

全国高等教育自学考试教材

经济科学出版社



解析几何

陈绍菱 傅若男 编著

ISBN 7-5058-0805-2



9 787505 808058 >

ISBN 7-5058-0805-2
G · 93 定价: 21.20 元

0182
8

0182
8

全国高等教育自学考试

解 析 几 何

陈绍菱 傅若男 编著

经 济 科 学 出 版 社

图书在版编目(CIP)数据

解析几何/陈绍菱,傅若男编著. -北京:经济科学出版社,
1995

(全国高等教育自学考试丛书)

ISBN 7-5058-0805-2

I. 解… II. ①陈… ②傅… III. 解析几何-高等教育-
自学参考资料 IV. 0182

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 04477 号

出版前言

高等教育自学考试教材建设是高等教育自学考试工作的一项基本建设。经国家教育委员会同意，我们拟有计划、有步骤地组织编写一些高等教育自学考试教材，以满足社会自学和适应考试的需要。《解析几何》是为高等教育自学考试数学专业组编的一套教材中的一种。这本教材是根据专业考试计划，从造就和选拔人才的需要出发，按照全国颁布的《解析几何自学考试大纲》的要求，结合自学考试的特点，组织高等院校的专家编写的。

数学专业《解析几何》自学考试教材，是供个人自学、社会助学和国家考试使用的。无疑也适用于其他相同专业方面的学习需要。现经审定同意予以出版发行。我们相信，随着高教自学考试教材的陆续出版，必将对我国高等教育事业的发展、保证自学考试的质量起到积极的促进作用。

编写高等教育自学考试教材是一种新的尝试，是项巨大的工程，希望得到社会各方面的关怀和支持，使它在使用中不断提高和日臻完善。

全国高等教育自学考试指导委员会

1994年11月

序 言

本书是根据全国高等教育自学考试数学专业《解析几何自学考试大纲》的精神及编者多年从事教学工作的体会，为已学过初等数学（特别是平面解析几何）的读者进一步自学高等数学而编写的。

解析几何是几何学的一个分支，在高等数学发展史上起着非常重要的作用。它是形数结合的桥梁，也是从初等数学到高等数学的转折点，在数学的各个分支和物理、力学以及其他许多科技领域都有广泛的应用。因此，本课程的学习好坏，会直接影响其他课程的学习。当然，在缺少面授的情况下，要通过自学作到无师自通，也会遇到各种各样的困难，但只要勤学苦练，多思考多动手，持之以恒地进行学习，还是完全可以学好的，开考数学专业的各省、直辖市、自治区已经有许多同志通过了这门课程的考试，有些还取得了很好的成绩，这就是明证。

为了便于自学，适应自学者的需要，本书对基本理论和基本方法有较详尽的阐述；概念的引入尽量从具体地方入手，逐步深入；定理的论证和叙述也力求清楚简明。在每章的开头都对本章所要论述的主要内容作了说明，以使自学者心中有数；在结尾都有小结，归纳本章的要点及与本课程其他部分的联系。还注意与平面解析几何的有关部分进行类比。此外，对学习中容易出错的地方也给予提醒和说明。全书配有

一定数量和不同难易层次的例题和习题，书后附有答案或提示。希望以上作法能对自学者有所帮助。

本书以空间解析几何为主，同时介绍了两种几何——欧氏解析几何和仿射几何，这两种几何有密切的关系，但又有很大的差别，自学者对此必须予以足够的重视，考虑问题时要能分清它是属于哪一种几何，并采取相应的解决途径（如适当选取直角坐标系或仿射坐标系）。由于解析几何是用代数的方法来处理几何问题，因此在求解一个问题时，既要注意其几何的方面，对解决的途径和步骤有简明的几何构思，同时又要掌握相当的计算技巧，能选用恰当的公式进行准确熟练的计算，由计算结果得到所要的几何结论，换句话说，就是要通过对问题的分析，将几何问题转化为代数问题，随后对代数计算的结果给出几何的解释。这种分析和解决问题的能力，在学习高等数学的其他课程时也是必要和重要的，高等数学虽有许多分支学科，相应地有许多不同性质的课程，但数学又是一个统一的整体，各个分支、各门课程之间是相互联系、交叉渗透的。

华宣积、李秉贞、郭卫中、莫光强、章学诚老师对本书初稿提出了许多很好的意见和建议，在修改过程中又得到了他们热诚的帮助，在此谨致谢意。本书虽经反复修改，不妥之处仍难避免，请大家多多指正。

陈绍菱 傅若男

1994年10月30日

目 录

第一章 向量代数

§ 1. 向量的概念及其几何表示	(1)
1·1 向量的概念	(1)
1·2 向量的表示	(2)
习题 1·1	(4)
§ 2. 向量的加法和减法	(4)
2·1 向量的加法	(4)
2·2 向量加法的运算规则	(6)
2·3 向量的减法	(9)
习题 1·2	(11)
§ 3. 数与向量的乘法	(12)
习题 1·3	(17)
§ 4. 共线向量和共面向量	(18)
4·1 共线向量与共面向量的概念	(18)
4·2 共线向量和共面向量的判定	(18)
习题 1·4	(23)
§ 5. 向量的分解和向量的坐标	(24)
5·1 向量的分解	(24)
5·2 向量的坐标	(25)
习题 1·5	(30)

