

津
桥
JINQIAO

总策划◎徐丰

快速提升数学解题思维能力的阶梯课堂

丛书主编 天若

津桥奥数

培优训练



小学
五年级

河海大学出版社



津桥培优系列图书



《津桥阅读培优训练》(小学1~6年级)

- ★ 汇聚了近年来优质美文
- ★ 题型设计突显知识与能力并举
- ★ 阅读难度和要求按年级阶梯提升
- ★ 是阅读解题能力提高训练的最佳教材



《小学数学必做题举一反三》(1~6年级)

- ★ 包含小学数学所有基本题型及变化题型
- ★ 真正的举一“反”三，不同于普通的举一“练”三
- ★ 能够解决小学阶段遇到的各种数学问题
- ★ 是小学数学培优提高训练的最佳教材



《小学语文读写双练》(1~6年级)

- ★ 创设了最先进的“分解式”阅读与写作并行教学思路
- ★ 通过阅读训练渗透写作技巧提高写作技能
- ★ 填补了作文教学长期没有可操作性教材的空白
- ★ 是小学语文阅读与作文培优提高训练的最佳教材



《学数学 我聪明——巧思妙解100例》(小学1~6年级)

- ★ 丰富曲折有趣的数学故事让学生爱读
- ★ 解题技巧分析渗透在深入浅出通俗易懂的语言当中让学生能读
- ★ 配套课本进度以及读练结合让学生读了有用
- ★ 是小学数学最佳课外读物

ISBN 978-7-5630-2377-6



9 787563 023776 >

定价：16.00 元



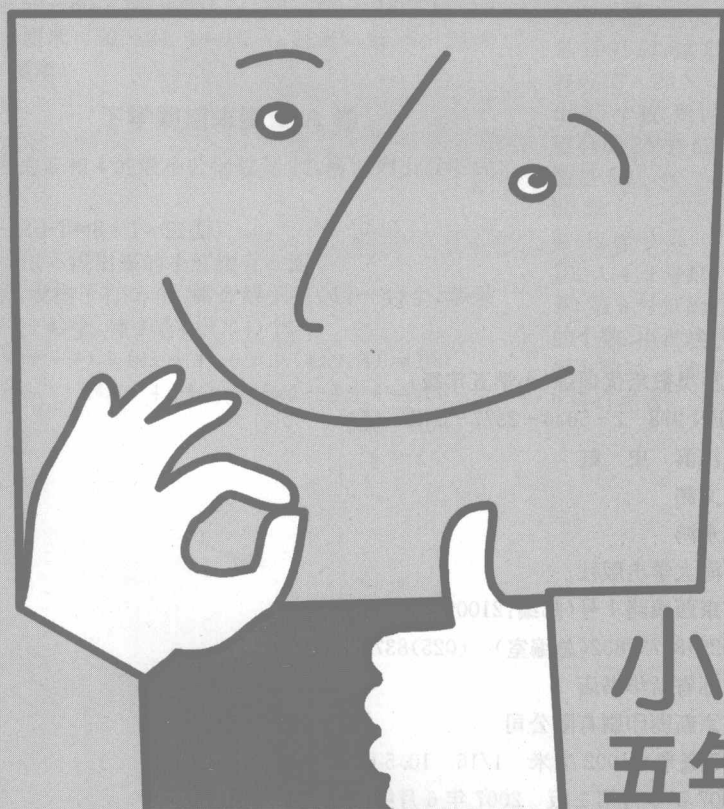
总策划◎徐丰

快速提升数学解题思维能力的阶梯课堂

本册编写 小轲

津桥奥数

培优训练



小学
五年级

河海大学出版社

当代中国出版业的发展与成就

中国出版业

中国出版业

图书在版编目(CIP)数据

津桥奥数培优训练. 小学五年级/天若主编; 小轲编写. —南京: 河海大学出版社, 2007. 6

ISBN 978-7-5630-2377-6

I. 津... II. ①天... ②小... III. 数学课—小学—习题 IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 085245 号

书 名/津桥奥数培优训练(小学五年级)

书 号/ISBN 978-7-5630-2377-6/G·661

责任编辑/代江滨 史 虹

责任校对/杜文渊

封面设计/杭永鸿

出 版/河海大学出版社

地 址/南京西康路 1 号(邮编: 210098)

电 话/(025)83737852(总编室) (025)83722833(发行部)

经 销/江苏省新华书店

印 刷/南京新洲印刷有限公司

开 本/787 毫米×1092 毫米 1/16 10.5 印张 238 千字

版 次/2007 年 6 月第 1 版 2007 年 6 月第 1 次印刷

定 价/16.00 元

编者的话

数学是一门重要的基础学科,其中有着许多规律和思想方法可以探寻,这些规律、方法的获得必须通过正规的训练,严格的要求,才能充分理解,达到灵活运用。编写本套培训教材的目的就是帮助小读者提高学习数学的兴趣,培养综合运用能力。

