

高职高专机械类专业系列丛书

# 测试技术

主编 沈中城 主审 余瑞芬

丛书主编 姜 左

东南大学出版社

高职高专机械类专业系列丛书

# 测 试 技 术

|     |     |
|-----|-----|
| 主 编 | 沈中城 |
| 副主编 | 陈小平 |
| 主 审 | 余瑞芬 |

东南大学出版社

·南京·

## 内 容 提 要

本书阐述了测试技术的基本理论与实验方法。全书共分八章,第一章绪论,第二、第三章讨论测试系统的特征和传感器原理,第四、第五章为测试系统的主要环节,第六、第七、第八章为测试技术的应用设计与展望。

本书是高等职业院校机械类专业的教材,同时也可作为工程专科、职工大学、业余大学机械类专业的教材,亦可供有关工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

测试技术/沈中城主编. —南京:东南大学出版社,  
2001.6

高职高专机械类专业系列丛书

ISBN 7-81050-672-2

I. 测... II. 沈... III. 测试技术 - 高等学校:技  
术学校 - 教材 IV. TB4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 042614 号

东南大学出版社出版发行

(南京四牌楼 2 号 邮编:210096)

出版人:宋增民

江苏省新华书店经销 江宁县印刷厂印刷

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:10 字数:256 千字

2001 年 6 月第 1 版 2001 年 6 月第 1 次印刷

印数:1-4000 册 本册定价:18.00 元

(全套总定价:276.00 元)

(凡因印装质量问题,可直接向发行科调换。电话:025-3792327)

## 出版说明

科教兴国,教育先行。当前,高等教育正处在深化改革阶段,高等职业教育也迎来了新的迅猛发展时期。高等职业教育是在具有高中文化水平的基础上,为生产、建设、管理、服务等第一线培养高级实用型技术人才和管理人才的专门教育。根据教育部《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》,各高职高专学校都对本校的教学计划、课程体系、教学内容作了相应的调整。根据突出应用性、实践性的原则重组了课程结构,教学内容上突出了基础理论教学以应用为目的,以必须、够用为度;专业课教学加强了针对性和实用性。因为高职教育的人才培养目标和规格不同于普通高等教育,因而其教材应具有高职教育的基本特点。目前高等职业教育的教材建设已经成为一个亟待解决的共性问题。在东南大学出版社的支持下,苏州职业大学、常熟高等专科学校、常州工学院、南京工业职业技术学院等学校中的一批有扎实理论基础和丰富实践经验的教师,怀着强烈的责任感和极大的热情编写了一批相应的配套教材,他们具有较强的教学改革意识,决心为高职高专事业的发展作出一些贡献。

本丛书由东南大学博士生导师林萍华教授、博士生导师易红教授担任主审。

这批教材将分期分批出版,第一辑出版的教材有:

- 机械工程基础
- 机械制造技术
- 机械设计
- 现代质量管理概论
- 现代制造技术
- 机械设备控制技术
  - (1)机械设备液压气动控制技术
  - (2)数控技术
- 测试技术
- 工程力学
- 工程数学
- 机械制图

