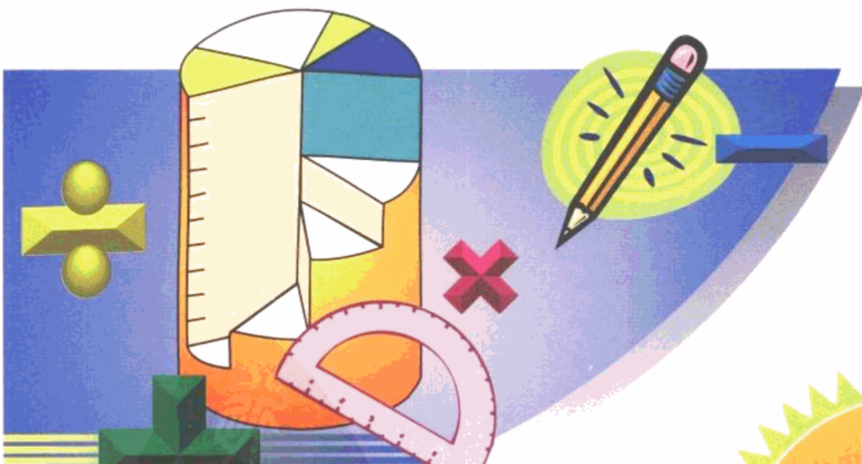
黄冈题库

丛书主编　董德松（黄冈市教育科学研究院院长）
本册主编　易文高　吴　苏

练考新课堂

九年级数学

适用人教版
（上、下学期用）



荣获
全国发行
优秀畅销品种

难度星级 ★★★★☆
探究创新 ★★★★☆
解题点拨 ★★★★★

中国计量出版社　卓越教育图书中心

黄冈题库
练考新课堂

丛书主编　董德松

本册主编　易文高
　　　　　吴　苏

九年级数学

（适用人教版）

中国计量出版社
卓越教育图书中心

图书在版编目(CIP)数据

黄冈题库:练考新课堂.九年级数学:适用人教版./董德松丛书主编;易文高等分册主编.
—第2版.—北京:中国计量出版社,2008.5
ISBN 978-7-5026-2651-8

Ⅰ.黄… Ⅱ.①董… ②易… Ⅲ.数学课—初中—习题 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2007)第073523号

本册主编　易文高　吴　苏
本册编写　熊裕欢　陈志强　刘宗刚　吴　苏　易文高
　　　　　曾　琳　刘胜弟　郭桂珍　程　刚　余会兵
　　　　　邓　伟　王圣良　赵　晶

中国计量出版社出版

北京和平里西街甲2号
邮政编码:100013
http://www.zgjl.com.cn
E-mail:jf@zgjl.com.cn

印刷　保定天德印务有限公司
发行　中国计量出版社总发行　各地新华书店经销

开本　850mm×1168mm　1/16
印张　16
字数　336千字
版次　2008年5月第2版　2008年5月第2次印刷
印数　11 001—22 000册
定价　24.00元
(如有印装质量问题,请与本社联系调换)

前　　言

从书特色：

1. 关注课改　注重创新　全面体现基础教育课程改革的新趋势；融入创新、探究、开放、实践的教学理念，注重激发同学们的求知欲望和学习欲望，使学生在自主性、独立性及探究性的学习上得到切实的提高，最终达到培养良好的学习习惯、掌握科学的学习方法、体验快乐的学习过程、收获有益的学习成果的目的。

2. 精心策划　阵容权威　通过市场调研，充分掌握读者的需求和"教改"最新动向，与基础教育专家共同策划，汇集了黄冈和武汉地区的国家级教师、教研员，以及重点中学的一线骨干教师，凝聚了他们丰富的教学经验及教研成果。

3. 注重实用　科学设计　以学生为本，注重实用。充分考虑教与学的实际要求，依据学科的特点，精心设计题目，严格控制题量和难度，保证题型的新颖。帮助学生在掌握课堂知识的同时，启发学生思考，提升将书本知识转化为解决实际问题的能力，以满足指导学生学习，辅助一线教师教学的需要。