本套教材一共分为六册,供1~6年级的学生使用。根据教学需要,每册分为上下学期,每学期设置20个专题即20讲,每讲安排6道例题,每道例题对应一题“当堂练”和一题“课后练”;每4讲结束之后安排一次“综合测试”,每学期学完安排两套“期末测试卷”,检测学生对前面知识的掌握、理解与运用程度;所有练习都附答案,难一点的题目还有简要解题过程,便于读者检测、消化所学知识;各专题之间注意整体上的统一和相对的独立,在使用过程中,教师根据教学进度和学生实际情况,既可以选讲其中的几个专题,也可以选讲某个专题中的几道题目。

本书编写的指导思想是开发智力,培养能力,提高素质。重视处理好日常教学与竞赛辅导、知识与能力、课内与课外等方面的关系。便于教师讲解、学生自学、家长辅导。内容的编写是源于教材、高于教材,是教材的拓展与延伸,着重解题方法与技能技巧的训练。

参编者都是教研人员和一线教师,他们具有扎实的理论功底和丰富的教学实践经验,在总结各类竞赛书籍的基础上,结合自己的教学,博采众家之长,形成本书独具的特色:

一、重视对学生数学思想方法的启迪,通过知识的积累形成方法,再通过方法的运用来培养孩子的能力。

二、例题和习题的选编符合学生的认知水平和年龄特点,由浅入深,由易到难,螺旋上升,每讲和各个年级的内容安排均充分体现了循序渐进、梯度分明的特点。

三、本书素材的选取均来自学生的生活实际,着重让学生体验可以通过学好数学解决身边的实际问题,从而激发学生的学习兴趣。

四、以往的奥数课本晦涩难懂,本书的编写内容新颖,讲解透彻,力求体现新课标精神,强调学生的观察、想象、推理、分析、概括和抽象思维等综合运用的能力。

五、本书作为奥数培训教材,在编写上充分考虑到了办班和教学的要求和进度,每周一讲,每月一测,还有上下学期水平考试。不但例题讲解透彻,留给学生的练习题和水平测试题也很充分。

我们希望通过本书的出版,能与读者朋友共同构建一个互动平台,共同探讨,互学互长,增进友谊,携手发展。



目 录

上 学 期

第一讲	代换法解题	1
第二讲	消去问题	4
第三讲	平均数问题(一)	7
第四讲	平均数问题(二)	10
综合测试一		13
第五讲	按规则变化	14
第六讲	最大与最小	17
第七讲	简便运算(一)	20
第八讲	简便运算(二)	23
综合测试二		26
第九讲	还原法解题(一)	27
第十讲	还原法解题(二)	30
第十一讲	行程问题(一)	33
第十二讲	行程问题(二)	36
综合测试三		39
第十三讲	格点与面积	40
第十四讲	平面图形(一)	43
第十五讲	平面图形(二)	46
第十六讲	图形的分与合	49
综合测试四		52
第十七讲	二人对策	53
第十八讲	逻辑推理	56
第十九讲	抽屉原理	59
第二十讲	统筹规划	62
综合测试五		65
上学期期末测试 A 卷		66
上学期期末测试 B 卷		68

下 学 期

第二十一讲	等式的性质和解方程	70
第二十二讲	定义新运算	73
第二十三讲	列方程解应用题(一)	76
第二十四讲	列方程解应用题(二)	79
综合测试六		82
第二十五讲	运算与推倒	83
第二十六讲	图论问题	86
第二十七讲	分类思考	89
第二十八讲	带余除法	92
综合测试七		95
第二十九讲	数的整除	96
第三十讲	奇偶分析	100
第三十一讲	分解质因数	103
第三十二讲	公因数和公倍数	106
综合测试八		109
第三十三讲	个位数字	110
第三十四讲	简单同余	113
第三十五讲	分数的意义	116
第三十六讲	巧求分数	119
综合测试九		122
第三十七讲	数的分解	123
第三十八讲	长方体和正方体(一)	126
第三十九讲	长方体和正方体(二)	129
第四十讲	长方体和正方体(三)	132
综合测试十		135
下学期期末测试 A 卷		136
下学期期末测试 B 卷		137
参考答案		140



第一讲 代换法解题

有些题目给出两个或两个以上的未知数量,并且这些未知数量之间具有相等的关系,我们可以根据所提供的信息,用一个未知数量代替其他的未知数量,从而找到解决问题的方法,这就是代换法。

例1 建筑工地用3辆卡车和9辆马车一次运来了720袋水泥,已知3辆马车和1辆卡车装的水泥袋数同样多,请你算一算,1辆卡车和1辆马车每次各运水泥多少袋?