限于水平和经验,加之时间匆促,这批教材还会有不足之处,诚望使用本教材的教师和学生能积极提出批评和建议,以便再版时改进。

高职高专机械类专业系列丛书 编委会

2000年8月

**高职高专机械类专业系列丛书(第一辑)**  
**编审委员会**

**主任委员** 林萍华 易 红

**副主任委员** (按姓氏笔划为序)

郑志祥 缪协兴

**委 员** (按姓氏笔划为序)

王培羲 孙序泉 余瑞芬 严苏砣

陈家瑾 郑志祥 林萍华 袁雪枚

韩玉启 缪协兴

**责任编辑** 李 玉 朱经邦

**编写委员会**

**主 编** 姜 左

**副主编** (按姓氏笔划为序)

丁加军 吕慧瑛 李江蛟 林朝平

程宜康

**委 员** (按姓氏笔划为序)

丁加军 王伟麟 吕慧瑛 沈中城

李江蛟 吴永祥 陈雪芳 林朝平

姜 左 徐冉冉 陶亦亦 程宜康

魏宣燕

# 前 言

本书是参照机械工业部教材编审委员会测试小组拟订的大纲,根据理工类各专业对《测试技术》课程的基本要求,考虑了高等职业教育的特点而编写的。

现代信息技术正以惊人的速度发展,信息时代已悄然来到。

现代信息系统包括信息的采集、传输和处理三大部分,即传感器、通信和计算机。它们分别相当于人的“感官”、“神经”和“大脑”。20世纪70年代微电子技术的发展,促进了通信系统和计算机的迅速发展,但令人遗憾的是,作为“感官”的传感器技术却没有得到相应的发展,以至造成目前信息技术系统中“信息处理能力过剩而信息获取能力迟钝”的被动局面。因此,作为信息获取的主要工具——传感器愈来愈被人们关注。而传感器是现代测试技术的核心。测试技术正得到国内外许多高校的重视,都把类似课程作为各类高校学习创新的基础理论和技术训练而列入教学计划。传感器技术既是一门分散型技术,同时又是一门知识密集型技术,它涉及物理、化学、生物、医学、金属学、机械、电子等几乎所有的科学技术领域。传感器的种类繁多,教学、科研、生产和医疗单位的广大科技人员急需了解和掌握各种传感器的有关知识,为此,我们编写了这本《测试技术》。

本书以动态测试中采集信息的基本技术为总的思路,以论述传感器的原理、性能为重点,以介绍测试技术的应用与设计为特色。

全书共分八章:第一章 绪论;第二章 信息测试系统;第三、第四、第五章为信息的获取、加工和记录;第六章 测试技术的应用;第七章 测试系统的设计及实例;第八章 测试系统的展望。

本书由苏州市职业大学沈中城教授任主编(编写第一、第二、第三章),陈小平博士任副主编(编写第七、第八章和第五章第4节),张进峰、高小荣、潘丽敏老师分别编写第四、五、六章。在编写过程中参考了兄弟院校的教材,结合多年讲授本课程的教学体会。陈小平博士结合自己科研工作,向读者介绍了运用最新的虚拟仪器技术进行测试的新技术。潘丽敏老师对文稿加工作了大量工作。但由于时间匆忙和水平有限,错误与不足之处在所难免,尚请读者批评指正。

本书经南京航空航天大学余瑞芬教授审阅。本书的出版得到东南大学出版社领导李玉同志大力支持,在此一并表示谢意。

编 者

2001年3月

# 目 录

|                          |    |
|--------------------------|----|
| 1 绪论 .....               | 1  |
| 1.1 测试技术的作用 .....        | 1  |
| 1.1.1 测试对象跨度的广泛性 .....   | 1  |
| 1.1.2 静态测量向动态测试的发展 ..... | 1  |
| 1.1.3 动态测试的特点 .....      | 2  |
| 1.2 测试系统的组成 .....        | 2  |
| 1.3 测试技术课程内容 .....       | 3  |
| 2 信息测试系统 .....           | 5  |
| 2.1 信息与信号 .....          | 5  |
| 2.1.1 信息与信号简述 .....      | 5  |
| 2.1.2 信号的分类 .....        | 5  |
| 2.2 信号的表述 .....          | 6  |
| 2.2.1 周期信号与离散频谱 .....    | 6  |
| 2.2.2 非周期信号 .....        | 9  |
| 2.3 测试系统的静态特性 .....      | 10 |
| 2.3.1 测量的概述 .....        | 10 |
| 2.3.2 静态特性 .....         | 12 |
| 2.4 测试系统的动态特性 .....      | 15 |
| 2.4.1 动态特性的数学模型 .....    | 15 |
| 2.4.2 动态特性的频域描述 .....    | 20 |
| 3 信号获取的主要工具——传感器 .....   | 24 |
| 3.1 传感器概述 .....          | 24 |
| 3.1.1 传感器的重要性 .....      | 24 |
| 3.1.2 开发新型传感器的途径 .....   | 24 |
| 3.1.3 传感器的发展动向 .....     | 25 |
| 3.1.4 传感器的分类 .....       | 26 |
| 3.1.5 传感器的组成环节及特性 .....  | 27 |
| 3.2 弹性敏感元件 .....         | 27 |
| 3.2.1 弹性元件的弹性特性 .....    | 27 |
| 3.2.2 弹性敏感元件材料与形式 .....  | 28 |
| 3.3 参量型传感器 .....         | 30 |
| 3.3.1 电阻式传感器 .....       | 30 |
| 3.3.2 电容式传感器 .....       | 43 |
| 3.3.3 电感式传感器 .....       | 49 |
| 3.4 发电型传感器 .....         | 54 |
| 3.4.1 磁电式传感器 .....       | 54 |
| 3.4.2 压电式传感器 .....       | 56 |