结构特点：

1. 知识梳理　本栏目针对本课知识点及重难点，精讲精析，通过详细讲解，帮助学生理解和掌握本课知识点，指明学习方向，提示能力延伸，达到课前跃升、课后复习和正确引导的目的。

2. 典型例题精讲　根据每节知识点及重难点，精选典型例题进行讲解。例题有时代气息，具备探索与创新的特点，在某些章节收入一些注重数学本质、思想、方法考查的数学奥赛题、竞赛题、各地中考试题及探索创新与综合应用类题。

3. 基础练兵场　用基础知识解决基本问题，夯实基础。

4. 能力飞跃台　通过知识迁移、一题多解、探究创新等有一定难度的题，盘活基础、提升能力。

5. 中考直通车　收录全国近四年的中考试题和经典模拟题，以供学生体验中考实战，巩固知识，注重知识点与考点的关联，提高应试能力。

6. 易错会诊室　通过易错易混淆知识点剖析，增强学生分析能力。

7. 知识总结　置于每章综合测试之前，是本书编写的一大亮点，为老师们智慧和经验的结晶。每章总结是通过条目、表格、框图的形式归纳本章主要学习知识点，介绍本章最重要的数学研究方法或解题思想。智慧殿堂旨在链接与本章知识相关的数学背景知识，引导学生更好地理解本章知识，激发学习的兴趣和主动探索精神。

8. 综合测试　每章都配一个综合测试，以满足巩固本章知识的需要。上、下学期各设两套期中、期末测试卷。含基础题、学科内综合题、学科间综合题、应用探究题。

目　　录

第 21 章　二次根式

21.1　二次根式

知识梳理

1. 二次根式的概念

形如$\sqrt{a}(a\geqslant0)$的式子,叫做二次根式.在二次根式$\sqrt{a}$中:

① 根指数是2(也可以省略不写),即必须含有二次根号;

② 被开方数必须是非负数或非负式,即字母 a 必须满足 $a\geqslant0$;

③ $\sqrt{a}(a\geqslant0)$就是非负数(式)a 的算术平方根,即有$\sqrt{a}\geqslant0$.

2. 二次根式的基本性质

(1)$\sqrt{a}\geqslant0(a\geqslant0)$;(2)$(\sqrt{a})^2=a(a\geqslant0)$

对于性质(1),就是说$\sqrt{a}$具有双重非负性,即:① $a\geqslant0$;② $\sqrt{a}\geqslant0$.

对于性质(2),它既可以在运算中直接应用,又可以逆向应用,逆向运用的意义在于,可以把一个非负数或非负代数式写成完全平方的形式.

3. 二次根式的性质

$\sqrt{a^2}=|a|$,当 $a>0$ 时,$\sqrt{a^2}=a$;当 $a=0$ 时,$\sqrt{a^2}=0$;当 $a<0$ 时,$\sqrt{a^2}=-a$.

4. 性质$(\sqrt{a})^2=a$ 与性质$\sqrt{a^2}=|a|$的区别

(1)$(\sqrt{a})^2$ 是表示 a 的算术平方根的平方(即先开方,再平方);而$\sqrt{a^2}$是表示 a 的平方的算术平方根(即先平方,再开方).

(2)性质$(\sqrt{a})^2=a$ 中,必须要有 $a\geqslant0$ 这个大前提;而性质$\sqrt{a^2}=|a|$中,a 可以是任意实数.

典型例题精讲

例 21.1—1 (2005,黄石)函数 $y=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{x-1}$的自变量 x 的取值范围是　　(　　)

A. $x\geqslant-\dfrac{1}{2}$　　B. $x\neq1$　　C. $x\geqslant-\dfrac{1}{2}$且 $x\neq-1$　　D. $x\geqslant-\dfrac{1}{2}$且 $x\neq1$

[开题智慧]　自变量 x 的取值范围就是能使函数有意义的 x 的取值.

