教材或专著<sup>[12,13]</sup>。本书以后各章主要讲述高超声速流动的基础理论。

### § 1.3 高空大气的性质

高超声速飞行器常在高空大气中飞行,了解大气性质是有重要意义的。所

谓“高空大气”，是指高度超过 30km 的大气。地球大气的最低层为对流层，层中的温度和压力一般随高度的增加而降低。11 ~ 30km 为平流层，30 ~ 80km 为同温层，80km 以上大气开始电离，称为电离层。按电离程度的不同分为 E 层和 F 层，E 层中有少量电离，高度约为 100km，F 层中电离程度较强，约为 200 ~ 300km 高度。高空大气的性质可由图 1.2 看出。

在 20km 以上温度随高度增加而增加，到 50km 处达 270K，温度上升的原因是由于空气中臭氧含量增加，臭氧吸收太阳辐射的结果。在

50 ~ 80km 的高度上，随着臭氧含量百分比减小，温度又降低。80km 以上大气中出现空气的分解和电离，由于吸收太阳辐射热，随高度的增加，温度逐渐升高。

高空大气的性质随具体地理位置不同而改变，它可以由气象火箭来测量。表 1.1 给出了 1976 年公布的美国标准大气表。表中下标 SL 表示海平面。

表 1.1 美国 1976 年标准大气<sup>[11]</sup>

高度 (km)	压力比 ( $p/p_{SL}$ )	温度 (K)	密度比 ( $\rho/\rho_{SL}$ )	粘性系数 ( $\mu/\mu_{SL}$ )	声速 (m/s)
0	1.0000 E+01	288.150	1.0000 E+00	1.0000	340.29
1	8.8700 E-01	281.651	9.0748 E-01	0.98237	336.43
2	7.8461 E-01	275.154	8.2168 E-01	0.96456	332.53
3	6.9204 E-01	268.659	7.4225 E-01	0.94656	328.58
4	6.0854 E-01	262.166	6.6885 E-01	0.92836	324.59
5	5.3341 E-01	255.676	6.0117 E-01	0.90995	320.55
6	4.6600 E-01	249.187	5.3887 E-01	0.89133	316.45
7	4.0567 E-01	242.700	4.8165 E-01	0.87249	312.31
8	3.5185 E-01	236.215	4.2921 E-01	0.85343	308.11
9	3.0397 E-01	229.733	3.8128 E-01	0.83414	303.85
10	2.6153 E-01	223.252	3.3756 E-01	0.81461	299.53
11	2.2403 E-01	216.774	2.9780 E-01	0.79485	295.15
12	1.9145 E-01	216.650	2.5464 E-01	0.79447	295.07
13	1.6362 E-01	216.650	2.1763 E-01	0.79447	295.07
14	1.3985 E-01	216.650	1.8601 E-01	0.79447	295.07
15	1.1953 E-01	216.650	1.5898 E-01	0.79447	295.07