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 3.4.3 光电传感器 .....           | 60  |
| 3.5 热电式传感器 .....            | 64  |
| 3.5.1 热电阻式传感器 .....         | 64  |
| 3.5.2 热电偶 .....             | 66  |
| 3.5.3 PN 结型温度传感器 .....      | 70  |
| 4 信号的加工 .....               | 72  |
| 4.1 概述 .....                | 72  |
| 4.2 电桥 .....                | 72  |
| 4.2.1 直流电桥 .....            | 72  |
| 4.2.2 交流电桥 .....            | 76  |
| 4.3 阻抗匹配器 .....             | 77  |
| 4.4 调制与解调 .....             | 78  |
| 4.4.1 幅值调制与解调 .....         | 78  |
| 4.4.2 频率调制与解调 .....         | 81  |
| 4.5 电荷放大器 .....             | 83  |
| 4.6 滤波 .....                | 84  |
| 4.6.1 概述 .....              | 84  |
| 4.6.2 实际滤波器 .....           | 85  |
| 5 信号的记录与显示 .....            | 89  |
| 5.1 视觉记录仪器 .....            | 89  |
| 5.1.1 电压记录仪器 .....          | 89  |
| 5.1.2 电流记录仪器 .....          | 91  |
| 5.2 磁带记录仪器 .....            | 98  |
| 5.2.1 磁带记录仪的组成 .....        | 99  |
| 5.2.2 磁带记录仪的基本工作原理 .....    | 100 |
| 5.2.3 记录方式 .....            | 101 |
| 5.2.4 磁带记录仪的应用 .....        | 103 |
| 5.3 新型记录仪器 .....            | 105 |
| 5.3.1 无机械惯性记录系统 .....       | 106 |
| 5.3.2 阵列式记录仪器 .....         | 107 |
| 5.3.3 波形存储式记录仪 .....        | 109 |
| 5.4 液晶显示器原理及应用 .....        | 110 |
| 5.4.1 字符型 LCD 显示器原理 .....   | 110 |
| 5.4.2 MDLS 系列液晶显示器的使用 ..... | 113 |
| 6 测试技术的应用 .....             | 116 |
| 6.1 概述 .....                | 116 |
| 6.2 力的测定 .....              | 116 |
| 6.2.1 力的概述 .....            | 116 |
| 6.2.2 力测定的基本方法 .....        | 116 |
| 6.2.3 常用测力传感器及其结构 .....     | 117 |

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| 6.2.4 应变式测力计 .....                  | 119 |
| 6.3 压力的测定 .....                     | 121 |
| 6.3.1 压力概述 .....                    | 121 |
| 6.3.2 压力的测定方法 .....                 | 121 |
| 6.3.3 应变式压力计 .....                  | 122 |
| 6.3.4 霍尔式压力计 .....                  | 122 |
| 6.4 位移的测量 .....                     | 124 |
| 6.4.1 位移的概述 .....                   | 124 |
| 6.4.2 位移测量方法 .....                  | 124 |
| 6.4.3 几种位移传感器 .....                 | 125 |
| 6.5 振动的测量 .....                     | 126 |
| 6.5.1 机械振动的特征量 .....                | 126 |
| 6.5.2 机械振动的测量 .....                 | 127 |
| 6.6 流量的测量 .....                     | 128 |
| 6.6.1 节流式流量计 .....                  | 129 |
| 6.6.2 电磁式流量计 .....                  | 130 |
| 7 测试系统设计及其实例 .....                  | 132 |
| 7.1 概述 .....                        | 132 |
| 7.2 传感器实时自校准/自补偿技术的研究 .....         | 133 |
| 7.2.1 引言 .....                      | 133 |
| 7.2.2 实时自校准/自补偿原理 .....             | 133 |
| 7.2.3 实施方案 .....                    | 135 |
| 7.2.4 实验数据 .....                    | 137 |
| 7.3 基于虚拟仪器技术的飞机飞行参数记录器检测系统的研制 ..... | 138 |
| 7.3.1 引言 .....                      | 138 |
| 7.3.2 飞行参数记录器组件介绍 .....             | 138 |
| 7.3.3 设计方案 .....                    | 140 |
| 7.3.4 技术难点及解决方法 .....               | 141 |
| 7.3.5 结束语 .....                     | 142 |
| 7.4 循环冷却水水质自动监控系统 .....             | 143 |
| 7.4.1 概述 .....                      | 143 |
| 7.4.2 系统功能 .....                    | 143 |
| 7.4.3 工作原理 .....                    | 143 |
| 7.4.4 输出显示方式 .....                  | 144 |
| 8 测试技术与仪器的发展和应用前景 .....             | 145 |
| 8.1 测试观念的拓展 .....                   | 145 |
| 8.2 测试领域的拓展 .....                   | 145 |
| 8.3 测试技术与仪器的应用前景 .....              | 146 |
| 参考文献 .....                          | 148 |