[解题全析]　由已知得$\begin{cases}2x+1\geqslant0\\x-1\neq0\end{cases}$,解得 $x\geqslant-\dfrac{1}{2}$且 $x\neq1$,故选 D.

[点悟总结]　此题考查根式和分式有意义的条件,不要漏掉 $x-1\neq0$,另外,答案中的连接词是“且”,而不是“或”.

例 21.1—2 (2006,荆门)当 $m<0$ 时,化简$\dfrac{\sqrt{m^2}}{m}$的结果是　　(　　)

A. -1　　B. 1　　C. m　　D. $-m$

[开题智慧] 由二次根式的性质$\sqrt{a^2}=|a|$来进行化简.

[解题全析] $\because m<0$,$\therefore \frac{\sqrt{m^2}}{m}=\frac{|m|}{m}=\frac{-m}{m}=-1$,故选A.

[点悟总结] 在运用二次根式的性质$\sqrt{a^2}=|a|$对二次根式进行化简时,特别要注意被开方数中底数的符号.

例21.1—3 在平面直角坐标系中,如图21.1—1所示,$\triangle ABC$的三个顶点的坐标分别为$A(1,5)$,$B(4,1)$,$C(1,1)$.

(1)判断$\triangle ABC$的形状.

(2)若将$\triangle ABC$绕AC旋转一周,则得到什么样的图形,并求其体积.

[开题智慧] 利用平面直角坐标系,及边与数轴的关系,判断三角形的形状.又由其旋转问题判断几何形状,将几何问题转化为代数问题来解决.

[解题全析] (1)$\because A(1,5)$,$C(1,1)$,

$\therefore A$,C两点的横坐标相等.

$\therefore AC$平行于y轴.

$\because C(1,1)$,$B(4,1)$,

$\therefore B$,C两点的纵坐标相等.

$\therefore BC$平行于x轴.

$\therefore AC\perp BC$.

$\because |AC|=5-1=4$,$|BC|=4-1=3$,

$\therefore AC\neq BC$

$\therefore \triangle ABC$是直角三角形.

(2)若将$\triangle ABC$绕AC旋转一周,可得到一个圆锥体.

$V=\frac{1}{3}\pi\times 3^2\times 4=12\pi$.

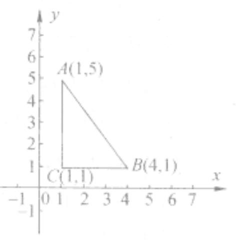


图21.1—1

[点悟总结] 此题是一道综合性试题,它将平面直角坐标系、三角形、圆锥体等,综合在一起,在解决这类问题时,要将几何问题化为代数问题来解决.

基础练兵场

1. 下列式子一定是二次根式的是 ( )

A. $\sqrt{-x-2}$　B. $\sqrt{x}$　C. $\sqrt{x^2+2}$　D. $\sqrt{x^2-2}$

2. 化简$\sqrt{(-3)^2}$的结果是 ( )

A. 3　B. -3　C. ±3　D. 9

3. 若$\sqrt{(3-b)^2}=3-b$,则 ( )

A. $b>3$　B. $b<3$　C. $b\geqslant3$　D. $b\leqslant3$

4. 若$\sqrt{3m-1}$有意义,则m能取的最小整数值是 ( )

A. $m=0$　B. $m=1$　C. $m=2$　D. $m=3$

5. 有两棵相距8m的大树,一棵高12m,一棵高16m,一只小鸟从一棵树顶飞到另一棵树顶,至少需飞________m.

6. 若$\sqrt{\frac{a}{b}}$是二次根式,则a,b应满足的条件是 ( )

A. a,b 均为非负数　　B. a,b 同号　　C. $a\geqslant0,b>0$　　D. $\frac{a}{b}\geqslant0$

7. 下列各式中一定成立的是　　（　　）

A. $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}=3+4=7$　　B. $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

C. $\left(-\sqrt{2\frac{1}{2}}\right)^2=\sqrt{\left(-2\frac{1}{2}\right)^2}$　　D. $\sqrt{1-\frac{1}{9}}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

8. 计算：

(1) $\sqrt{(-14)^2}=$________；　　(2) $\sqrt{7\times112}=$________；

(3) $(-2\sqrt{3})^2=$________；　　(4) $\sqrt{2\frac{1}{4}}=$________.