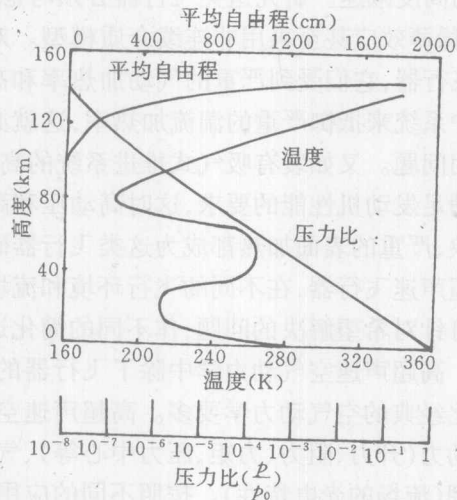


图 1.2 高空大气的性质<sup>[14]</sup>

续表 1.1

16	1.0217 E-01	216.650	1.3589 E-01	0.79447	295.07
17	8.7340 E-02	216.650	1.1616 E-01	0.79447	295.07
18	7.4663 E-02	216.650	9.9304 E-02	0.79447	295.07
19	6.3829 E-02	216.650	8.4894 E-02	0.79447	295.07
20	5.4570 E-02	216.650	7.2580 E-02	0.79447	295.07
21	4.6671 E-02	217.581	6.1808 E-02	0.79732	295.70
22	3.9945 E-02	218.574	5.2661 E-02	0.80037	296.38
23	3.4215 E-02	219.567	4.4903 E-02	0.80340	297.05
24	2.9328 E-02	220.560	3.8317 E-02	0.80643	297.72
25	2.5158 E-02	221.552	3.2772 E-02	0.80945	298.39
26	2.1597 E-02	222.544	2.7965 E-02	0.81247	299.06
27	1.8553 E-02	223.536	2.3917 E-02	0.81547	299.72
28	1.5950 E-02	224.527	2.0470 E-02	0.81847	300.39
29	1.3722 E-02	225.518	1.7533 E-02	0.82147	301.05
30	1.1813 E-02	226.509	1.5029 E-02	0.82446	301.71
31	1.0177 E-02	227.500	1.2891 E-02	0.82744	302.37
32	8.7743 E-03	228.490	1.1065 E-02	0.83041	303.02
33	7.5727 E-03	230.973	9.4474 E-03	0.83785	304.67
34	6.5473 E-03	233.743	8.0814 E-03	0.84610	306.49
35	5.6708 E-03	236.513	6.9089 E-03	0.85431	308.30
36	4.9200 E-03	239.282	5.9248 E-03	0.86247	310.10
37	4.2758 E-03	242.050	5.0902 E-03	0.87059	311.89
38	3.7220 E-03	244.818	4.3809 E-03	0.87866	313.67
39	3.2452 E-03	247.584	3.7769 E-03	0.88669	315.43
40	2.8338 E-03	250.350	3.2618 E-03	0.89468	317.19
41	2.4784 E-03	253.114	2.8216 E-03	0.90262	318.94
42	2.1709 E-03	255.878	2.4447 E-03	0.91052	320.67
43	1.9042 E-03	258.641	2.1216 E-03	0.91838	322.40
44	1.6728 E-03	261.403	1.8440 E-03	0.92620	324.12
45	1.4715 E-03	264.164	1.6051 E-03	0.93398	325.82
46	1.2962 E-03	266.925	1.3993 E-03	0.94172	327.52
47	1.1433 E-03	269.684	1.2217 E-03	0.94941	329.21
48	1.0095 E-03	270.650	1.0749 E-03	0.95210	329.80
49	8.9155 E-04	270.650	9.4920 E-04	0.95210	329.80
50	7.8735 E-04	270.650	8.3827 E-04	0.95210	329.80
55	4.1969 E-04	260.771	4.6376 E-04	0.92442	323.72
60	2.1671 E-04	247.021	2.5280 E-04	0.88506	315.07
65	1.0786 E-04	233.292	1.3323 E-04	0.84476	306.19
70	5.1526 E-05	219.585	6.7616 E-05	0.80346	297.06
75	2.3569 E-05	208.399	3.2589 E-05	0.76892	289.40
80	1.0387 E-05	198.639	1.5068 E-05	0.73813	282.54
85	4.3985 E-06	188.893	6.7099 E-06	0.70677	275.52

参考值:  $p_{SL} = 1.01325 \times 10^5 \text{N/m}^2$ ;  $T_{SL} = 288.150\text{K}$

$\rho_{SL} = 1.2250\text{kg/m}^3$ ;  $\mu_{SL} = 1.7894 \times 10^{-5}\text{kg/(s}\cdot\text{m)}$

文献[15]给出了计算大气参数的近似公式。它将 71km 以下的高度范围分为几个高度层,假设每个高度层中的温度  $T$  随位势高度  $H$  呈线性变化

$$T = T_b + L(H - H_b) \quad (1-8)$$

式中  $H_b$ 、 $T_b$  分别为相应高度层的底面位势高度(m)和底面温度(K),  $L$  为该层的温度梯度(K/m)。具体的分层方法和  $H_b$ 、 $T_b$ 、 $L$  之值见表 1.2。位势高度  $H$  和几何高度  $h$  的关系为

$$H = \frac{h}{1 + \frac{h}{R_0}} \quad (1-9)$$

式中  $R_0$  为地球有效半径,  $R_0 = 6\,356\,766\text{m}$ 。大气压力随高度的变化关系近似为

$$L \neq 0 \text{ 时} \quad p = p_b \left[ 1 + \frac{L}{T_b}(H - H_b) \right]^{-\frac{g_0}{LR}} \quad (1-10)$$

$$L = 0 \text{ 时} \quad p = p_b \exp \left[ -\frac{g_0}{RT}(H - H_b) \right] \quad (1-11)$$

式中  $p_b$  是相应高度层底面的压力(Pa),  $g_0$  为标准重力加速度( $\text{m/s}^2$ ),  $R$  为气体常数,  $R = 287\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ 。重力加速度与高度的关系近似为

$$g = \frac{g_0}{1 + \frac{h}{R_0}} \quad (1-12)$$

表 1.2 各温度层的底面高度  $H_b$ 、底面压力  $p_b$ 、底面温度  $T_b$  和温度梯度  $L$

$H_b$ (m)	$T_b$ (K)	$p_b$ (Pa)	$L$ (K/m)
0	288.15	101 325	0.0065
11 000	216.65	22 632	0
20 000	216.65	5474.8	0.001
32 000	228.65	868.01	0.0028
47 000	270.65	110.90	0
51 000	270.65	66.983	0.0028