## 1.1 测试技术的作用

测试技术是指工农业生产与科学实验过程中对一些参数的测量技术,也称非电量的电测技术。它是现代自动化生产的一个重要组成部分。自动化技术是和当前的科技发展分不开的,是现代化的重要标志之一。近年来,由于测试技术、控制理论和计算机技术的迅速发展,自动化技术也随之提高到一个新的水平。

现代科学和工农业的发展,使测试技术面临一个极其错综复杂的需求。归纳起来主要是两个方面。

### 1.1.1 测试对象跨度的广泛性

测试对象遍及“天地生理工农”,以及某些社会科学领域。由于学科之间的专业化差异愈来愈大,以及对测量量程的要求广度和精度愈来愈高,这就促使测试技术一方面要作专业化分工,另一方面要从传统的测量方法中解放出来,求助于光学、电学等方法,从单一科学(如机械测量手段)发展为学科技术间的相互借鉴和渗透,形成综合各学科成果的各种测量系统,其中尤以物理量的电测技术发展最为迅速。

例如,采用安装在人造卫星和飞机上面的传感器来观测地球表面,根据获得的数据取得有关环境和资源信息的技术。这种遥感技术可以用于分析地下矿藏,绘制与修正地质地图;调查地热,确定水源,调查海洋生物,绘制海洋图(海岸线、礁石等);还可以调查水质污染以及生态系统等。

再如,电阻应变仪可用于各种机械和工程结构强度及寿命的诊断与评估,在包括航空航天技术、核工程技术、兵器与航船技术、动力机械与热力工程技术、石油化工技术、交通与建筑技术、纺织与轻工技术、生物医学工程与运动生物力学等众多领域。电阻应变片可以作称重传感器、测力传感器、压力传感器和应变式扭矩传感器、应变引伸计、加速度传感器等。

测试技术在医学方面与生产技术方面也有很多用途。如脉象传感器记录脉管搏动,压阻式压力传感器可用于心内导管压力的测量。酶传感器主要用于测量催化生物化学反应,同时还具有化学放大作用。因此,利用酶的特性可以制造出灵敏度高、选择性好的传感器。

### 1.1.2 静态测量向动态测试的发展

所谓静态测量即测量不随时间变化或变化很缓慢的物理量;而动态测试即测量那些随时间迅速变化的物理量。在动态运行下的工业设备和交通工具设施(飞机、大桥等)的内应力远非静态工作状态所能比拟,疲劳破坏很容易达到。过去以静态计算为主要依据的设计,已远远不能满足现代工业和科学实验的需要。

在机械工业中,不仅要求静态测量,而且要求动态测量。以机床为例,刀架和床身的振

动、机械阻尼、切削力的大小、加工工件,所有这些没有成熟理论可以判断其工作载荷和工作零件的实际应力,因此需要通过动态测试来掌握。飞机制造过程中机身多点激振和机械阻抗、发动机的参数(如转速、转矩与振动)都必须进行动态的测量。

由于电子技术的发展,机械制造与加工已开始进入智能时代。但因为测试技术的发展迟缓,故在发达国家有所谓“头脑(计算机)非常发达,而感觉器官(传感器)非常迟钝”的不正常现象。因此,传感器技术从 20 世纪 80 年代起受到极大重视。

科学技术的巨大成功和进步,促使人们去想,能否发明一种更高级的机器(智能机器人),它能够同时替代、扩充人类的体力劳动与脑力劳动?这种科学发明的探索欲望,自然会引起人们把自身机能同“高级机器”的构成与机能作一番对比。

