



PEDAGOGY OF  
MATHEMATICS

# 数学教育学

蔡亲鹏 陈建花 主 编  
苏建伟 赵京波 副主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

# 数 学 教 育 学

蔡亲鹏 陈建花 主 编  
苏建伟 赵京波 副主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大學出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

数学教育学 / 蔡亲鹏, 陈建花主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2008. 10

ISBN 978-7-308-06275-6

I. 数… II. ①蔡…②陈… III. 数学教学—教育学—师范大学—教材 IV. 01—4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 156335 号

## 数学教育学

蔡亲鹏 陈建花 主编

---

责任编辑 傅百荣

封面设计 俞亚彤

出版发行 浙江大学出版社

(杭州天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail. hz. zj. cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>

<http://www.press.zju.edu.cn>)

电话: 0571—88925592, 88273066(传真)

排 版 杭州求是图文制作有限公司

印 刷 德清县第二印刷厂

开 本 710mm×1000mm 1/16

印 张 22.5

字 数 403 千字

版 印 次 2008 年 10 月第 1 版 2008 年 10 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-06275-6

定 价 35.00 元

---

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571)88925591

## 前 言

当代教育的改革和发展已经聚焦在变革学校课程、教与学的层面,当前我国进行的基础教育课程改革回应了我国教育所面临的挑战和现实问题。课程改革是教育发展和发展的关键。新课程的实施,既强烈冲击着现有的师范教育体系,又对广大教育工作者提出了更高更新的要求。

教师发展是课程改革的中心,课程与教学的变革和发展需要教师的积极参与,教师的理论素养和实践能力是决定课程与教学改革成败的关键。新课程要求师范校在现有的教师培养过程中融入新课程理念,使未来的教师能够了解新课程、理解新课程、更新教育观念,改进旧的教学方法、教学行为和教学手段等。

本书是在海南师范大学数学与统计学院数学教育教研室的蔡亲鹏、陈建花、苏建伟、赵京波进行了深入的理论研究和实践探索的基础上,经过酝酿、讨论和多年的教学实践逐步形成的。本书结合海南省几年来的课改实践经验,现行中学数学课程标准和教材的实际,贯彻新课程的理念,以课程论、教学论、学习论为基础,研究探讨中学数学教育的理论和方法,并着重于数学教学的实践与研究。旨在培养适应 21 世纪要求的数学教育人才,满足基础教育改革与发展的需要。

本书可作为高等师范院校本科生、研究生使用的教材或参考书,也可以作为中学数学教师培训的教材。

在本书的编写过程中,我们参阅了许多著作和文章,很受教益。在此,谨向有关的作者致谢。

由于水平有限,书中难免存在疏漏和不足之处,敬请读者不吝指正。

编者

2008 年 4 月

# 目 录

|                            |       |
|----------------------------|-------|
| 第一章 数学教育学概述 .....          | (1)   |
| § 1.1 数学教育学的形成与发展 .....    | (1)   |
| § 1.2 数学教育学的研究对象 .....     | (6)   |
| § 1.3 数学教育学的研究方法 .....     | (8)   |
| § 1.4 数学教育观念的变革与更新 .....   | (11)  |
| § 1.5 数学教育改革的发展趋势 .....    | (18)  |
| 第二章 中学数学课程概述 .....         | (23)  |
| § 2.1 数学课程的一般问题 .....      | (23)  |
| § 2.2 我国数学课程发展的历史 .....    | (30)  |
| § 2.3 现代数学课程发展的趋势 .....    | (36)  |
| § 2.4 我国现行中学数学课程 .....     | (43)  |
| § 2.5 数学课程的若干思考 .....      | (49)  |
| 第三章 中学数学教学工作 .....         | (71)  |
| § 3.1 数学教学原则 .....         | (71)  |
| § 3.2 数学教学策略的选择 .....      | (90)  |
| § 3.3 数学教学模式与教学方法的选择 ..... | (94)  |
| § 3.4 数学教学情境的设计与选择 .....   | (117) |
| § 3.5 中学数学教学设计 .....       | (126) |
| § 3.6 中学数学新课程教学设计的特点 ..... | (134) |
| § 3.7 新课程下的数学教学过程 .....    | (135) |
| § 3.8 说 课 .....            | (143) |
| § 3.9 中学数学课外活动 .....       | (149) |