能力飞跃台

9. 若 $y^2+4y+4+\sqrt{x+y-1}=0$，则 xy 的值等于　　（　　）

A. -6　　B. -2　　C. 2　　D. 6

10. 已知 a,b,c 为三角形的三边，则 $\sqrt{(a+b-c)^2}+\sqrt{(b-c-a)^2}+\sqrt{(b+c-a)^2}$ =________.

11. 把下列各式写成平方差的形式，再分解因式：

(1) x^2-5　　(2) $4a^2-7$

(3) $16y^2-15$　　(4) $3x^2-2y^2$

12. 计算：$\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}+\sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}$.

13. 若 x,y 是实数，且 $y<\sqrt{x-1}+\sqrt{1-x}+\frac{1}{2}$，求 $\frac{|1-y|}{y-1}$ 的值.

14. 把 a^4-6a^2+9 在实数范围内分解因式.

中考直通车

15. (2006，苏州) 下列函数中，自变量 x 的取值范围是 $x>2$ 的函数是　　（　　）

A. $y=\sqrt{x-2}$　　B. $y=\sqrt{2x-1}$　　C. $y=\frac{1}{\sqrt{x-2}}$　　D. $y=\frac{1}{\sqrt{2x-1}}$

16. (2005,江西)已知 $a<2$,则 $\sqrt{(a-2)^2}=$ ________.

17. (2003,河南)若 $|x-3|+(x-y+1)^2=0$,计算 $\sqrt{x^2y+xy^2+\frac{y^3}{4}}=$ ________.

18. (2003,青岛)当 $a<1$ 且 $a\neq 0$ 时,化简 $\frac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a^2-a}=$ ________.

19. (2003,山东)细心观察图 21.1—2,认真分析各式,然后解答问题.

$(\sqrt{1})^2+1=2, S_1=\frac{\sqrt{1}}{2}$

$(\sqrt{2})^2=3, S_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$(\sqrt{3})^2=4, S_3=\frac{\sqrt{3}}{2}$

……　　　……

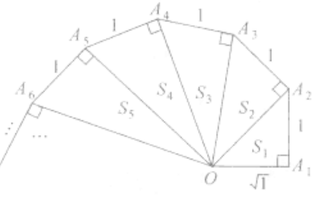


图 21.1—2

(1)请用含有 n(n 是正整数)的等式表示上述变化规律;

(2)推算出 OA_{10} 的长;

(3)求出 $S_1^2+S_2^2+S_3^2+\cdots+S_{10}^2$ 的值.

易错会诊室

20. 若实数 a,b,c 在数轴上的位置如图 21.1—3 所示,则化简 $\sqrt{a^2}-\sqrt{(a+b)^2}+|b-c|+|c-a|=$ ________.

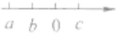


图 21.1—3

21.2 二次根式的乘除

知识梳理

1. 二次根式的乘法 $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}\ (a\geqslant 0,b\geqslant 0)$.

2. 二次根式的除法 $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}\ (a\geqslant 0,b>0)$.

3. 利用二次根式的乘法、除法运算对二次根式进行化简

等式$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}\ (a\geqslant 0,b\geqslant 0)$反过来也可写成$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geqslant 0,b\geqslant 0)$，等式$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}\ (a\geqslant 0,b>0)$反过来也可写成$\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (a\geqslant 0,b>0)$，利用这两个等式，我们可以对一些二次根式进行化简.