图 1-1 表示了这种对应关系。

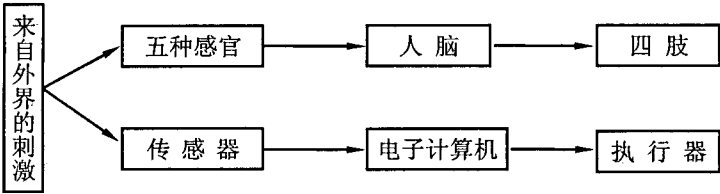


图 1-1 人体与机器的对应关系

现代化工业流程和设备的大型化、连续化、自动化及高速化的发展,要求对工业生产过程作连续监测,以便作动态的控制,从而使工业生产和科学实验进入最佳状态,并能对过程的潜在故障进行预测,防止恶性事故的发生。实际上科学实验和工业生产过程都可以看作是由“物质流程”和“信息流程”组合而成的。反映“物质流程”的数量、状态和趋向而组成的“信息流程”是管理与控制的依据。人们为了有目的地进行控制,首先必须通过测量获取有关的信息,然后才能进行分析、判断,以实现控制。在一定意义上说,没有测量就没有科学,也就没有工业生产。

1.1.3 动态测试的特点

测试技术的任务就是以测量系统的输出去估价被测物理量,即测量系统的输入。从信息论的观点来说,即是此点复现彼点的信息。在测试技术中,静态测量与动态测量的差别是:静态测量得到的是输入与输出之间数值上的对应关系;而在动态测试中得到的则是输入与输出信号上的对应关系。动态测试是测量物理量随时间变化的过程。因此,静态测量关心的是数值上的误差,而动态测试则以信号的不失真复现分析为基础。动态测试重点研究的是测试系统的动态响应,信号的不失真传递。因此,动态测试需解决的是信号的获取、信号的加工、信号的处理与分析以及信号的记录。

1.2 测试系统的组成

测试系统的主要部分组成结构方框图如图 1-2 所示。信号的获取部分是将被测物理量转换成以电量为主要形式的信号。如拾音器把声音转换成电容等电参数的变化,电阻应变片把弹性体的应变转变成电阻的变化。

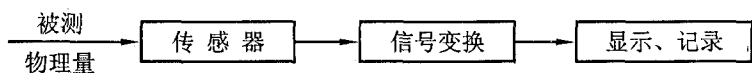


图 1-2 测试系统组成原理方框图

信号变换部分是对传感器部分所得到的信号进行变换或加工,如将电阻变为电压或电流;如将信号放大、调制与解调、滤波等。经过这样的加工使之变为一些合乎需要、便于输送、显示或记录,以及可作进一步后续处理的信号。从广义上看,这也是传感部分与信号处理之间的一种“接口”。

显示与记录部分是将所测信号变为一种能被人们观察和分析的形式。

现代计算机技术在信号处理中得到广泛的应用,使所测得信号在计算机中作进一步变换、运算。图 1-3 所示的是包括信号分析和处理的较为复杂的测试系统。

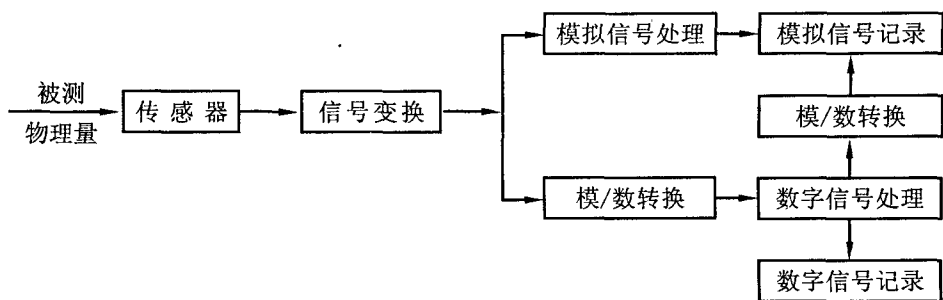


图 1-3 智能测试系统

### 1.3 测试技术课程内容

《测试技术》课着重讨论工业生产、科学研究、医学生物技术中常用参数的测试与转换。从被测量的对象出发,应用物理或化学原理,将被测对象所需检测的某些参数如温度、流量、物位、压力等热工参数,位移、力、速度、加速度等机械量参数,通过检测仪表或传感器,转换成与被测参数有一定关系的物理量,如电压、电流,以便于显示、记录与处理。