|                                |       |
|--------------------------------|-------|
| <b>第四章 中学数学逻辑基础与数学教学</b> ..... | (153) |
| § 4.1 数学概念及其教学 .....           | (153) |
| § 4.2 数学命题及其教学 .....           | (163) |
| § 4.3 数学中的推理与证明 .....          | (173) |
| § 4.4 数学问题解决及其教学 .....         | (185) |
| § 4.5 中学数学思想方法 .....           | (191) |
| § 4.6 课改下数学教学的思考 .....         | (198) |
| <b>第五章 数学能力的结构与培养</b> .....    | (211) |
| § 5.1 能力与数学能力 .....            | (211) |
| § 5.2 中学生数学能力的培养 .....         | (213) |
| § 5.3 新课程下数学能力培养的思考 .....      | (223) |
| <b>第六章 数学学习</b> .....          | (231) |
| § 6.1 数学学习概述 .....             | (231) |
| § 6.2 学习理论对数学学习的启示 .....       | (239) |
| <b>第七章 数学学习过程</b> .....        | (253) |
| § 7.1 数学学习的一般过程 .....          | (253) |
| § 7.2 数学学习的特殊过程 .....          | (262) |
| § 7.3 数学学习的记忆和迁移 .....         | (287) |
| § 7.4 数学学习中的非认知因素 .....        | (295) |
| § 7.5 新课程下数学学习方法及学法指导 .....    | (300) |
| <b>第八章 数学教育实践与训练</b> .....     | (305) |
| § 8.1 数学教育实习 .....             | (305) |
| § 8.2 数学教育研究 .....             | (311) |
| § 8.3 中学数学教师的专业素养 .....        | (320) |
| § 8.4 数学教师专业发展的途径 .....        | (325) |
| § 8.5 课改实践简介 .....             | (336) |
| <b>参考文献</b> .....              | (352) |

# 第一章 数学教育学概述

数学教育学或数学教学论已成为高等师范院校数学教育专业的一门专业必修课。在学习本课程之前,首先应该明确数学教育学的形成与发展、研究的对象和方法,同时还应了解本课程的学习方法和学习目标以及我国数学教育观念的变革与更新、未来数学教育的发展趋势。下面就这些问题作一简要的介绍

## § 1.1 数学教育学的形成与发展

数学教育学的主要理论基础是数学教育哲学和数学教育心理学,本节将简要介绍它们的形成、现状与发展。

### 一、数学教育学的诞生与现状

在源远流长的历史长河中,人类的数学教育实践,积累了丰富的数学教育经验;同时人们在实践中又不断地探索和研究,极大丰富了数学教育宝库。这些都是数学教育理论得以形成与发展的社会源泉。

另一方面,经济的变革,社会的进步,科学技术的发展,推动了数学教育不断地改革,促使数学教育与社会、经济、科技发展的需要相适应。近30年来,由于科学技术飞速发展,加速了学科之间相互渗透、相互融合、相互为用的进程。数学教育在其发展过程中,不断吸纳了相关学科的成果,它既有哲学思想的更新,又有教育学和心理学新成果的注入,还有思维科学、脑科学,以及数学科学自身发展的新内容的充实,更有信息论、控制论、系统论等三论的科学方法作指导。这些学科理论的渗透、充实,丰

富了数学教育理论,为数学教育科学奠定了坚实的理论基础。

数学教育理论,来自社会的数学教育实践以及相关学科理论的渗透,更来自对自身长期实践经验总结的升华。

我国最早的数学教育理论学科,叫做“数学教授法”。辛亥革命后更名为“数学教学法”,此名一直延续到20世纪50年代末。无论是“数学教授法”还是“数学教学法”,实际上只是讲授各学科通用的一般教学法,30年代至40年代,我国曾陆续出版了几本“数学教学法”的书,如1949年1月商务印书馆出版了刘开达编著的“中学数学教学法”。但这些书多半是对前人或外国关于教学法研究所得,并根据自己教学实践进行修补而总结的经验,并未上升成理论。