分析与解 因为“3辆马车和1辆卡车装的水泥袋数同样多”,所以3辆卡车一次运的水泥要用 $3 \times 3 = 9$ (辆)马车才能一次运完。若把1辆马车一次运的水泥袋数作为标准,那么720袋水泥就要用 $9 + 9 = 18$ (辆)马车才能一次运完。这样,就可先求出1辆马车每次可运水泥 $720 \div 18 = 40$ (袋),1辆卡车每次可运水泥 $40 \times 3 = 120$ (袋)。

或者可以这样想:因为“3辆马车和1辆卡车装的水泥袋数同样多”,那么9辆马车一次运的水泥用 $9 \div 3 = 3$ (辆)卡车就能一次运完。如果把1辆卡车一次运的水泥袋数作为标准,那么720袋水泥用 $3 + 3 = 6$ (辆)卡车就能一次运完。这样,可以求出1辆卡车每次可运水泥 $720 \div 6 = 120$ (袋),1辆马车每次可运水泥 $120 \div 3 = 40$ (袋)。

例2 甲、乙两人共同生产一种零件,甲生产了8小时,乙生产了6小时,一共生产了312个零件。已知乙5小时的工作量等于甲2小时的工作量。甲生产了多少个零件?乙生产了多少个零件?

分析与解 因为乙5小时的工作量等于甲2小时的工作量,所以甲8小时的工作量等于乙20小时的工作量。那么312个零件如果只给乙做一共需要 $6 + 20 = 26$ (小时)所以乙每小时生产零件 $312 \div 26 = 12$ (个)。甲每小时生产 $5 \times 12 \div 2 = 30$ (个)

$$6 + 20 = 26 \text{ (小时)}$$

$$312 \div 26 = 12 \text{ (个)} \quad 12 \times 6 = 72 \text{ (个)}$$

$$5 \times 12 \div 2 = 30 \text{ (个)} \quad 30 \times 8 = 240 \text{ (个)}$$

答:甲生产了240个零件,乙生产了72个零件。

当堂练

学校买来5张桌子和9把椅子,一共用去672元。已知每张桌子的价钱相当于3把椅子的价钱。那么,每把椅子多少钱?每张桌子多少钱?

课后练

商店运来300双皮鞋,分别装在2个木箱和6个纸箱里,如果2个纸箱同1个木箱装的鞋一样多,每个木箱和每个纸箱各装多少双鞋?

当堂练

甲、乙散步同走一段路,甲3步与乙4步的距离相等,已知甲90步走完,乙每步长1米。这段路长多少米?

课后练

用一个铸胚可加工6个零件,6个铸胚的加工余料又可以做成一个铸胚,用36个铸胚,可加工出多少个零件?





例3 粮店用10辆汽车和20辆板车一次把42吨粮食运往仓库。每辆汽车比每辆板车多运2.4吨,每辆汽车和每辆板车各装运了多少吨粮食?

分析与解 将每辆汽车多运的2.4吨减去,就可将1辆汽车代换成一辆板车,那么,将10辆汽车多运的24吨粮食从总数里减去就可将10辆汽车代换成10辆板车,那么每辆板车装的粮食为:

$$(42 - 2.4 \times 10) \div (10 + 20) = 0.6 (\text{吨})$$

每辆汽车装的粮食为:

$$2.4 + 0.6 = 3 (\text{吨})$$

答:每辆汽车装运了3吨粮食,每辆板车装运了0.6吨粮食。

例4 一批石油,如果用甲种油车装运需要20辆,如果用乙种油车装要25辆,已知甲种油车比乙种油车每辆多装2吨,求这批石油重多少吨?

分析与解 由于甲种油车比乙种油车每辆多装2吨,那么20辆甲种油车一共比20辆乙种油车多装了 $20 \times 2 = 40$ (吨),因此乙种油车要再装5辆车,说明每辆乙种油车能装油 $40 \div 5 = 8$ (吨),这批石油的总重量就能求出了。

$$(20 \times 2) \div (25 - 20)$$

$$= 40 \div 5$$

$$= 8 (\text{吨}) \cdots \cdots \text{每辆乙种车的装载量}$$

$$8 \times 25 = 200 (\text{吨}) \cdots \cdots \text{石油的总重量}$$

答:这批石油重200吨。

当堂练



甲、乙两人从相距283米的两地相对走来,甲走4分钟,乙走5分钟相遇,甲比乙每分钟多走10米,两人每分钟各走几米?

课后练



买一套《数学趣味》共用去8.31元,已知上册比中册贵0.43元,中册比下册便宜0.26元,问上中下册各几元?

当堂练



修一条路,单独给甲修要20天,单独给乙修要25天,已知甲每天比乙每天多修12米,这条路一共有多长?

课后练



王老师去商店买体育用品,她带的钱如果只买排球正好买18个,如果全部卖篮球正好买12个,已知一个排球比一个篮球便宜20元,王老师带了多少钱?





例5 古时候人们买东西时不用钱,而是

用东西去换。设换的标准是 20 只兔子可以换 2 只羊,9 只羊可以换 3 头猪,8 头猪可以换 2 头牛,如果一个人用 1 头牛去换兔子,可以换多少只?

