

测量误差与 不确定度评定



王中宇 刘智敏 夏新涛 祝连庆 著



科学出版社
www.sciencep.com

测量误差与不确定度评定

王中宇 刘智敏 夏新涛 祝连庆 著



科学出版社
北京

内 容 简 介

本书将误差理论与不确定度原理融为一体，提出了测量误差与不确定度评定的理论与方法，重点解决工程实际中的误差分析与不确定度评定问题。本书以经典统计理论、误差理论、灰色系统理论和模糊集合理论为基础，对研究对象无特殊要求，允许测量数据的个数很少或概率分布未知。

全书共分四篇，第一篇为基础理论，第二篇叙述误差与不确定度评定的常用方法，第三篇介绍误差与不确定度评定的新方法，第四篇给出应用实例。

本书可以作为高等学校误差理论与数据处理相关课程的教材或教学参考书，还可供高等学校或科研院所从事计量测试、仪器仪表、系统控制、机械电子、应用数学、信息、医学统计以及经济分析等研究领域的人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

测量误差与不确定度评定/王中宇, 刘智敏, 夏新涛, 祝连庆著. —北京: 科学出版社, 2008

ISBN 978-7-03-021214-6

I. 测… II. ①王… ②刘… ③夏… ④祝… III. 测量误差-不确定度-评价 IV. P207

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2008) 第 035223 号

责任编辑: 姚庆爽 / 责任校对: 陈玉凤

责任印制: 刘士平 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

双青印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

* 2008 年 6 月第 一 版 开本: B5 (720×1000)

2008 年 6 月第一次印刷 印张: 21 1/4

印数: 1—3 000 字数: 405 000

定价: 60.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换<长虹>)

作者简介



王中宇，1963年4月生，1985年7月毕业于合肥工业大学，1988年7月获合肥工业大学硕士学位，1996年12月获华中理工大学博士学位。现任北京航空航天大学教授、博士生导师，兼任中国计量测试学会理事、全国误差与不确定度研究会常务理事、全国高校互换性与测量技术研究会理事和《应用光学》杂志理事等职。主要从事仪器科学与技术方面的教学与研究工作。著书3本，论文130余篇。E-mail: mewan@buaa.edu.cn



刘智敏，1935年7月生，1952年2月毕业于重庆西南工业专科学校。1952年3月至1956年7月在西南水利部及长江水利委员会工作。1961年8月毕业于武汉测绘学院。1961年8月至1995年7月在中国计量科学研究院工作，任误差应用数学研究室主任。1965年至今专职进行不确定度、误差理论和数据处理方面的研究工作，任ISO、IEC、BIPM、OIML国际测量不确定度工作组成员。著书20本，论文150余篇。E-mail: liu64277256@sina.com



夏新涛，1957年1月生，1982年12月从洛阳工学院（现河南科技大学）本科毕业后留校，1985年9月至1986年12月在哈尔滨工程大学学习硕士研究生主要课程，2007年12月获上海大学博士学位。现任河南科技大学教授，兼任中国机械工程学会高级会员、河南省机械工程学会理事、《轴承》杂志特约编委等职。主要从事滚动轴承设计与制造技术、精密制造中的测量理论与数据分析等教学与研究工作。著书10本，论文150余篇。E-mail: xiaxt@mail.haust.edu.cn



祝连庆，1963年10月生，1984年7月毕业于合肥工业大学，1989年5月获得合肥工业大学硕士学位。现任北京信息科技大学教授，兼任中国仪器仪表学会青年工作委员会委员、中国计量测试学会高级会员。主要从事仪器科学与技术方面的教学与研究工作。发表论文40余篇。E-mail: zhulianqing@sina.com

序

测量误差理论与不确定度评定是计量科学的重要研究内容之一，对科学技术的整体发展及人类认识自然和改造自然具有重要的科学意义。

为了保证获取信息的可靠性并提高测量的精度，计量科学不仅需要研究测量的方法和手段，而且还必须研究对测量数据的有效利用及其处理。随着对测量误差研究的不断深入，现代误差理论拓宽了经典误差理论的研究领域和应用范畴，逐渐发展成为融静态测量误差与动态测量误差于一体、随机误差与系统误差于一体、测量数据与测量方法或测量仪器于一体，以及多种不同误差分布于一体的误差分析与数据处理的新理论。测量不确定度是在误差理论的基础上发展起来的，是测量系统最基本的技术指标，也是表征测量质量的重要依据。测量不确定度不仅与计量科学技术密切相关，而且在计量管理和质量保证体系中发挥着日益重要的作用，已经成为现代误差理论研究的前沿和核心问题。