新中国成立后的“中学数学教学法”,在50年代,用的是苏联伯拉基斯等编的“数学教学法”,其内容主要介绍中学数学教学大纲的内容和体系,以及中学数学中的主要课题的教学法,这些内容虽然仍停留在经验上,但比以往只学一般的教学方法有所进步,毕竟变成为专门的中学数学教学方法。为深入研究数学教学的一般原理,又将“数学教学法”改名为“数学教材教法”。70年代后期,又演变成新的“中学数学教材教法”。这个时期,把北师大等十三院校编写的《总论》和《分论》,作为高等师范院校的数学教育理论学科的教材。1990年,北师大曹才翰教授编著的《中学数学教学概论》问世,标志着我国数学教育理论学科已由数学教学法演变为数学教学论,由经验实用型转为理论应用型。

正当我国教育改革进入新时期之时,国外数学教育已出现了新的改革潮流,早在70年代,国外已把数学教育作为单独的科学研究。过去从属于数学和教育学的“数学教学法”或“数学教材教法”,已演变成独立的边缘学科——“数学教育学”。

数学教育学是研究数学教育过程客观规律的一门实践性很强的综合性理论学科。它是数学、哲学、逻辑、教育、心理、现代教育技术等多种学科的边缘学科。它是一门正在形成、发展的学科,至于它的研究对象、内容与理论体系众说不一,大体有如下几种学说:

#### 1. 教学中心说

这种学说以教学的一般规律为主线,结合数学教材教法建立数学教学的理论体系,它的内容主要介绍数学教学中的基本问题,如教学目的、内容、原则、方法、组织形式及数学各科的教学法,其代表作为苏联伯拉基斯、李亚平的《数学教学法》。

## 2. 数学活动说

这种学说认为“数学教育的对象是数学教学”。所谓数学教学就是数学思维活动的教学,主张按数学思维规律的教学作为主线,建立数学教育的理论体系。其主要内容,在宏观上论述了数学的现代教法,突出了数学思维活动规律的教学;在微观上详述了学校数学中数学思想的形成和发展,并对一些最基本的数学概念、思想、方法进行具体分析,提出了教学参考方案。苏联著名数学教育家斯托利亚尔所著的《数学教育学》为这一学说的代表作。

## 3. 三角形说

这种学说以数学课程、教师、学生为研究对象,以数学课程论、教学论、学习论为主线组建数学教育学的理论体系,这就是说以数学课程、教师和学生为三角形的三个顶点构成一个三角形的框架。这三个顶点分别对应着课程论、教学论和学习论。这个三角形的三条边反映着三者之间的关系,三角形内部则为教育的内部环境,而三角形的外部则为外部环境。因此,研究三角形上的三个顶点中的三种人(课程编写者、教师、学生)和对应着的三种理论以及他们之间的关系及其三角形内外部的影响和制约关系就成了“三角形说”的体系。北师大曹才翰等著的《数学教育学概论》就是这一学说的典型代表作。

## 4. 体系说

这种学说认为数学教育学,是一个完整的学科体系。它应以数学为基础,教育为主线,利用科学方法论为指导,综合运用哲学、逻辑、教育、心理、现代教育技术等学科的理论,将各门独立分支学科组成一个完备的学科体系。这个体系的主要分支学科有“数学思想史”、“数学方法论”、“数学教学论”、“数学学习论”、“数学课程论”、“数学教育评价”、“数学教育史”、“数学教育心理学”、“比较数学教育学”等。

# 二、数学教育哲学——数学教育学的理论基础之一

20世纪60年代席卷欧美,波及世界的“新数运动”,引起了国际数学教育界轩然大波。这是在结构主义数学观指导下,旨在重塑数学知识的逻辑结构,注重数学理解的一场数学教育改革运动。运动遭到挫折后,许多国家的数学家、数学教育家就这场运动作了多视角分析。从哲学来分析和思考,“新数运动”最大的哲学失误,是完全忽视了教师 and 学生的实际认识过程。随着国际上的数学教育改革运动的蓬勃发展,国际数学教育界愈来愈认识到,哲学对数学教育的指导意义是不可低估的。80年代以

来,在多次国际数学教育会议(ICME)上,数学教育哲学,作为一个独立的论题被纳入会议议程,一群有志于研究数学教育哲学的学者组织了国际性的“数学教育哲学团体”(POME)。数学教育哲学作为数学教育学的理论基础,被越来越多的人认可。把它作为一门独立学科来研究也由此应运而生。