我们在这门课中所介绍的是测试技术中最常用的参数,通过讲授这些参数的测量,使大家明确以下几个问题:

(1) 参数测定中基于的物理效应或物理定律;

(2) 测试元件的基本组成与工作特性;

(3) 测试系统的功能,除完成检测外,尚需要对相应的电路进行放大、预处理,以及与计算机联机。

测试技术的发展与生产技术和科学研究的发展是分不开的,因此,它是一门十分活跃的学科。生产模式、管理等方面的发展,对测试技术不断提出新的要求,因此,它们也是测试技术发展的基础。同时,测试技术在新领域中的应用,更为自己的进一步发展提供了可能。在环境保护、生物工程、海洋工程等领域,测试技术也显示了巨大的作用。新效应、新材料的不断引入,半导体、超导体、精密陶瓷、高分子材料等敏感元件的出现,是测试技术中正在崛起的方面军,这有利于在更广泛的领域内,如民用建筑、家用电器、机器人等领域中发挥作用。

高职高专的学生在学习这门课程后,应能掌握信号和测试系统的时域、频域的分析方

法;基本传感技术、信号变换及信号记录的原理和正确选用;并能初步学会使用有关测试系统(如电阻应变仪、光线示波仪,X - Y函数记录仪等),了解电阻、电容、电感等传感器的特性与实际应用,并能在实际生产与工程技术中学会应用。

## 2.1 信息与信号

### 2.1.1 信息与信号简述

信息一般是指消息、情报、资料、数据、信号等所包含的内容。对大量信息进行分析,提炼形成有用的知识和智能。信息作为一种重要的资源和财富,对人类的生存和社会的发展起着极为重要的作用。人类对信息的感知和掌握,以及信息利用的深度和广度关系到社会发展的速度。具体来说,信息有如下重要功能:首先信息是人类和生物生存的要素。倘若没有信息,生物就无法判断处理环境的变化,也就不可能采取相应的行动来适应这种变化。遗传和新陈代谢的决定性要素是遗传密码和生物钟信息。第二,信息是认识事物的先导,是知识的源泉。认识事物的第一步是获得事物各方面的必要信息,然后进行分析,处理和加工,以获得认识,并可上升为理性的知识,再在实践中加以检验。没有信息,就没有认识,就不可能产生知识。

现代工业生产和科学实验中,信号是信息的主要载体。这些信号,包括某一机械设备的运转速度、加速度、振动速度、温度、流量等。使用测试系统来获取某些参量的变化过程,也就是获得信号的过程。

### 2.1.2 信号的分类

作为信息的载体,信号可以分为两大类:确定性信号与非确定性信号。

#### 1) 确定性信号

凡能用明确的数学关系式表达的信号。例如:交流电压可用下面的数学关系式表达:

$$U = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

确定性信号包括:周期信号,如余(正)弦周期信号、复杂周期信号;非周期信号,如准周期信号、瞬变信号等。

#### 2) 非确定性信号

无法用明确的数学解析关系式表达的信号,即无法预见对应于某一瞬时信号幅值的数值。这种信号通常可以称为“随机信号”,例如机械噪声就是这一类信号。随机信号只能用概率统计的规律加以描述。

非确定性信号有平稳随机信号,还有非平稳随机信号,例如植物生长的信号。

信号还有可按其取值情况分为模拟(连续的含义)信号与离散信号。模拟信号是指在某自变量间隔内,信号的幅值可以取连续范围内的任意数值,如图 2-1(a) 所示。而离散信号是指自变量在取某些不连续数值时才具有幅值的信号,如图 2-1(b)。

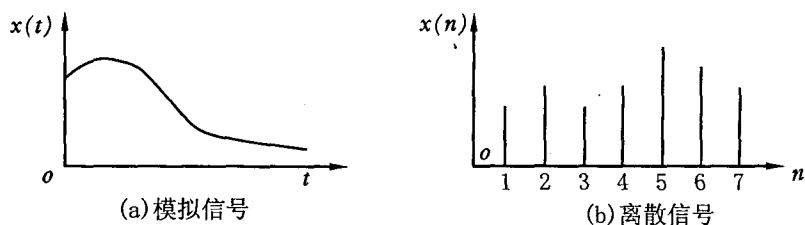


图 2-1 模拟信号与离散信号

## 2.2 信号的表述

作为随时间变化的信号,表述信号随时间变化的性质可用时间域的概念。对于复杂信号用频率结构来表述信号的方法称为信号频域表述,频率域的描述是把一个信号分解或处理成最常用的信号,如正(余)弦信号,也就是分解成多个频率不同的成分。从时域到频域,可用傅里叶变换法来转换。本课程不讨论非确定性信号的表述。