目前我国对误差理论与不确定度的研究已经取得了一定的进展，高等学校在本科生或研究生中开设的误差理论与数据处理方面的课程越来越受到重视，开设本课程的学校越来越多，科研院所和生产企业越来越多地把测量不确定度作为评定产品质量或技术水平的主要依据。然而现有的关于误差课程的教材、学术著作以及教学体系中，涉及不确定度的内容均仅限于基本知识的介绍，没有深入地从理论与应用技术上作全面系统的分析，而且缺乏误差与不确定度之间的内在联系，不能很好地满足科研与应用实践的需求。为了解决这一问题，更好地适应新形势的发展，作者将测量误差与不确定度融于一体，提出了一套完整的理论体系与方法，重点解决科学研究与测量实践活动中误差分析与不确定度评定的正确应用问题。因此该书的出版将为误差理论与不确定度的研究开辟一条新途径，同时也将对国民经济的发展和经济建设起到积极的促进作用。

该书作者是一支由老、中、青科研人员与教师相结合的队伍，其中既有专门从事误差与不确定度研究工作长达半个世纪的老专家，又有教学一线的中青年教师。他们不仅了解本学科的发展，也了解当前国际不确定度研究的动向，并且掌握了大量的第一手资料，这为他们编写该书提供了有利的条件。

该书的结构合理，语言文字通俗易懂，系统地反映了作者多年来特别是近

几年的最新研究成果。在内容上则循序渐进、深入浅出、理论联系实际，体现了先进性与新颖性的统一，具有明显的特色与创新，是一本高水平的学术著作。

适逢出版之际，谨为之序。

全国误差与不确定度研究会 理事长

中国计量测试学会 理事

中国仪器仪表学会 理事

中国微纳米学会 理事

合肥工业大学 教授

费业泰

2008年2月18日于合肥

前　　言

测量是人类认识自然与探索自然的重要手段，对科学研究具有重要的意义。误差存在的普遍性和必然性，已经为大量的测量实践所证实。测量结果的质量如何，需要用测量不确定度予以定量的表征。测量误差与不确定度评定不仅在科学实验和生产实践中占有重要地位，而且还是保证获取信息可靠性和提高测量准确度的重要手段。测量理论、测量技术、测量手段以及测量误差与不确定度评定是与生产和科学技术的发展相辅相成、相互促进的，其水平在很大程度上体现着一个国家科学技术发展的总体水平。因此测量误差与不确定度评定不仅是测量科学研究的重要分支之一，而且是现代测试技术的一个重要研究内容，也是整个科学技术发展中不可缺少的分析与研究手段，对测量科学的发展起到了积极的促进作用。

目前国内很多高校开设的误差理论与数据处理等相关课程，多以讲授误差理论为主，关于测量不确定度的内容一般讲授得很少，缺乏与误差之间的内在联系。而科研和生产部门则主要是以测量不确定度作为评定产品质量的依据。因此针对测量误差与不确定度缺乏内在联系的问题，将误差与不确定度融为一体，建立测量误差与不确定度评定完整统一的理论体系，编写适于硕士研究生兼顾博士研究生和本科生的著作或教材是非常必要的。

本书提出了测量误差与不确定度完整的评定理论与计算方法，重点解决工程实际中的误差分析与不确定度评定问题。本书以经典统计理论、误差理论、灰色系统理论、模糊集合理论为基础，对研究对象无特殊要求，允许概率分布未知，允许数据的个数很少。因此可以弥补经典误差理论的某些不足，为现代误差理论与不确定度的研究开辟新途径。本书的结构体系是以误差为基础，以不确定度为导向，充分阐述误差与不确定度之间的联系。在写作上则力求理论分析与实验研究并重，注重实际工作中的应用问题；在表述上力求深入浅出、理论紧密结合实际，纯粹的公式推导尽可能少，多用形象的图表进行解释，多举浅显通俗的例子以便于分析计算。