什么是数学教育哲学?英国学者 P. Ernest 认为:“这涉及四个不同的领域:对象(数学),教师和教学,学生和学习,以及社会环境。它们引出了一系列的哲学问题,包括数学哲学,教学的目的和理论,中介物(教材、计算机等)的应用,学习理论,以及所有这些在整个文化环境中的关系等等。”南京大学郑毓信教授对此作了更具体说明,他认为“数学教育哲学主要包括以下三个问题:第一,什么是数学?这即是所谓的数学观。第二,为什么要进行数学教育?这涉及数学教育的目标及其评价标准。第三,应当怎样去进行数学教学?这就是关于数学学习和教学活动的认识论分析”。从数学教育哲学研究的三个主要方面可以看到,它与数学哲学研究的范畴是有一定区别的。数学哲学是对“数学活动”的哲学思考分析,它主要研究数学对象的性质及存在方式;数学认识过程的特点和规律性;数学思维活动的一般规律和方法。而数学教育哲学是关于数学教育的哲学分析,是“关于数学教育的‘活的哲学’”。

数学教育哲学是一个正处于发展之中的新学科,尚未形成系统的理论。但在数学教育哲学所研究的三个主要方面,已形成了如下一些观点。

#### 1. 关于数学观

数学观的现代发展,已由静态的绝对主义的数学观向动态的拟经验主义数学观转化。前者认为数学是数学知识的简单汇集,而后者则认为数学是人类一种创造性活动,它是一个由数学理论、数学方法、数学问题和数学特有的符号语言等多种成分所组成的复合体。这种复合体即是人类创造性活动的产物。

#### 2. 关于数学教育的目标认识

数学教育哲学并不具体涉及如何制定数学教育的目标,它的任务只是对数学教育目标提供一个基本的认识框架。由此而提出了关于数学教育目标的“价值性原则”和“时代性原则”。所谓“价值性原则”,通常有两种说法,其一,数学是人们认识和实践活动的一种工具,即人们在日常生活和工作中,以及工程技术和科学研究中都离不开数学,它既是一种语言又是一种技术。其二,数学是思维的体操,能教你思考。数学教育的“时代性原则”是指的数学教育必须与社会的进步相适应;数学教育必须与数

学发展相适应;数学教育必须与教育科学的发展相适应等三项原则。

### 3. 关于数学学习观

数学教学是建立在数学学习活动的基础之上的。因此,我们只有从认识论的角度去揭示数学学习活动及其本质。才可能解决“应当怎样去进行数学教学”的问题。

认知心理学认为,数学学习活动过程,是新的数学学习内容与学生原有数学认知结构中的有关内容相互作用,从而形成新的数学认知结构或扩大原有的数学认知结构的过程。在这个过程中,不应仅仅局限于研究学生的可见的行为,而应深入到认识主体(即学生)内在的思维活动。“建构主义的学习观”认为,数学学习不是一个被动吸收的过程,而是学生以已有的知识和经验为基础的主动的建构过程。

## 三、数学教育心理学——数学教育的理论基础之二

教育心理学也是人们在教育实践中发生、发展起来的。古今中外许多教育家、教育思想家,在总结了人类实践中所积累的丰富的经验基础上,概括出了不少教育心理学思想和论点,如孔子的《论语》、荀况的《劝学》、朱熹的《朱子全书》等等,都有关于教育心理学的论述。世界公认美国心理学家桑代克 1903 年撰写的《教育心理学》的公开发表,标志着教育心理学已成为一门独立学科。

数学教育心理学作为一个相对独立的、专门的课题来研究,却起源于 1972 年第二届国际数学教育大会。在这次大会上,以色列、加拿大、德国等国的心理学家,交流了有关数学学习问题的论文,这些论文主要研究方向还是纯心理学的理论,大多数与数学发生的关系不大。于是,与会者发起组织一个工作组,着手综合各国研究的成果,给予评价。到了 1976 年第三届国际数学教育大会召开之时,以色列学者 Fischbein 作了题为《关于数学学习过程的研究报告》,这篇报告是数学教育心理学研究发展的一个里程碑。他总结了该专题研究的现状,展望了发展趋势,也促使了数学教育心理学的国际性组织(简称 PME)的成立。这个组织每年都召开例行的年会,讨论的课题既具体又广泛,有涉及教材内容方面的,也有学习方法研究的,总之,PME 致力于从实际教学中建立和发展数学教育心理学的理论。