最常用的信号是正(余)弦信号,每一个正(余)弦信号频率是确定的作为一个“频率成分”。所以一个复杂信号可以分解成多个频率不同的正(余)弦信号之和,能分解出多少个正(余)弦信号,就认为这一信号有多少个频率成分。

一个信号如何从时域表述转化为频域表述,其转换的数学方法是傅里叶分析法。

### 2.2.1 周期信号与离散频谱

周期信号的定义:

$$x(t) = x(t + T) = \cdots = x(t + nT) \quad (n = \pm 1, \pm 2, \cdots) \quad (2.1)$$

即每隔一定的时间  $T$ , 信号又重复出现同一量值。 $T$  为该周期信号的周期。最简单的周期信号是简谐信号, 即正(余)弦信号, 可写为

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi_0) = A \sin(n \cdot 2\pi + \omega t + \varphi_0)$$

简谐信号的 3 个基本要素为: 振幅、圆频率、初相角。

根据高等数学中的证明, 一个周期函数  $x(t)$  如满足狄里赫利条件, 即: ① 处处连续或者在每个周期中只有有限个间断点, 并且在间断点的跃度是有限的; ② 在每个周期中只有有限个极值, 则该函数可以展开为傅里叶级数且收敛。对于一般的机械和电子工程技术中所遇到的周期信号都能满足狄里赫利条件, 所以都可以用傅里叶级数展开。

傅里叶级数的三角函数展开式为

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (n = 1, 2, 3, \cdots) \quad (2.2)$$

式中,  $a_0$ 、 $a_n$  和  $b_n$  称为傅里叶系数, 分别用下列公式求取:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) dt \quad (2.3)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (2.4)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (2.5)$$

$$(n = 1, 2, 3, \dots)$$

式中,  $T$ ——该周期信号的周期;

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ , 该周期信号的基频。

[例 1] 现有周期性信号: 交流电压  $E(t) = E_0 \sin \omega t$  经过半波整流负压被“削去”。试研究半波整流电压的傅里叶级数周期及其频谱。(如图 2-2 所示)

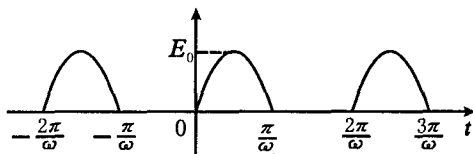


图 2-2 交流电压半波整流波形图

$$E(t) = \begin{cases} 0 & (\text{在} [-\frac{\pi}{\omega}, 0] \text{上}) \\ E_0 \sin \omega t & (\text{在} [0, \frac{\pi}{\omega}] \text{上}) \end{cases}$$

$$E(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega t + b_k \sin k\omega t)$$

$$a_0 = \frac{1}{2\pi/\omega} \left[ \int_{-\pi/\omega}^0 0 dt + \int_0^{\pi/\omega} E_0 \sin \omega t dt \right] = \frac{E_0}{\pi}$$

$$a_k = \frac{1}{\pi/\omega} \int_0^{\pi/\omega} E_0 \sin \omega t \cos k\omega t dt = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} [\sin(1+k)\omega t + \sin(1-k)\omega t] dt$$

要区别  $k = 1$  和  $k \neq 1$  两种情况。

$$a_1 = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} \sin 2\omega t dt = -\frac{E_0}{4\pi} \cos 2\omega t \Big|_0^{\pi/\omega} = 0$$

$$a_k = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} [\sin(1+k)\omega t + \sin(1-k)\omega t] dt = \frac{E_0}{2\pi} \left[ -\frac{\cos(1+k)\omega t}{1+k} - \frac{\cos(1-k)\omega t}{1-k} \right]_0^{\pi/\omega}$$

$$= \frac{E_0}{2\pi} \left[ -\frac{(-1)^{1+k}}{1+k} + \frac{1}{1+k} - \frac{(-1)^{1-k}}{1-k} + \frac{1}{1-k} \right]$$

$$= \begin{cases} 0 & (k \text{ 为奇数 } 2n+1) \\ \frac{2E_0}{[1-(2n)^2]\pi} & (k \text{ 为偶数 } 2n) \end{cases}$$

$$\text{至于 } b_k = \frac{1}{\pi/\omega} \int_0^{\pi/\omega} E_0 \sin \omega t \sin k\omega t dt = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} [\cos(1-k)\omega t - \cos(1+k)\omega t] dt$$