§ 6. 向量在轴上的射影	(31)
习题 1·6	(34)
§ 7. 向量的数量积	(34)
7·1 向量的数量积	(35)
7·2 数量积的运算规则	(35)
7·3 数量积的坐标表示	(38)
7·4 向量的方向余弦	(39)
习题 1·7	(43)
§ 8. 向量的向量积	(44)
8·1 向量的向量积	(45)
8·2 向量积的运算规则	(46)
8·3 向量积的坐标表示	(50)
习题 1·8	(52)
§ 9. 向量的混合积及双重向量积	(53)
9·1 向量的混合积	(53)
9·2 混合积的坐标表示	(56)
9·3 双重向量积	(57)
习题 1·9	(62)
小结	(64)

第二章 坐标与方程

§ 1. 平面上的仿射坐标系	(71)
习题 2·1	(75)
§ 2. 空间的仿射坐标系和直角坐标系	(75)
习题 2·2	(81)
§ 3. 几个简单的几何问题	(82)
3·1 两点间的距离	(82)

3·2 有向线段的定比分点	(82)
3·3 三角形的面积	(84)
3·4 四面体的体积	(84)
习题 2·3	(88)
§ 4. 几个简单的轨迹问题	(88)
习题 2·4	(91)
§ 5. 曲面与空间曲线的方程	(91)
5·1 曲面的方程	(91)
5·2 空间曲线的方程	(94)
习题 2·5	(97)
§ 6. 空间曲线和曲面的参数方程	(98)
6·1 空间曲线的参数方程	(98)
6·2 曲面的参数方程	(103)
6·3 圆柱面的参数方程与空间点的柱坐标	(108)
6·4 球面的参数方程与空间点的球坐标	(109)
习题 2·6	(110)
小结	(111)

第三章 平面和空间直线

§ 1. 仿射坐标系下平面的方程	(115)
1·1 平面的参数式方程和一般式方程	(115)
1·2 平面的三点式方程和截距式方程	(120)
1·3 两平面的位置关系	(122)
习题 3·1	(125)
§ 2. 直角坐标系下平面的方程	(126)
2·1 平面的点法式方程	(126)
2·2 两平面间的夹角	(128)

习题 3·2	(132)
§ 3. 平面的法式方程 点到平面的距离	(133)
3·1 平面的法式方程	(133)
3·2 平面到点的离差和距离	(136)
3·3 点和平面的相对位置	(138)
习题 3·3	(140)
§ 4. 空间直线的方程	(141)
4·1 空间直线的参数方程	(141)
4·2 空间直线的对称式方程 (或标准方程) 和两点式方程	(143)
4·3 空间直线的一般方程	(144)
4·4 空间直线在坐标面上的射影, 直线的射影式方程	(147)
习题 3·4	(152)
§ 5. 两直线的位置关系 直线和平面的位置关系	(154)
5·1 两直线的相互位置关系	(154)
5·2 直线与平面的位置关系	(158)
习题 3·5	(161)
§ 6. 直线和平面间的度量关系	(163)
6·1 两直线间的夹角	(163)
6·2 直线与平面的交角	(164)
6·3 点到直线的距离	(169)
6·4 异面直线的公垂线和异面直线间的距离	(171)
习题 3·6	(176)
§ 7. 平面束	(177)
7·1 平面束	(177)

7·2 平面束的应用举例	(180)
习题 3·7	(183)
小结	(183)

第四章 常见的曲面

§ 1. 球面	(187)
习题 4·1	(191)
§ 2. 柱面	(192)
2·1 柱面方程的建立	(192)
2·2 曲线的射影柱面	(198)
习题 4·2	(200)
§ 3. 锥面	(201)
3·1 锥面方程的建立	(202)
3·2 锥面方程的特征	(203)
习题 4·3	(208)
§ 4. 旋转曲面	(209)
4·1 旋转曲面一般方程的建立	(210)
4·2 旋转曲面方程的特殊形式	(212)
4·3 二次旋转曲面	(213)
习题 4·4	(222)
§ 5. 椭球面	(223)
习题 4·5	(228)
§ 6. 双曲面	(229)
6·1 单叶双曲面	(229)
6·2 双叶双曲面	(231)
6·3 双曲面的渐近锥面	(234)
习题 4·6	(238)

§ 7. 抛物面	(239)
7·1 椭圆抛物面	(239)
7·2 双曲抛物面	(241)
习题 4·7	(244)
§ 8. 二次曲面标准方程小结	(245)
习题 4·8	(249)
§ 9. 单叶双曲面与双曲抛物面的直纹性	(250)
9·1 单叶双曲面的直纹性	(250)
9·2 双曲抛物面的直纹性	(257)
习题 4·9	(259)
§ 10. 曲线产生曲面	(260)
习题 4·10	(263)
§ 11. 曲面的交线 曲面所围成的区域	(263)
11·1 二次曲面平截线的画法	(263)
11·2 二次曲面的作图	(266)
11·3 两曲面交线的作图	(268)
11·4 由平面和二次曲面所围成的空间区域的坐标表示	(271)
习题 4·11	(272)
小结	(273)