典型例题精讲

例 21.2—1 (2003，福州)下列各式中属于最简二次根式的是 ( )

A. $\sqrt{x^2+1}$ B. $\sqrt{x^2y^5}$ C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{0.5}$

[开题智慧] 根据最简二次根式的条件来判断，不满足其中一个条件的，都不是最简二次根式. 满足下列两个条件的二次根式叫最简二次根式.
(1)被开方数的因数是整数，因式是整式；
(2)被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

[解题全析] $\sqrt{x^2y^5}$被开方数含有能开得尽方的因式；$\sqrt{12}$被开方数含有能开得尽方的因数；$\sqrt{0.5}$的被开方数不是整数；$\sqrt{x^2+1}$符合上述两个条件. 故选 A.

[点悟总结] 对应上面两个条件，最简二次根式可以这样理解：
(1)被开方数不含分母；
(2)被开方数中的每一个因式或因数都开不尽方.

例 21.2—2 (2005，湖北)已知 $a<b$，化简二次根式$\sqrt{-a^3b}$的正确结果是 ( )

A. $-a\sqrt{-ab}$ B. $-a\sqrt{ab}$ C. $a\sqrt{ab}$ D. $a\sqrt{-ab}$

[开题智慧] 化简二次根式就是把二次根式化成最简二次根式，这里要用二次根式的性质$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geqslant 0,b\geqslant 0)$进行变形.

[解题全析] $\because -a^3b\geqslant 0$，$\therefore a,b$ 异号，又$\because a<b$，$\therefore a<0,b>0$，

$\therefore \sqrt{-a^3b}=\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{-ab}=-a\sqrt{-ab}$，故选 A.

[点悟总结] 此题要根据已知条件 $a<b$ 和被开方数 $-a^3b\geqslant 0$，综合判断出 a,b 的性质符号，再根据$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geqslant 0,b\geqslant 0)$进行化简.

例 21.2—3 计算：$-6\sqrt{\dfrac{2a-2b}{c^2}}\div\dfrac{4}{5}\sqrt{\dfrac{a-b}{2bc^2}}\times\dfrac{1}{5}\sqrt{\dfrac{b}{c}}$.

[开题智慧] 二次根式的乘法运算，利用$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geqslant 0,b\geqslant 0)$进行二次根式的除

法运算;利用$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ $(a\geqslant 0,b>0)$进行乘除法混合运算,先统一成乘法,再进行运算,最后的结果化为最简根式.

［解题全析］ 原式$=-6\times\frac{5}{4}\times\frac{1}{5}\times\sqrt{\frac{2(a-b)}{c^2}\cdot\frac{2bc^2}{a-b}\cdot\frac{b}{c}}=-\frac{3}{2}\sqrt{\frac{4b^2}{c}}=-\frac{3b\sqrt{c}}{c}$.

［点悟总结］ 二次根式的乘除法混合运算,应严格按照从左到右来进行,或者先统一成乘法,再进行运算,另外,计算的结果应化为最简根式.

基础练兵场

1. 化简$\sqrt{20}$的结果是 ( )

A. $5\sqrt{2}$　B. $2\sqrt{5}$　C. $2\sqrt{10}$　D. $4\sqrt{5}$

2. 下列根式不是最简二次根式的是 ( )

A. $\sqrt{a^2+1}$　B. $\sqrt{2x+1}$　C. $\frac{\sqrt{2b}}{4}$　D. $\sqrt{0.1y}$

3. 若$\sqrt{5}=a$, $\sqrt{17}=b$,则$\sqrt{0.85}$的值用a,b可以表示为 ( )

A. $\frac{a+b}{10}$　B. $\frac{b-a}{10}$　C. $\frac{ab}{10}$　D. $\frac{b}{a}$

4. 化简二次根式$a\sqrt{-\frac{a+2}{a^2}}$的结果是 ( )

A. $\sqrt{-a-2}$　B. $-\sqrt{-a-2}$　C. $\sqrt{a-2}$　D. $-\sqrt{a-2}$

5. 使等式$\sqrt{\frac{x-3}{x-5}}=\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-5}}$成立的条件是 ( )

A. $x\neq 5$　B. $x>5$　C. $x\geqslant 3$　D. $x\geqslant 3$且$x\neq 5$

能力飞跃台

6. 运算过程:$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$,数学上将这种把分母的根号去掉的过程称作“分母有理化”,那么,化简$\frac{2}{\sqrt{6}}$的结果是 ( )

A. 2　B. 6　C. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$　D. $\sqrt{6}$

7. 自由落体的公式为$s=\frac{1}{2}gt^2$(g是重力加速度,$g=10\ \text{m/s}^2$),若物体下落的高度是720 m,则下落的时间是________.