数学教育心理学是研究在数学教育过程中的学和教的基本心理规律的学科,它是一门实验科学,以数学教学实际为起点和归宿,用观察、实验、调查、个案研究等作为基本方法进行实证性研究。

数学教育心理学是一门新兴的学科,它的理论正逐步形成与完善。当前研究的主要趋势:一是人们正在逐步放弃行为主义的观点和方法,转而多做认知方面的探索。认知论主要注重深入分析学生学习中大脑的思维过程,研究内部思考的基础、动因和机制,思考的方向、方式以及过程的展开等等。注意培养学生的主动性、创造性和科学的思考方法。二是数学教育心理学借鉴了建构主义的许多观点。建构主义具有认知理论和方法论的双重身份。从认知理论角度来看,建构主义认为“所有知识都是被建构的”,知识起源于学生的动作、活动,学生通过外部运算的逐步内化,并对运算过程进行反省抽象(即人们对客体操作的内化过程,而不是对客体的一系列观察过程),从而建构成数学知识。从方法论的角度来看,建构主义认为,学生在接触数学学习之前,在日常生活中,学生已积累了一些非形式化的数学,在学习之中又接受了形式化的数学内容,它们之间交互作用,形成了个人的认知结构,因此,成功的教学必须是教师的讲授与学生的认知结构的有机结合。

## § 1.2 数学教育学的研究对象

20世纪以来,随着科学技术的迅猛发展,社会对数学教育提出了新的、更高的要求,因而世界各国对数学教育,特别是中小学数学教育的改革都进行了程度不同的探讨,而且这种不仅在理论上,同时也付诸于实践的数学教育改革还在不断的深化和发展着。从理论的发展看,数学教育学的研究对象已形成了包括数学教学论、数学课程论、数学学习论、数学方法论、数学思维论、数学教育测量与评价等围绕数学教育为中心的学科群。数学教育,已成为学科教育研究中最活跃的学科之一。相应地,作为培养未来教师的师范院校,其数学教育类的课程也在不断改革、不断充实和完善。总体上说,数学教育学是研究数学教育规律的一门学科。

关于“数学教育学”的研究对象,目前尚未统一的定论,比较趋于一致的观点是:数学教育学包括数学课程理论、数学学习理论和数学教学理论等三个部分。具体地说,“三论”的主要研究内容可概括如下。

## 一、数学课程论的主要研究内容

### 1. 数学教学内容

即教什么内容,为什么要教这些内容等问题,涉及数学教学内容的选择和编排。显然,这就必须研究数学课程与社会的关系、与数学教育价值的关系以及与学生认知水平的发展关系等,研究如何处理好数学课程与社会、知识、学习者之间的协调性,使这几方面得到和谐统一地发展。

### 2. 数学课程的发展

了解数学课程的发展历史,揭示课程演变的某些客观规律,对目前的数学课程进行修正和对未来的数学课程编制作出正确决策。

### 3. 数学课程的评价

进行新课程教学实验,研究课程目标,建立评价体系,检验课程实施结果等,给课程改进和新课程的编制提供依据,同时还可促进教学方法的改革和发展。

## 二、数学学习论的主要研究内容

### 1. 数学学习的心理规律

包括数学概念、命题、问题解决的学习心理过程;技能的获得与应用;数学认知结构与迁移;数学学习中的非智力因素等。

### 2. 数学能力与数学思维

研究数学能力的结构与成分;数学能力与一般能力的关系;数学能力的培养途径;数学思维的分类、过程及方式;数学思维能力的培养等。

## 三、数学教学论的主要研究内容

(1)数学教学的目的和任务。

(2)数学教学原则。

(3)数学教学过程、教学组织形式以及教学手段等。

(4)数学教学方法。

(5)教学效果的检测与评价。

从上述的研究内容可以看出,数学教育学是一门与数学、哲学、教育学、心理学、逻辑学等相关联的综合性学科,但这种综合性不是将这些学科随意地拼凑与组合,而是从数学与数学教育的特点出发,运用各个相关学科的原理、结论、思想、观点和方法来解决数学教育本身的问题。需要指出的是,虽然“三论”分别有各自的研究对象,但是它们之间有着不可分

割的联系。数学教学是根据一定的课程内容来进行的,数学课程论的研究是数学教学论研究的基础,而数学课程的编制又受教、学双方的制约,相应地要受到数学教学论与学习论的影响。