分析与解 根据 20 只兔子可以换 2 只羊,9 只羊可以换 3 头猪,8 头猪可以换 2 头牛,我们可以列出下列等式:

$$20 \text{ 只兔子} = 2 \text{ 只羊}$$

$$9 \text{ 只羊} = 3 \text{ 头猪}$$

$$\text{由 } 20 \text{ 只兔子} = 2 \text{ 只羊}$$

$$\text{推出 } 1 \text{ 只羊} = 10 \text{ 只兔子}$$

$$9 \text{ 只羊} = 90 \text{ 只兔子} = 3 \text{ 头猪}$$

$$\text{推出 } 1 \text{ 头猪} = 30 \text{ 只兔子}$$

$$8 \text{ 头猪} = 240 \text{ 只兔子} = 2 \text{ 头牛}$$

$$\text{推出 } 1 \text{ 头牛} = 120 \text{ 只兔子}$$

$$20 \div 2 = 10(\text{只}) \cdots 1 \text{ 只羊} = 10 \text{ 只兔子}$$

$$10 \times 9 \div 3 = 30(\text{只}) \cdots 1 \text{ 头猪} = 30 \text{ 只兔子}$$

$$30 \times 8 \div 2 = 120(\text{只}) \cdots 1 \text{ 头牛} = 120 \text{ 只}$$

兔子

答:1 头牛去换兔子,可以换 120 只。

例6 一笔奖金分一等奖、二等奖和三等奖,

每个一等奖的奖金是每个二等奖奖金的 2 倍,每个二等奖的奖金是每个三等奖奖金的 2 倍,如果评一、二、三等奖各两人,那么每个一等奖奖金是 308 元,如果评 1 个一等奖,2 个二等奖,3 个三等奖,那么一等奖的奖金是多少元?

分析与解 “每个一等奖的奖金是每个二等奖的 2 倍,每个二等奖是三等奖的 2 倍。”那么 2 个二等奖相当于 1 个一等奖,2 个三等奖相当于半个一等奖,也就是说 2 个一等奖、2 个二等奖和 3 个三等奖,一共有 3 个半一等奖 $3.5 \times 308 = 1078(\text{元})$ 。这才是奖金总数。然后再把这笔奖金按照 1 个一等奖、2 个二等奖,3 个三等奖进行分配。1 个二等奖相当于 2 个三等奖,2 个二等奖相当于 4 个三等奖,这样一共有 11 个三等奖。 $1078 \div 11 = 98(\text{元})$, $98 \times 4 = 392(\text{元})$ 是一等奖的奖金。

$$3.5 \times 308 = 1078(\text{元}) \cdots \cdots \text{奖金总数}$$

$$1078 \div 11 = 98(\text{元}) \cdots \cdots \text{三等奖的奖金}$$

$$98 \times 4 = 392(\text{元}) \cdots \cdots \text{一等奖的奖金}$$

答:一等奖的奖金是 392 元。

当堂练

3 米花布的价格与 4 米白布价格相等,李红的妈妈买了 2 米花布和 5 米白布,共计 103.5 元,求两种布的单价。

课后练

一个菠萝的重量等于两个梨的重量,也等于三个香蕉的重量,还等于一个梨加上一个香蕉和一个桃的重量。那么一个菠萝等于多少个桃的重量?

当堂练

在 5 个纸箱里放着同样的皮球,如果从每个纸箱里拿出 60 只皮球,则 5 个纸箱里剩下的皮球相当于原来 2 个纸箱里的皮球数。每个纸箱原来有多少只皮球?

课后练

一只笼子可以容纳 18 只同样大小的兔子和 9 只同样大小的鸡,或者能容纳 14 只同样大小的兔子和 15 只同样大小的鸡,如果专门用来装兔,最多可以装几只兔?



第二讲 消去问题

消去问题中往往有两个或两个以上的未知数,在消去未知数的过程中,要用到下面这个规律.

几个部分量扩大或缩小相同的倍数,总量也扩大或缩小相同的倍数.

例1 学校第一次买了3个水瓶和20个茶杯,共用去134元;第二次又买了同样的3个水瓶和16个茶杯,共用去118元.水瓶和茶杯的单价各是多少元?

分析与解 根据题意我们可以列这样的等量关系:

$$3 \text{ 个水瓶} + 20 \text{ 个茶杯} = 134 \text{ 元} \quad ①$$

$$3 \text{ 个水瓶} + 16 \text{ 个茶杯} = 118 \text{ 元} \quad ②$$

用①-②得:

$$4 \text{ 个茶杯} = 16 \text{ 元}$$

所以每个茶杯4元钱.每个水瓶的价钱是
 $(134 - 20 \times 4) \div 3 = 18 \text{ (元)}$

解答过程:

$$(134 - 118) \div (20 - 16)$$

$$= 16 \div 4$$

$$= 4 \text{ (元)} \cdots \cdots \text{茶杯}$$

$$(134 - 20 \times 4) \div 3$$

$$= (134 - 80) \div 3$$

$$= 18 \text{ (元)} \cdots \cdots \text{水瓶}$$

答:水瓶的单价是18元,茶杯的单价是4元.

例2 买3个篮球和5个排球共用去480元,买同样的6个篮球和3个排球共用去519元.篮球和排球的单价各是多少元?