8. 比较大小:-3 ________ $-2\sqrt{2}$; $3\sqrt{5}$ ________ $2\sqrt{10}$.

9. 把下列各式化成最简二次根式:

(1) $\sqrt{2000}$　　(2) $\sqrt{313^2-312^2}$

(3) $\frac{27}{5}\sqrt{\frac{13^2-12^2}{27}}$　　(4) $-\frac{abc}{2}\sqrt{\frac{c^3}{2a^4b}}$

10. 计算：

(1) $-\sqrt{3}\cdot\sqrt{(-16)(-36)}$　　(2) $\sqrt{2}\cdot\frac{1}{3}\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{1\frac{3}{5}}\cdot 2\sqrt{3}\cdot\left(-\frac{1}{2}\sqrt{10}\right)$　　(4) $\sqrt{10x}\cdot\sqrt{10^{-1}y}\cdot\sqrt{100z}$

(5) $3\sqrt{6}\cdot 6\sqrt{3}$　　(6) $\sqrt{5\frac{3}{5}}\div\sqrt{2\frac{6}{7}}$

(7) $9\sqrt{\frac{1}{48}}\div\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{4}}$　　(8) $\frac{\sqrt{5.2\times10^7}}{\sqrt{1.3\times10^9}}$

11. 一个底面为30 cm×30 cm的长方形玻璃容器中装满水，现将一部分水倒入一个底面为正方形，高为10 cm的铁桶中，当铁桶装满水时，容器中的水面下降了20 cm，铁桶的底面边长是多少？

12. 先请看一个有趣的现象：$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{2^3}{3}}=\sqrt{\frac{(2^3-2)+2}{2^2-1}}=\sqrt{\frac{2\times(2^2-1)+2}{2^2-1}}=\sqrt{2\frac{2}{3}}$.

这里根号外的因数2经适当的演变，竟"跑"到了根号的里面，我们不妨把这种现象形

象地称为“穿墙”，具有这一性质的数还有许许多多，再如：$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3\frac{3}{8}}$.

验证：$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{\frac{3^3}{8}}=\sqrt{\frac{(3^3-3)+3}{3^2-1}}=\sqrt{\frac{3\times(3^2-1)+3}{3^2-1}}=\sqrt{3\frac{3}{8}}$.

(1)$4\sqrt{\frac{4}{15}}$具有“穿墙”性质吗？若有，请给予验证；

(2)请你写出一个具有“穿墙”性质的数，并尝试用字母 n 表示出这一性质.

13. 若 x,y 为实数，且 $y=\frac{\sqrt{x^2-4}+\sqrt{4-x^2}+1}{x+2}$，求 $\sqrt{x+y}\cdot\sqrt{x-y}$的值.

中考直通车

14. (2004，南京)下列二次根式中，最简二次根式是 ( )

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　B. $\sqrt{4}$　　C. $\sqrt{6}$　　D. $\sqrt{8}$

15. (2003，荆州)$\sqrt{12}$化成最简二次根式是 ( )

A. $2\sqrt{6}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $3\sqrt{2}$　　D. $6\sqrt{2}$

16. (2005，哈尔滨)在下列根式 $4\sqrt{5a}$，$\sqrt{2a^3}$，$\sqrt{b}$，$\sqrt{8x}$中，最简二次根式的个数为 ( )

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

17. (2006，湖北)设$\sqrt{2}=a$，$\sqrt{3}=b$，用含 a,b 的式子表示 $\sqrt{0.54}$，则下列表示正确的是 ( )

A. $0.3ab$　　B. $3ab$　　C. $0.1ab^2$　　D. $0.1a^2b$

18. (2003，北京)当 $a<2b$ 时，把$\frac{a}{a-2b}\sqrt{\frac{a^2-4ab+4b^2}{a}}$中根号外的因式移入根号内为________.