全书共分四篇，第一篇为基础理论，第二篇叙述误差与不确定度评定的常用方法，第三篇介绍误差与不确定度评定的新方法，第四篇给出应用实例。

关于测量误差与不确定度方面的研究工作，作者先后得到国家自然科学基金项目：“不确定度原理”（5880158）、“现代不确定度方法与应用”（59475077），“动态测量中非统计不确定度理论的研究”（59805007），“动态测量中非统计不确

定度的应用基础与关键技术研究”(50375011)、“动态测量系统的非统计分析方法及其应用基础研究”(50675011)的资助，本书是在整理对上述研究成果和总结作者的计量测试工作基础上撰写而成的。

作者的研究工作始终得到学术界前辈和同行专家的长期支持与鼓励，同时本书也得益于从诸多教材与专著中汲取丰富的素材，恕不详细列举，谨致谢意！

全国误差与不确定度研究会理事长、合肥工业大学费业泰教授在百忙之中为本书作序，在此深表感谢！

在书稿的写作与整理过程中，中国石油大学（华东）马西庚教授、河南科技大学朱坚民教授、北京航空航天大学帅梅副教授、中国海洋大学秦平副教授、北京空军第六研究所张海滨高级工程师承担了部分内容的编写与汇稿工作，北京航空航天大学硕士生杨文平参与了清稿工作，在此一并致谢！

由于作者的水平所限，书中难免存在缺点与不妥之处，敬请批评指正。

作 者

2007年12月31日

目 录

序
前言

第一篇 基础理论

第1章 概论	3
1.1 误差与不确定度的意义与发展	3
1.1.1 误差与不确定度的意义	3
1.1.2 误差与不确定度的发展	4
1.2 误差的概念和分类	7
1.2.1 误差的概念	7
1.2.2 误差的分类	8
1.3 不确定度的概念与术语	16
1.3.1 不确定度的概念	16
1.3.2 不确定度的术语	17
1.4 误差与精度及不确定度的关系	18
1.4.1 精度	18
1.4.2 误差与精度的关系	18
1.4.3 误差与不确定度的关系	19
1.5 数字与修约	19
1.5.1 有效数字	19
1.5.2 数据修约	20
1.5.3 数据运算	22
1.6 本章小结	24
参考文献	24
第2章 随机变量及其分布	27
2.1 随机变量	27
2.1.1 概率	27
2.1.2 随机变量的概念	30
2.1.3 随机变量的特征	34
2.2 误差分布	39
2.2.1 正态分布系	39

2.2.2 其他分布	42
2.3 本章小结	48
参考文献	48
第3章 数据处理基础	49
3.1 平均值原理与误差评定	49
3.1.1 平均值原理	49
3.1.2 确定性误差的评定与削弱	50
3.1.3 不确定性误差的评定与削弱	52
3.2 权与不等精度测量	54
3.2.1 权的概念	54
3.2.2 不等精度测量	55
3.3 最小二乘法	58
3.3.1 最小二乘法原理	58
3.3.2 最小二乘法基础	61
3.4 本章小结	72
参考文献	73

第二篇 误差与不确定度评定的常用方法

第4章 规律误差	77
4.1 规律误差的特点与分类	77
4.1.1 规律误差的特点	77
4.1.2 规律误差的分类	77
4.2 规律误差的发现	78
4.2.1 发现规律误差的简单方法	79
4.2.2 两组数据间规律误差的检验方法	84
4.3 规律误差的减小和消除	87
4.3.1 固定规律误差的消除	88
4.3.2 线性规律误差的消除	89
4.3.3 周期误差的消除	89
4.4 规律误差的分离与修正	90
4.4.1 规律误差的分离	90
4.4.2 规律误差的修正	94
4.5 本章小结	96
参考文献	97
第5章 粗大误差	98
5.1 粗大误差的概念	98