分析与解 根据题意我们可以列这样的等量关系:3个篮球+5个排球=480元 ①

$$6 \text{ 个篮球} + 3 \text{ 个排球} = 519 \text{ 元} \quad ②$$

①×2得:

$$6 \text{ 个篮球} + 10 \text{ 个排球} = 960 \text{ 元} \quad ③$$

$$③ - ② \text{ 得: } 7 \text{ 个排球} = 960 - 519$$

解答过程:

$$(480 \times 2 - 519) \div (5 \times 2 - 3)$$

$$= (960 - 519) \div 7$$

$$= 441 \div 7$$

$$= 63 \text{ (元)} \cdots \cdots \text{排球}$$

$$(480 - 63 \times 5) \div 3$$

$$= (480 - 315) \div 3$$

$$= 165 \div 3$$

$$= 55 \text{ (元)} \cdots \cdots \text{篮球}$$

答:篮球的单价是55元,排球的单价是63元.

当堂练



买4个篮球和7个足球共用去480元,买同样的4个篮球和2个足球共用去280元.篮球和足球的单价各是多少?

课后练



买5千克橘子和3千克苹果共需要25.2元,买同样的5千克橘子和6千克苹果共需要30元,每千克苹果多少元?

当堂练



3头牛和6只羊一天共吃草93千克,6头牛和5只羊一天共吃草130千克.3头牛一天共吃草多少千克?

课后练



学校课外小组第一次买了3瓶墨水和4支圆珠笔,共付2.05元,第二次比第一次多买了3瓶墨水和2支圆珠笔,比第一次多付1.37元.求每瓶墨水和每支圆珠笔各是多少元?





例3 3包味精和7包糖共重3800克,7包味精3包糖共重3200克.每包味精和每包糖各多少克?

分析与解 根据题意我们可以列这样的等量关系:3包味精+7包糖=3800克 ①

$$7\text{包味精}+3\text{包糖}=3200\text{克} \quad ②$$

$$10\text{包味精}+10\text{包糖}=7000\text{克} \quad ③$$

$$1\text{包味精}+1\text{包糖}=700\text{克} \quad ④$$

①-④×3,得:

$$4\text{包糖}=1700\text{克}, 1\text{包糖}=425\text{克}$$

解答过程:

$$(3200+3800)\div(3+7)$$

$$=7000\div10$$

$$=700(\text{克})\cdots\cdots 1\text{包味精}+1\text{包糖}$$

$$(3800-700\times3)\div(7-1\times3)$$

$$=1700\div4$$

$$=425(\text{克})\cdots\cdots 1\text{包糖}$$

$$700-425=275(\text{克})\cdots\cdots 1\text{包味精}$$

答:每包味精275克,每包糖425克.

当堂练



买11个篮球和9个足球共付1172元,买同样的9个篮球和11个足球共付1188元.求篮球和足球的单价.

课后练



3件上衣和7条裤子共430元,同样的7件上衣和3条裤子共470元.每件上衣比每条裤子的价格贵多少元?

例4 清代康熙年间的《御制数理精蕴》一书中有这样一道题:设有马四匹,牛六头,共价银四十八两;马三匹,牛五头,共价银三十八两.问牛、马价各几何?

分析与解 根据题我们可以列这样的等量关系:4匹马+6头牛=48两 ①

$$3\text{匹马}+5\text{头牛}=38\text{两} \quad ②$$

①-②得:

$$1\text{匹马}+1\text{头牛}=10\text{两} \quad ③$$

③×4得:

$$4\text{匹马}+4\text{头牛}=40\text{两} \quad ④$$

①-④得:

$$2\text{头牛}=8\text{两}$$

$$1\text{头牛}=4\text{两}$$

解答过程:

$$(48-38)\div(6-5)$$

$$=10\div1$$

$$=10(\text{两})\cdots\cdots 1\text{匹马}+1\text{头牛}$$

$$(48-4\times10)\div(6-1\times4)$$

$$=8\div2$$

$$=4(\text{两})\cdots\cdots 1\text{头牛}$$

$$10-4=6(\text{两})\cdots\cdots 1\text{匹马}$$

答:1头牛4两,一匹马6两.

当堂练



5只鸡和9只鸭每天共吃饲料37千克,6只鸡和7只鸭每天共吃饲料33千克.一只鸡和一只鸭每天各吃饲料多少千克?

课后练



食堂两周内一共吃掉大米和面粉650千克.已知第一周吃掉3袋大米和2袋面粉,一共210千克;第二周吃掉4袋大米和6袋面粉.求每袋大米多少千克?每袋面粉多少千克?