易错会诊室

19. 化简和计算：

(1) $\sqrt{(-5)\times(-10)}$　　(2) $\sqrt{a^2-2\sqrt{5}a+5}$ $(a<\sqrt{5})$　　(3) $\sqrt{ab}\div\sqrt{a}\times\sqrt{\frac{1}{a}}$

21.3　二次根式的加减

知识梳理

1. 同类二次根式

判断依据是：两个(或多个)二次根式化成最简根式以后，如果被开方数相同，那么这两个(或多个)二次根式就叫做同类二次根式.

实际上，只要被开方数(当然被开方数应该是非负数)相同的二次根式都是同类二次根式.

2. 二次根式的加减

在进行二次根式的加减运算时，应先将二次根式化成最简二次根式，再将被开方数相同的二次根式进行合并. 与整式的加减类似，在合并同类二次根式时，只需将它们的系数相加，根式不变，不同类二次根式不能合并. 计算的结果一定要化简.

3. 二次根式的混合运算

能按运算顺序进行二次根式的四则混合运算. 在加、减、乘、除混合运算时，可按有理数的运算法则进行.

典型例题精讲

例 21.3—1 (2005，黄石)若最简根式$\sqrt[a+b]{3a}$与$\sqrt{a+2b}$是同类二次根式，则 $ab=$______.

[开题智慧]　最简二次根式只要被开方数相同，就是同类二次根式.

[解题全析]　由已知得$\begin{cases}a+b=2\\3a=a+2b\end{cases}$，解得 $a=1$，$b=1$，$\therefore ab=1$.

[点悟总结]　考查同类二次根式的概念. 若原根式不是最简根式，则首先将根式化简.

例 21.3—2 (2003，常德)化简$\frac{1}{2}\sqrt{32x^3}+2x\sqrt{\frac{x}{2}}-x^2\sqrt{\frac{50}{x}}=$________.

[开题智慧]　题中每个二次根式都不是最简二次根式，应按“先化简——再判断——最后合并”三步曲进行计算. 二次根式的加减，首先要化简二次根式，化简之后，就类似整式的加减运算了. 整式的加减实质就是去括号和合并同类项. 二次根式的加减也是如此，合并同类二次根式与合并同类项类似.

[解题全析]　原式$=2x\sqrt{x}+x\sqrt{x}-5x\sqrt{x}=(2x+x-5x)\sqrt{x}=-2x\sqrt{x}$

[点悟总结]　二次根式不管是否为同类二次根式都可以相乘除，但只有同类二次根式才能相加减，即二次根式加减法的前提条件是具备同类二次根式，二次根式相加减，实质就是合并同类二次根式，为此，应先将原式中不是最简二次根式的式子化简，若不是同类二次根式，不能再进行加减运算.

例 21.3—3 $(\sqrt{x^3y}-3xy+\sqrt{xy^3})\div\sqrt{xy}$.

[开题智慧]　这里可以把二次根式看成是一个“单项式”或者“多项式”，利用整式乘法或除法法则进行运算.

［解题全析］ 原式 $=\sqrt{x^3y}\div\sqrt{xy}-3xy\div\sqrt{xy}+\sqrt{xy^3}\div\sqrt{xy}$

$$=\frac{x\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}-\frac{3xy\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}\cdot\sqrt{xy}}+\frac{y\sqrt{xy}}{\sqrt{xy}}$$

$$=x-3\sqrt{xy}+y.$$

［点悟总结］ 二次根式的混合运算是本章学习的落脚点，是前面学过的二次根式乘法、除法及加减法的综合运用. 学习二次根式的混合运算应注意以下几点：

(1)二次根式的混合运算顺序与实数运算类似，先算乘方，再算乘除，最后算加减，有括号先算括号里面的.

(2)对于二次根式混合运算，原来学过的所有运算律、运算法则及乘法公式仍然适用.