### § 1.3 数学教育学的研究方法

数学教育学是一门正在发展的新兴学科,其内容既有很强的理论性,又有很强的实践性;既要从整体上宏观地研究,又要对其中的部分进行微观的研究,这就决定了数学教育学有其特殊的研究方法。其特殊性体现在:它往往不是孤立、单一的研究方法,而是综合的、系统的研究方法,如调查法、文献研究法、实验法、行动研究等方法的综合运用。

#### 一、调查法

调查法是为了弄清所研究问题的实际情况,获得事实、材料或数据,以利于探索它的规律而采取的一种方法。调查是一种有目的有计划的活动,一般在进行调查之前,先要确定调查课题,制订调查计划,其中包括明确调查对象,拟定调查提纲与步骤等;然后进行实际调查和搜集资料,所搜集的资料力求全面、客观、真实并具有代表性;最后,对调查所得情况、资料和数据等进行分析、整理,从中提炼概括出规律性的东西。

在实际调查和搜集资料时,可以采用多种形式和方法,如谈话、问卷、测试、追踪等,这些都要根据调查的课题、目的、对象与具体情况,灵活加以选用。谈话法是直接与被调查者对话了解情况、观察动向,这就需要预先明确谈话的目的,拟定谈话内容或提纲,以及进行的方式和估计谈话中可能出现的问题及所采取的对策。每次谈话都要做好记录,以便于归纳整理。问卷法是用书面方式搜集情况或数据,它简单易行且调查的面广。在使用此法时,要求所提问题必须恰当、明确,能让被调查者如实地回答问题。测试法是根据调查的目的,拟出合适的试卷,通过测试,从被调查者的解答中了解情况,并通过比较、分析,揭示其规律。追踪法是对被调查的个体或群体,在比较长的时间内,进行有系统的、定期的调查,调查过程中可以采用谈话、问卷或测试等方法了解情况,取得资料或数据,以便在发展变化过程中发现量变或质变的规律等。

## 二、文献研究法

文献是把人类知识用文字、图形、符号、声频、视频等手段记录下来的东西。文献研究法就是对文献进行查阅、分析、整理并力图找寻事物本质属性的一种研究方法。

文献法研究的主要步骤:

### 1. 分析和准备阶段

此阶段包括分析研究课题,明确自己准备检索的课题要求与范围,确定课题检索标志,以确定所需文献的作者、文献类号、表达主题内容的词语和所属类目,进而选定检索工具、确定检索途径。

### 2. 搜索阶段

搜索与所研究问题有关的文献,然后从中选择重要的和确实可用的资料分别按照适当顺序阅读,并以文章摘录、资料卡片、读书笔记等方式记录所搜集材料。

### 3. 加工阶段

要从搜集到的大量文献中摄取有用的情报资料,就必须对文献作一番去粗取精、去伪存真、由表及里的加工工作。主要包括:剔除假材料,去掉相互重复、陈旧、过时的资料;从研究任务的观点评价资料的适用性,保留那些全面、完整、深刻和正确地阐明所要研究问题的一切有关资料。然后对这些资料进行比较、分析,总结规律,借鉴吸收。

## 三、实验法

这里的实验法是指数学教育实验。它是根据一定的数学教育理论假说,创设一种人工的数学教育情境。研究者在实验中控制住各种与实验因素无关的条件,使其保持稳定不变,同时对实验因素加以操纵,使其按预先设计发生变化,然后对实验因素加以观察和测定并进行分析,以此来确定数学教育现象之间的关系的一种研究方法。在实验中由于控制和排除了无关因素的影响和干扰,突出了实验因素,因而较为真实地反映了事物之间的因果关系;而对实验因素人为地进行控制,在实验中可以观察到在自然条件下不易遇到的情况,或出现某种实验因素的效果,获得有价值的结论。有些实验需要建立实验组与对照组。对照组完全保持正常情况,不受实验因素的影响,以便于实验后与实验组进行对照、比较。对数据进行分析,一般都采用统计的方法。