例5 买1千克水果糖、2千克奶糖和3千克巧克力共要76元；买这样的2千克水果糖、4千克奶糖和5千克巧克力共要136元。且奶糖的单价是水果糖的1.25倍。求水果糖、奶糖和巧克力的单价。

分析与解 根据题我们可以列这样的等量关系：

$$1 \text{ 千克水果糖} + 2 \text{ 千克奶糖} + 3 \text{ 千克巧克力} = 76 \text{ 元} \quad ①$$

$$2 \text{ 千克水果糖} + 4 \text{ 千克奶糖} + 5 \text{ 千克巧克力} = 136 \text{ 元} \quad ②$$

$$① \times 2 \text{ 得: } 2 \text{ 千克水果糖} + 4 \text{ 千克奶糖} + 6 \text{ 千克巧克力} = 152 \text{ 元} \quad ③$$

$$③ - ② \text{ 得: } 1 \text{ 千克巧克力} = 16 \text{ 元}$$

这样得到一组新的等量关系：

$$1 \text{ 千克水果糖} + 2 \text{ 千克奶糖} = 76 - 16 \times 3 = 28 \text{ 元}$$

根据奶糖的单价是水果糖的1.25倍，2千克奶糖就可以替换成 (2×1.25) 千克的水果糖。从而求出水果糖的价钱。

$$(76 \times 2 - 136) \div (6 - 5) \\ = 16 \text{ (元)} \cdots \cdots 1 \text{ 千克巧克力的价钱}$$

$$(76 - 3 \times 16) \div (1 + 1.25 \times 2) \\ = 8 \text{ (元)} \cdots \cdots 1 \text{ 千克水果糖的价钱}$$

$$8 \times 1.25 = 10 \text{ (元)} \cdots \cdots 1 \text{ 千克奶糖的价钱}$$

答：1千克巧克力的价钱是16元；1千克水果糖的价钱是8元；1千克奶糖的价钱是10元。

例6 甲有5盒糖，乙有4盒糕共值44元。如果甲、乙两人对换一盒，则每人所有物品的价值相等。一盒糖、一盒糕各值多少元？

分析与解 根据题我们可以列这样的等量关系：

$$5 \text{ 盒糖} + 4 \text{ 盒糕} = 44 \text{ 元} \quad ①$$

$$4 \text{ 盒糖} + 1 \text{ 盒糕} = 1 \text{ 盒糖} + 3 \text{ 盒糕} = 44 \div 2 \quad ②$$

$$② \times 4 \text{ 得: } 16 \text{ 盒糖} + 4 \text{ 盒糕} = 44 \div 2 \times 4 = 88 \quad ③$$

$$③ - ① \text{ 得: } 11 \text{ 盒糖} = 44$$

$$1 \text{ 盒糖} = 4 \text{ 元}$$

$$1 \text{ 盒糕} = (44 - 5 \times 4) \div 4 = 6 \text{ (元)}$$

$$1 \text{ 盒糕} = (44 - 5 \times 4) \div 4 = 6 \text{ (元)}$$

$$1 \text{ 盒糕} = (44 - 5 \times 4) \div 4 = 6 \text{ (元)}$$

$$\text{答: 一盒糖值4元, 一盒糕值6元。}$$

当堂练

1箱橘子、2箱苹果和3箱梨共重100千克；2箱橘子、4箱苹果和1箱梨共重100千克。求每箱梨多少千克？

课后练

2只羊、3匹马和4头牛每天共吃草143千克；1只羊、4匹马和2头牛每天吃草108千克。1匹马每天吃草多少千克？

当堂练

① 张大爷养了22只羊，李大爷养了7头牛，两家的牛羊每天共吃草200千克。如果两户对换2只羊与2头牛，则每户的牛羊吃的草相等。一只羊和一头牛每天各吃草多少千克？

课后练

某学校购买5台普通台灯和3台调光台灯共用去147.5元，如果用1台调光台灯换2台普通台灯要多花7.3元，这两种台灯各多少元一台？



第三讲 平均数问题(一)

解决平均数问题常常围绕着“总数量 $\div$ 总份数=平均数,平均数 $\times$ 总份数=总数量”来解决,有时也可以看作有几个不等的数量,在总量不变的条件下,采用移多补少法,将其变成相等的几份,再求一份是多少.因此,移多补少法也是解答平均数问题的常用方法.

例1 某五个数的平均值为20,若把其中一个数改为40,则平均值变为25.求这个数.

分析与解 根据平均数可以求出总数,那么根据原来五个数的平均值为20可以求出原来五个数的和是100,后来的平均数是25,后来的总数就是125,由于总数增加了25,所以被改的数是增加了25后是40,原来的数是 $40-25=15$.

$$\begin{aligned} & 25 \times 5 - 20 \times 5 \\ &= 125 - 100 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$40 - 25 = 15$$

答:这个数是15.

例2 有七个排成一列的数,它们的平均数是30,前三个数的平均数是28,后五个数的平均数是33.求第三个数.

分析与解 根据前三个数的平均数可以求出前三个数的总数,再根据后五个数的平均数求出后五个数的总数,把两部分合并得到八个数的和(第三个数重复),又已知7个数的平均数是30,那么七个数的总数是210,这样八个数的和减去七个数的和,就得到重复的第三个数.

$$30 \times 7 = 210 \cdots \cdots \text{七个数的和}$$

$$28 \times 3 = 84 \cdots \cdots \text{前三个数的和}$$

$$33 \times 5 = 165 \cdots \cdots \text{后五个数的和}$$

$$\begin{aligned} & 84 + 165 - 210 \\ &= 249 - 210 \end{aligned}$$

$$= 39 \cdots \cdots \text{第三个数}$$

答:第三个数是39.