(3)在二次根式混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

基础练兵场

1. 下列各组二次根式中，属同类二次根式的是 （　　）

A. $\sqrt{12}$与$\sqrt{72}$　　B. $\sqrt{63}$与$\sqrt{28}$

C. $\sqrt{4x^2}$与$2\sqrt{2x}$　　D. $\sqrt{18}$与$\sqrt{\frac{2}{3}}$

2. 下列计算中，正确的是 （　　）

A. $2+\sqrt{3}=2\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{6}+\sqrt{3}=\sqrt{9}=3$

C. $3\sqrt{5}-2\sqrt{3}=(3-2)\sqrt{5-3}=\sqrt{2}$　　D. $3\sqrt{7}-\frac{1}{2}\sqrt{7}=\frac{5}{2}\sqrt{7}$

3. 计算 $\sqrt{45}-\frac{1}{2}\sqrt{20}+5\sqrt{\frac{1}{5}}-\frac{5}{3}\sqrt{1\frac{4}{5}}$的结果是 （　　）

A. 0　　B. $-\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $2\sqrt{5}$

4. $\left(\sqrt{24}-3\sqrt{15}+2\sqrt{2\frac{2}{3}}\right)\times\sqrt{2}$的值是 （　　）

A. $\frac{20}{3}\sqrt{3}-3\sqrt{30}$　　B. $3\sqrt{30}-\frac{2}{3}\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{30}-\frac{2}{3}\sqrt{3}$　　D. $\frac{20}{3}\sqrt{3}-\sqrt{30}$

5. 已知等腰三角形的两边长为$2\sqrt{3}$和$5\sqrt{2}$，则此等腰三角形的周长为 （　　）

A. $4\sqrt{3}+5\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}+10\sqrt{2}$

C. $4\sqrt{3}+10\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{3}+5\sqrt{2}$或$2\sqrt{3}+10\sqrt{2}$

6. 已知直角三角形的面积为$5\sqrt{2}$，一条直角边的长为$\sqrt{5}$，则这个直角三角形的周长为______.

7. 计算：

(1)$3\sqrt{2}+\sqrt{3}-2\sqrt{2}-3\sqrt{3}$　　(2)$\sqrt{8}+\sqrt{0.5}-4\sqrt{\frac{1}{2}}-\sqrt{1.5}+\sqrt{6}-\sqrt{24}$

(3) $\frac{2}{3}\sqrt{9x}+6\sqrt{\frac{x}{4}}-2x\sqrt{\frac{1}{x}}$ (4) $(2\sqrt{3}-2)(3\sqrt{2}-3)$ (5) $\sqrt{12}-\sqrt{3}\div(2+\sqrt{3})$

能力飞跃台

8. 如图21.3—1所示，把直角三角形 ABC 的斜边 AB 放在定直线 l 上，按顺时针方向在 l 上转动两次，使它转到 $\triangle A'B'C'$ 的位置. 设 $BC=1$，$AC=\sqrt{3}$，则顶点 A 运动到点 A' 的位置时，点 A 经过的路线与直线 l 所围成的面积是________（计算结果不取近似值）.

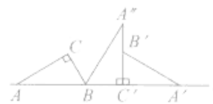


图21.3—1

9. 如果下列各式分别为：第一式 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$，第二式 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\sqrt{3}-1$，第三式 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\sqrt{4}-1$，第四式 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}=\sqrt{5}-1$，那么第 n 式为 （ ）

A. $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}=\sqrt{n}-1$

B. $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=\sqrt{n+1}-1$

C. $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n-1}+\sqrt{n}}=\sqrt{n-1}-1$

D. $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=\sqrt{n}-1$

10. 已知最简根式 $\sqrt[3a+2]{4a+3b}$ 和最简根式 $\sqrt[b+4]{2a-b+6}$ 是同类根式，求 $a^{2002}-b^{2001}$ 的值.

11. 已知：$x=\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$，$y=\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，求代数式 $x^2-2xy+y^2+2x+2y$ 的值.