5.1.1 粗大误差概述	98
5.1.2 粗大误差的特点	99
5.2 粗大误差的判别方法	100
5.2.1 判别方法的基本考虑	100
5.2.2 判别粗大误差的条件	101
5.3 粗大误差的判别准则	102
5.3.1 奈尔准则	102
5.3.2 格拉布斯准则	105
5.3.3 狄克逊准则	111
5.3.4 精细准则	115
5.4 粗大误差判别与剔除的一些问题	118
5.4.1 基本问题	118
5.4.2 现有方法中的问题	119
5.5 本章小结	120
参考文献	120
第6章 不确定度的两类评定	121
6.1 不确定度概述	121
6.1.1 不确定度评定的意义与过程	121
6.1.2 不确定度评定过程建模	122
6.2 不确定度的A类评定法	125
6.2.1 A类评定法简介	125
6.2.2 贝塞尔法	126
6.2.3 最大残差法	130
6.2.4 极差法	135
6.2.5 最大方差法	137
6.2.6 彼得斯法	139
6.2.7 联合方差法与闭合差法	140
6.2.8 最小二乘评定法	142
6.3 不确定度的B类评定法	147
6.3.1 B类评定法简介	147
6.3.2 倍数法	147
6.3.3 正态分布法	148
6.3.4 均匀分布法	148
6.3.5 其他分布法	150
6.3.6 B类评定的一些情况	151
6.3.7 B类评定的自由度	154

6.4 本章小结	155
参考文献	155
第 7 章 合成标准不确定度与扩展不确定度的评定	157
7.1 合成标准不确定度	157
7.1.1 不确定度来源无关的情况	157
7.1.2 不确定度来源相关的情况	160
7.2 扩展不确定度	166
7.2.1 扩展不确定度简介	166
7.2.2 扩展法	167
7.2.3 <i>t</i> 分布扩展的实施	171
7.3 不确定度的报告与评定总结	176
7.3.1 不确定度的报告	176
7.3.2 测量不确定度的评定总结	178
7.4 本章小结	182
参考文献	182
第 8 章 误差和不确定度的联合及其分配	184
8.1 确定性误差与不确定度的联合	184
8.1.1 确定性误差的联合	184
8.1.2 确定性误差与不确定度两者联合	185
8.2 误差与不确定度的分配	188
8.2.1 误差分配	188
8.2.2 确定性误差分配	189
8.2.3 不确定度分配	191
8.3 微小误差与微小不确定度	193
8.3.1 微小确定性误差	193
8.3.2 微小不确定度	195
8.3.3 微小误差	198
8.4 本章小结	199
参考文献	199
第三篇 误差与不确定度评定的新方法	
第 9 章 误差与扩展不确定度的模糊评定	203
9.1 概述	203
9.2 基本概念	203
9.2.1 隶属函数和隶属度	203
9.2.2 分解定理	204

9.2.3 范数	205
9.2.4 区间数	207
9.3 参数估计方法	207
9.3.1 经验分布函数	207
9.3.2 最优水平和参数估计	209
9.4 剔除粗大误差的模糊方法	210
9.4.1 模糊判别准则	210
9.4.2 应用实例	210
9.5 扩展不确定度的计算	210
9.5.1 差值序列和均值序列	210
9.5.2 扩展不确定度的评定	211
9.6 试验研究	211
9.6.1 仿真试验	212
9.6.2 工程试验	215
9.7 本章小结	217
参考文献	218
第 10 章 误差与不确定度的灰评定	219
10.1 灰色系统理论简介	219
10.2 基本概念	219
10.2.1 灰数	219
10.2.2 累加生成与累减生成	220
10.3 剔除粗大误差的灰色方法	220
10.3.1 灰色判别准则	220
10.3.2 应用实例	222
10.4 标准不确定度的灰评定	222
10.4.1 评定原理	222
10.4.2 参数分析	224
10.4.3 评定方法	226
10.5 多维不确定度的灰评定	227
10.5.1 多维不确定度简介	227
10.5.2 多维测量系统的灰分析	227
10.5.3 多维测量不确定度的灰评定	229
10.5.4 讨论	234
10.6 试验研究	235
10.6.1 标准不确定度的仿真试验	235
10.6.2 标准不确定度的工程试验	236