当堂练



五个数的平均数是60,若把其中的一个数改为80,平均数变为70,这个数原来是多少?

课后练



有7个数,它们的平均数是18.去掉一个数后,剩下6个数的平均数是19;再去掉一个数后,剩下的5个数的平均数是20.求去掉的两个数的乘积.

当堂练



有五个数排成一列,它们的平均数是31,前三个数的平均数是39,后三个数的平均数是24,求第三个数.

课后练



小强十次测验的平均分是82分,前六次的平均分是83分,后六次的平均分是80分,那么他第五次和第六次测验的平均分是多少分?





例3 小叮当参加了五次英语测验,平均成绩是78分,他想在下次英语测验后使六次的平均成绩不低于80分,小叮当第六次英语测验至少要得多少分?

分析与解 “不低于80分”就是至少80分,可以仿造例1的方法用六次的总成绩减五次的总成绩,这里介绍另一种方法:如果平均成绩达到80分,那么第六次测验的成绩要分5个2分给前五次测验,这样第六次测验的成绩就要比80分多10分,所以是90分。

$$(80-78) \times 5 + 80 \quad \text{或} \quad (80-78) \times 6 + 78$$

$$= 2 \times 5 + 80$$

$$= 10 + 80$$

$$= 90(\text{分})$$

$$= 2 \times 6 + 78$$

$$= 12 + 78$$

$$= 90(\text{分})$$

答:小叮当第六次英语测验至少得90分。

例4 甲乙两数的平均数为94,乙丙两数的平均数是88,甲丙两数的平均数是86,求甲、乙、丙三个数各是多少?

分析与解 根据平均数可以求出总数,那么我们可以分别求出甲乙、乙丙、甲丙的总数,甲乙、乙丙、甲丙的总数之和中包含了两个甲、两个乙、两个丙,这样就可以求出甲乙丙的和,这样就不难求出甲、乙、丙这三个数了。

$$94 \times 2 = 188 \cdots \cdots \text{甲} + \text{乙}$$

$$88 \times 2 = 176 \cdots \cdots \text{乙} + \text{丙}$$

$$86 \times 2 = 172 \cdots \cdots \text{甲} + \text{丙}$$

$$(188 + 176 + 172) \div 2$$

$$= 536 \div 2$$

$$= 268 \cdots \cdots \text{甲} + \text{乙} + \text{丙}$$

$$268 - 188 = 80 \cdots \cdots \text{丙}$$

$$268 - 176 = 92 \cdots \cdots \text{甲}$$

$$268 - 172 = 96 \cdots \cdots \text{乙}$$

答:甲是92,乙是96,丙是80。

当堂练



小李前几次数学测验的平均成绩是84分,这一次测验要得100分,才能把平均成绩提高到86分。这一次是第几次测验?

课后练



小玲练习跳绳,她已经跳了若干次,准备最后再跳一次,如果最后这次跳48个,那么平均每次跳56个;如果最后这次跳68个,那么平均每次跳60个。小玲已经跳了几次?

当堂练



有甲、乙、丙三数,甲、乙两数的平均数是100,乙、丙两数的平均数是80,甲、丙两数的平均数是75,求甲、乙、丙三数的平均数。

课后练



A、B、C、D四个数,每次去掉一个,将其余的三个数相加并求平均数,这样计算了四次,得到以下四个数:74、36、50、70。这四个数的平均数是多少?



例5 男同学的人数是女同学的2倍,男同学的平均身高是160厘米,女同学的平均身高是154厘米,全班同学的平均身高是多少厘米?

分析与解 由于不知道男女生的人数,解题就无从下手,题目告诉我们男同学的人数是女同学的2倍,抓住这一关系,我们可以假设女生1人,男生2人,全班就有3人,可以这样计算:

$$\begin{aligned}& (160 \times 2 + 154 \times 1) \div (2 + 1) \\&= (320 + 154) \div 3 \\&= 474 \div 3 \\&= 158 (\text{厘米})\end{aligned}$$

答:全班同学的平均身高是158厘米。

当堂练

女同学的人数是男同学的一半,男同学的平均体重是41千克,女同学的平均体重是35千克,全体同学的平均体重是多少千克?

课后练

在一次数学竞赛中,女生的平均分是86分,男生的平均分是81分,男女生的平均分是84分,参加竞赛的女生人数是男生人数的多少倍?

例6 明明爬山,上山的速度是每小时3千米,到达山顶后立即返回,下山的速度是每小时5千米,明明上、下山的平均速度是多少?

分析与解 求上下山的平均速度,根据求平均数应用题的一般方法,就必须知道总路程和总时间,但题中这两个条件都未知,我们可以假设总路程是15千米(15是3和5的公倍数,这样计算时间时比较方便),这样就可以这样计算:

$$\begin{aligned}& 15 \times 2 \div (15 \div 3 + 15 \div 5) \\&= 30 \div (5 + 3) \\&= 30 \div 8 \\&= 3.75 (\text{千米/小时})\end{aligned}$$

答:明明上、下山的平均速度是3.75千米/小时。

当堂练

在一次登山比赛中,小刚上山每分钟走40米,到达山顶后,立即以每分钟60米的速度按原路下山,小刚上、下山的平均速度是多少?