#### 四、行动研究

在《国际教育百科全书》中,“行动研究”的定义是:由社会情境(教育情境)的参与者为提高对所从事的社会或教育实践的理性认识,为加深对实践活动及其依赖的背景的理解所进行的反思研究。在行动研究中,被研究者(如教师、学生、教辅人员等)不再是研究的对象,他们也成了研究者。通过对过去行动的反思研究和新的“行动”,所有的参与者(包括教育专家、科研人员、教师、学生、教辅人员、家长等)将研究的发现和收获直接运用于教学、学习、管理、指导、监督等活动中,以提高教育实践活动的效率,提高教育教学及管理质量,并提高自己改变社会现实的能力。这种研究的目的是唤醒被研究者的意识,使他们更加相信自己的能力,参与到对所从事工作的研究中,并相信自己通过努力能够改变自己在教育情境中的现状,提高自己的实践效果。

行动研究既然是针对教育实际情境而进行的研究,是从实际中来又到实际中去的,因而它适用于那些教育实际问题(而不是理论问题)的研究,以及中小规模的实际研究。具体说,它常表现为三种情况,或者说是三种层次:第一,某教师单独对某班某学科的教学实施新策略,或将自己的新观点试行于行动,研究者与实践者是一个人。第二,由学校组织若干教师和教辅人员组成研究小组自行进行研究,或者在外聘专家的指导下进行研究,可以充分发挥教师集体的智慧和力量。第三,由专业研究人员、教师、学校行政领导甚至政府部门的领导者等组成比较完善的研究队伍从事某些实际问题的研究。这是一种典型的行动研究类型。

虽然行动研究强调,应该研究具体的实际问题,应该视每一个具体课题的情境而定研究的程序和方法,没有统一的、明确的模式或步骤,但是归纳起来,仍可以找到一个大致研究程序。克密斯采纳了行动研究的创始人勒温的思想,认为行动研究是一个螺旋式加深的发展过程,每一个螺旋发展圈又都包括计划、行动、观察、反思四个相互联系、相互依赖的基本环节。

近年来,除了上述研究方法外,谈话法、个案分析法等研究技术受到人们的广泛关注。目前,数学教育研究的基本任务是描述各种数学思维本身的各种形式,这是因为,数学学习只不过是各种数学思维形式之间的一种转换或迁移。因此,了解数学思维的研究手段,如谈话法、个案分析法等受到研究者的青睐。当然,随着科学研究的不断发展,还会出现很多卓有成效的研究方法。

## § 1.4 数学教育观念的变革与更新

20 世纪 50 年代以来,世界各国数学教育改革风起云涌。我国在 70 年代中期以前,数学教育基本上还是自我封闭状态。80 年代以后,在邓小平同志“面向现代化,面向世界,面向未来”的战略思想指引下,我国数学教育开始步入世界数学教育改革的潮流。数学教育界,在继承和发扬我国数学教育优良传统基础上,吸纳了世界先进的数学教育思想和数学教育理论,与我国国情相符合的数学教育观念正在逐步形成。

### 一、从数学“精英教育”观更新为“提高全民族数学文化素养”的教育观

《中国教育改革和发展纲要》明确指出:“世界范围的经济竞争,综合国力竞争,实质上是科学技术的竞争和民族素质的竞争。从这个意义上说,谁掌握了面向 21 世纪的教育,谁就能在 21 世纪的国际竞争中处于战略主动地位。”发展基础教育是发展我国教育的重中之重,而提高受教育者的素质,是我国实现四个现代化的必由之路。在素质教育中,数学教育又处于重要的地位。这是因为随着世界科学技术迅猛发展,生产机械化和自动化程序日益提高,社会正由工业化时代进入信息化时代,信息化社会很重要一个特点是定量化和定量思维。定量化和定量思维的基础语言和工具是数学。不仅如此,一旦计算机被广泛应用,数学将是一种通用技术,人人都必须掌握。因此,数学素养将是 21 世纪合格公民素质结构中的一个重要组成部分。“数学是属于所有人的,因此我们必须将数学教给所有的人。”

“一种没有相当发达的数学文化是注定要衰落的,一个不掌握数学作为一种文化的民族也是注定要衰落。”这是一条极富哲理的真理,这里我们无意去论证它。不妨举两个例子作为实证。例证 1,数学是中国古代最发达的传统学科之一。公元前 2 世纪至公元 14 世纪,我国数学研究一直处于世界领先地位,出现了刘徽、祖冲之、秦九韶、杨辉、朱世杰等杰出的数学家;产生了一批如《九章算术》、《详解九章算法》、《四元玉鉴》等数学名著;发明和创建了一系列如“割补术”、“贾宪三角”(二项系数表)、“大