第五章 坐标变换与矩阵

§ 1. 平面仿射坐标变换和直角坐标变换	(279)
1·1 原点的变换 (移轴)	(280)
1·2 坐标向量的变换	(281)
1·3 一般的仿射坐标变换	(282)
1·4 直角坐标变换	(283)

1·5	向量的坐标变换公式	(287)
习题 5·1		(290)
§ 2.	空间仿射坐标变换和直角坐标变换.....	(291)
2·1	原点的变换 (移轴)	(291)
2·2	坐标向量的变换	(292)
2·3	一般的仿射坐标变换	(293)
2·4	空间直角坐标变换	(294)
2·5	代数曲面及其次数	(301)
习题 5·2		(302)
§ 3.	关于矩阵的一些准备知识.....	(303)
3·1	矩阵的运算	(305)
3·2	行列式	(311)
3·3	可逆矩阵	(314)
3·4	正交矩阵	(317)
习题 5·3		(319)
§ 4.	坐标变换的矩阵表示.....	(320)
4·1	保持原点的仿射坐标变换的矩阵表示	(321)
4·2	保持原点的直角坐标变换的矩阵表示	(325)
4·3	一般坐标变换的矩阵表示	(327)
习题 5·4		(330)
§ 5.	欧拉 (Euler) 角	(331)
小结		(334)

第六章 等距变换和仿射变换

§ 1.	集合与映射.....	(336)
1·1	映射与变换	(337)
1·2	映射的乘积及其运算法则	(339)
1·3	可逆映射与逆映射	(340)

习题 6·1	(341)
§ 2. 平面等距变换	(342)
2·1 平面上点变换的几个例子	(342)
2·2 平面等距变换及其基本性质	(344)
2·3 平面等距变换的基本定理	(348)
2·4 平面等距变换的坐标表示	(350)
习题 6·2	(357)
§ 3. 平面仿射变换	(358)
3·1 平面仿射变换的几个例子	(358)
3·2 平面仿射变换的定义和基本性质	(364)
3·3 平面仿射变换的基本定理	(365)
3·4 平面仿射变换的坐标表示	(368)
习题 6·3	(374)
§ 4. 空间的等距变换和仿射变换	(375)
4·1 刚体运动和等距变换	(376)
4·2 仿射变换	(383)
习题 6·4	(388)
§ 5. 仿射变换的变积系数	(388)
习题 6·5	(393)
§ 6. 变换群与几何学	(394)
6·1 变换群	(394)
6·2 变换群及其几何学	(397)
6·3 在变换群下图形的分类	(398)
习题 6·6	(401)
小结	(402)

第七章 二次曲线的一般理论

§ 1. 二次曲线与直线的相关位置	(405)
1·1 二次曲线与直线的交点	(405)
1·2 二次曲线的切线和奇点	(406)
习题 7·1	(410)
§ 2. 渐近方向	(410)
2·1 二次曲线的渐近方向	(410)
2·2 非渐近方向的几何特征	(412)
习题 7·2	(414)
§ 3. 中心及渐近线	(415)
3·1 二次曲线的中心	(415)
3·2 二次曲线按中心的分类	(416)
3·3 二次曲线的渐近线	(419)
习题 7·3	(420)
§ 4. 直径与共轭直径	(421)
习题 7·4	(426)
§ 5. 主方向和主轴	(427)
习题 7·5	(434)
§ 6. 二次曲线方程的化简和二次曲线的度量分类	(434)
6·1 用直角坐标变换化简二次曲线的方程和二次曲线的 度量分类	(434)
6·2 中心型二次曲线方程的化简	(439)
习题 7·6	(448)
§ 7. 二次曲线的不变量及规范方程	(449)
7·1 二次曲线的不变量和半不变量	(450)

7·2 二次曲线的规范方程	(457)
习题 7·7	(464)
§ 8. 二次曲线的仿射分类和仿射性质	(466)
8·1 二次曲线的仿射分类	(466)
8·2 二次曲线的仿射性质	(469)
习题 7·8	(471)
小结	(471)

第八章 二次曲面的一般理论

§ 1. 直线与二次曲面的相关位置	(474)
习题 8·1	(478)
§ 2. 切平面与奇点	(478)
习题 8·2	(482)
§ 3. 渐近方向和中心	(483)
3·1 渐近方向与渐近方向锥面	(483)
3·2 中心	(484)
习题 8·3	(490)
§ 4. 径平面与共轭方向	(491)
习题 8·4	(494)
§ 5. 主平面及主方向	(494)
习题 8·5	(503)
§ 6. 二次曲面一般方程的化简及分类	(503)
6·1 在直角坐标系下二次曲面方程的化简和度量分类	(503)
6·2 二次曲面的仿射分类	(511)
习题 8·6	(513)
§ 7. 二次曲面关于直角坐标变换下的不变量	(513)