课后练

有一堆橘子分给甲、乙两班,两班学生平均分,每人可分6个,如果只分给甲班,每人平均分得10个,假使只分给乙班,每人可分得多少个?



第四讲 平均数问题(二)

解答平均数应用题的关键是找准问题与条件、条件与条件之间相对应的关系。有些变形、综合后的平均数应用题,数量之间的关系比较复杂,有时还很隐蔽,我们可以用假设、推理等方法,找到解决问题的方法。

例1 一辆小轿车,装有4只轮胎,还有一只备用胎,司机在适当的时候更换这5只胎,使每只胎行程相同,小车共行驶了4800千米,每只轮胎平均行驶了多少千米?

分析与解 从整体入手,5只轮胎一共行驶了 (4800×4) 千米,这样不难求出每只轮胎平均行驶的千米数。

$4800 \times 4 = 19200$ (千米)……所有轮胎总共行驶的路程

$19200 \div 5 = 3840$ (千米)……每只轮胎平均行驶的路程

答:每只轮胎平均行驶了3840千米。

例2 甲班52人,乙班48人,数学考试中,两班全体学生的平均分为78分,乙班的平均分比甲班的平均分高5分,两个班平均分各是多少分?

分析与解 假设乙班的平均分与甲班相同,那么总分就少了 $48 \times 5 = 240$ (分),总分就是 $78 \times (48 + 52) - 240 = 7560$ (分),由于这时两个班的平均分相同,可以用 $7560 \div (52 + 48)$ 算出平均分是75.6分,这也是甲班的平均分。

$$\begin{aligned} & 78 \times (48 + 52) - 48 \times 5 \\ &= 78 \times 100 - 240 \\ &= 7560(\text{分}) \end{aligned}$$

$$7560 \div (52 + 48) = 75.6(\text{分}) \cdots \cdots \text{甲}$$

$$75.6 + 5 = 80.6(\text{分}) \cdots \cdots \text{乙}$$

答:甲班平均分是75.6分,乙班是80.6分。

当堂练

4个木工和1个漆工共同完成了一套家具的生产任务。每个木工各得工资800元,漆工的工资比5个工人的平均工资多100元,漆工的工资是多少元?

课后练

有两组数,第一组9个数的和是63,第二组的平均数是11,两个组中所有数的平均数是8。问:第二组有多少个数?

当堂练

有两个数学兴趣小组,第一小组8人,第二小组12人,数学考试中,两组的平均分为83.8分,第一组的平均分比第二组的平均分高2分,求每一小组的平均分各是多少?

课后练

有两个数学兴趣小组,第一小组16人,第二小组24人,数学考试中,两组的平均分为85分,第一组的平均分比第二组的平均分高2分,求每一小组的平均分各是多少?





例3 把前 999 个自然数分成 20 组,已知这 20 组中每一组的平均数都相等,求这个相等的平均数.

分析与解 因为每一组的平均数都相等,所以应与所有这些数的平均数相等,等于 $(1+999) \div 2 = 500$,所以这个平均数是 500.

当堂练



把自然数 $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots, 998, 999$ 分成三组,如果每一组的平均数恰好相等,那么这三个平均数的和是多少?

课后练



给定 1997 个连续的自然数. 已知其中最小数与最大数的平均值是 1997, 那么最大的数等于几?

例4 六位同学数学考试的平均成绩是 92.5 分,他们的成绩是互不相同的整数,最高的 99 分,最低的 76 分,那么按分数从高到低居第三位的同学至少得了多少分?

分析与解 由于六位同学的平均成绩是 92.5 分,那么他们的总成绩是 $92.5 \times 6 = 555$ (分),去掉 99 分与 76 分,还有 380 分,第二名最多 98 分,那么第三、四、五名同学的平均成绩是 $(380 - 98) \div 3 = 94$ 分,由于六人的成绩各不相同,所以最高分一定高于平均数,至少是 95 分.

$$\begin{aligned} & (92.5 \times 6 - 99 - 98 - 76) \div 3 \\ &= (555 - 273) \div 3 \\ &= 282 \div 3 \\ &= 94 \text{ (分)} \end{aligned}$$

答:那么按分数从高到低居第三位的同学至少得了 95 分.

当堂练



甲、乙、丙、丁、戊五人在一次满分为 100 分的考试中,得分都是大于 91 分的整数,而且得分各不相同. 如果甲、乙、丙的平均分为 95 分,乙、丙、丁的平均分为 94 分,甲是第一名,戊是第三名,得 96 分,那么丁得多少分?

课后练



小唐在期末考试中,音乐、语文、数学、英语、科学五门学科的平均成绩是 89 分,音乐、数学两科的平均成绩是 91.5 分,语文、英语两科的平均成绩是 84 分,音乐、英语两科的平均成绩是 86 分,英语比语文多 10 分,小唐的各科成绩是多少?