为了精确模拟飞行轨道,尚需考虑非标准大气的影响。

## 附录 A 高超声速层流边界层厚度随马赫数和雷诺数的变化关系

高超声速层流边界层厚度  $\delta$  可表示为

$$\frac{\delta}{x} \propto \frac{M_\infty^2}{\sqrt{Re_{\infty x}}} \quad (\text{A-1})$$

式中符号  $\propto$  表示比例关系,  $Re_{\infty x} = \frac{\rho_\infty V_\infty x}{\mu_\infty}$ ,  $\rho_\infty$ 、 $V_\infty$ 、 $\mu_\infty$  分别是自由流中气体的密度、速度和粘性系数。现对上式来源作如下说明。

对于不可压缩平板层流, 由著名的勃拉休斯解<sup>[5]</sup>

$$\frac{\delta}{x} \propto \frac{1}{\sqrt{Re_{\infty x}}} \quad (\text{A-2})$$

对于可压缩流, 认为上面的公式成立, 但式中雷诺数需取边界层中的特征值计算<sup>[16]</sup>

$$Re_x^* = \frac{\rho^* V_\infty x}{\mu^*} \quad (\text{A-3})$$

$$\frac{\delta}{x} \propto \frac{1}{\sqrt{Re_x^*}} \quad (\text{A-4})$$

式中上标 \* 表示边界层中的特征值。取恢复温度  $T_r$  为边界层中的特征温度

$$T^* = T_r = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} r M_\infty^2\right) T_\infty \quad (\text{A-5})$$

式中  $r$  为恢复因子。在高超声速近似下

$$T^* = \frac{\gamma - 1}{2} r M_\infty^2 T_\infty \quad (\text{A-6})$$

对于层流, 恢复因子  $r = \sqrt{Pr}$ , 即为普朗特数的平方根。再取粘性与温度的关系近似为线性关系

$$\frac{\mu^*}{\mu_\infty} = \frac{T^*}{T_\infty} \quad (\text{A-7})$$

利用完全气体的状态方程得

$$\frac{\rho^*}{\rho_\infty} = \frac{p^*}{p_\infty} \frac{T_\infty}{T^*} \quad (\text{A-8})$$

对于边界层问题  $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$ , 则

$$p^* = p_\infty \quad (\text{A-9})$$

将(A-7)~(A-9)式代入  $Re_x^*$  的表达式, 得

$$Re_x^* = \frac{\rho^* V_\infty x}{\mu^*} = Re_{\infty x} \left(\frac{T_\infty}{T^*}\right)^2 = Re_{\infty x} \left[\frac{2}{(\gamma - 1) r M_\infty^2}\right]^2 \quad (\text{A-10})$$

代入(A-4)式, 从而有

$$\frac{\delta}{x} \propto \frac{M_\infty^2}{\sqrt{Re_{\infty x}}} \quad (\text{A-11})$$



上式的物理意义是明显的。高马赫数时,边界层中气体温度很高,气体的粘性大,气流的密度低,因此粘性影响区大。另外,高雷诺数时,气体粘性小,粘性影响区小。

(2-2)

$$\frac{1}{\sqrt{Re}} \approx \frac{\delta}{x}$$

(3-1)

$$Re = \frac{\rho V x}{\mu}$$

(4-1)

$$\frac{1}{\sqrt{Re}} \approx \frac{\delta}{x}$$

(5-1)

$$\tau_w \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma}{M^2} \right) = \tau_w \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma}{M^2} \right)$$

(6-1)

$$\tau_w = \mu \frac{dV}{dy}$$

(7-1)

$$\frac{\tau_w}{\rho V^2} = \frac{\mu}{\rho V x}$$

(8-1)

$$\frac{\tau_w}{\rho V^2} = \frac{\mu}{\rho V x}$$

(9-1)

$$\tau_w = \mu \frac{dV}{dy}$$

(10-1)

$$\left[ \frac{\tau_w}{\rho V^2} \right]_{x=0} = Re^{-1/2} = \left( \frac{\rho V x}{\mu} \right)^{-1/2} = \frac{\mu}{\rho V x}$$

(11-1)

$$\frac{\tau_w}{\rho V^2} = \frac{\mu}{\rho V x}$$