10.6.3 多维不确定度的仿真试验	240
10.6.4 多维不确定度的工程试验	242
10.7 本章小结	242
参考文献	243
第 11 章 误差与不确定度的灰自助动态评定	245
11.1 自助法概述	245
11.2 误差与不确定度的自助评定方法	246
11.2.1 经验分布函数	246
11.2.2 自助样本及其特征参数	247
11.2.3 自助分布	247
11.2.4 参数的自助估计	248
11.3 灰色预测模型	249
11.3.1 灰色预测模型的定义	249
11.3.2 灰色预测模型的白化形式	249
11.4 动态误差和动态不确定度的灰自助评定方法	250
11.4.1 滚动灰自助分布	250
11.4.2 灰自助动态评估与预报的参数指标	251
11.5 试验研究	254
11.6 本章小结	255
参考文献	256
第 12 章 误差与不确定度的蒙特卡洛评定	258
12.1 蒙特卡洛法简介	258
12.1.1 蒙特卡洛法的基本原理	258
12.1.2 蒙特卡洛法的特点	259
12.1.3 随机数的产生方法	259
12.2 最大残差系数的计算	260
12.2.1 最大残差法简介	260
12.2.2 最大残差的分布函数及其数字特征	261
12.2.3 最大残差的蒙特卡洛模拟法	263
12.3 异常值的剔除	266
12.3.1 学生化残差的性质及分布函数	266
12.3.2 学生化残差的蒙特卡洛模拟法	270
12.3.3 异常值剔除的步骤及其应用	272
12.4 误差与不确定度的验证	273
12.4.1 问题的提出	273
12.4.2 测量数据分布的正态表示	274

12.4.3 标准差理想值的蒙特卡洛模拟	276
12.4.4 应用实例	277
12.5 本章小结	278
参考文献	278

第四篇 应用实例

第 13 章 常规方法的应用实例	283
13.1 输出电平的测量	283
13.1.1 工作原理	283
13.1.2 不确定度的评定	285
13.2 游泳道的测量	288
13.2.1 基本原理	288
13.2.2 不确定度的评定	289
13.3 微生物测量	291
13.3.1 基本原理	291
13.3.2 不确定度的评定	291
13.4 密度测量	293
13.4.1 工作原理	293
13.4.2 不确定度的评定	295
13.5 氯化钠纯度的测量	296
13.5.1 工作原理	296
13.5.2 不确定度的评定	297
13.6 本章小结	298
参考文献	298
第 14 章 新方法的应用实例	299
14.1 辣椒红色素的峰面积评定	299
14.1.1 模糊范数评估法	299
14.1.2 灰自助评估法	301
14.1.3 自助评估法	301
14.1.4 各种方法的对比分析	302
14.2 海洛因质量的分数值评定	303
14.2.1 模糊范数评估法	303
14.2.2 灰自助评估法	304
14.2.3 统计方法	304
14.2.4 各种方法的对比分析	305
14.3 电能表的基本误差评定	306

14.3.1 基于区间数据的模糊范数法	306
14.3.2 统计法	307
14.3.3 两种方法的结果对比	307
14.4 轧辊的滚形误差评定	307
14.4.1 模糊范数法	307
14.4.2 滚动灰自助法	307
14.5 装甲车的静磁场分布估计	308
14.5.1 相同高度不同方向的磁场分布	309
14.5.2 相同方向不同高度的磁场分布	310
14.6 滚动轴承制造误差的动态预报	312
14.6.1 试验数据的获取	312
14.6.2 对比分析	314
14.7 本章小结	316
参考文献	316
附录	317

第一篇 基础理论

本篇由第1~3章构成，内容包括概论、随机变量及其分布和数据处理基础等。

第1章介绍误差和不确定度的意义及其发展、误差与不确定度的概念和分类、精度的含义以及数字修约。这些内容是后续章节的理论基础。第2章介绍概率、随机变量、期望、标准差、协方差和相关系数等的概念和性质，并讨论了正态分布、均匀分布和反正弦分布等常用的几种分布。第3章介绍了平均值原理、误差的削弱与评定、不等精度测量数据处理和最小二乘原理及其应用。