也要区别  $k = 1$  和  $k \neq 1$  两种情况。

$$b_1 = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} (1 - \cos 2\omega t) dt = \frac{1}{2} E_0$$

$$b_k = \frac{E_0 \omega}{2\pi} \int_0^{\pi/\omega} [\cos(1-k)\omega t - \cos(1+k)\omega t] dt$$

$$= \frac{E_0}{2\pi} \left[ \frac{\sin(1-k)\omega t}{1-k} - \frac{\sin(1+k)\omega t}{1+k} \right]_0^{\pi/\omega} = 0$$

$$\text{故 } E(t) = \frac{1}{\pi} E_0 + \frac{1}{2} E_0 \sin \omega t + \frac{2}{\pi} E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1-(2n)^2} \cos 2n\omega t$$

上式第一项中  $\frac{1}{\pi} \approx 0.32$ , 是直流部分, 第二项为频率跟原来频率相同的交流成分, 幅度

减为 $\frac{1}{2}$ 。以后各项,即出现频率为原来频率( $2n$ ) 倍的交流成分。半波整流电压还是脉动的,不是直流。其中,频率与原来频率相同的交流成分叫做基波。谐波频率为原来频率  $k$  倍的交流成分叫做  $K$  次谐波。

半波整流后的脉动电压并不是单纯的直流,而是附加了各种交流成分(基波、偶次谐波),必须经过滤波,把交流成分滤掉。本例  $2n$  次谐波的幅度是

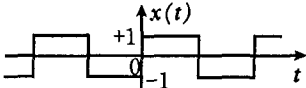
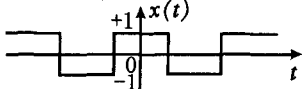
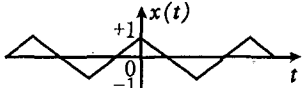
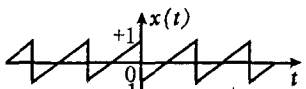
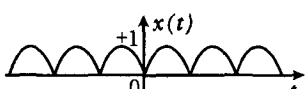
$$\left| \frac{2E_0}{\pi} \frac{1}{1 - (2n)^2} \right|, \quad \text{即} \quad \frac{2E_0}{\pi} \cdot \frac{1}{(2n)^2 - 1}$$

很明显,  $2n$  越大的谐波或者说越是高次的谐波,其幅度越小。

周期函数的傅里叶级数把直流基波、谐波各个成分分析得十分清楚,这是幂级数展开式所作不到的。

典型周期信号的傅里叶级数三角函数展开式和幅值频率谱,例于表 2 - 1。常见周期信号的频谱特征包括:离散性、谐波性和幅值频谱的收敛性。

表 2 - 1 典型周期信号的傅里叶级数与频谱

| 信号名称            | 波 形                                                                                 | 傅里叶级数展开式                                                                                                                                                                           |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 周期对称方波<br>(奇函数) |    | $x(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \sin\omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \cdots \right]$                                                        |
| 周期对称方波<br>(偶函数) |   | $x(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \cos\omega_0 t - \frac{1}{3} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \cos 5\omega_0 t - \cdots \right]$                                                        |
| 周期三角波           |  | $x(t) = \frac{8}{\pi^2} \left[ \cos\omega_0 t + \frac{1}{9} \cos 3\omega_0 t + \frac{1}{25} \cos 5\omega_0 t + \cdots \right]$                                                     |
| 周期锯齿波           |  | $x(t) = \frac{2}{\pi} \left[ -\sin\omega_0 t - \frac{1}{2} \sin 2\omega_0 t - \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t - \cdots \right]$                                                       |
| 周期全波正弦<br>波整流   |  | $x(t) =  \sin\omega_0 t  = \frac{2}{\pi} \left[ 1 - \frac{2}{3} \cos 2\omega_0 t - \frac{2}{15} \cos 4\omega_0 t - \cdots + \frac{2}{1 - 4n^2} \cos 2n\omega_0 t + \cdots \right]$ |

信号用频谱描述的出现为人类认识客观世界开辟了一个新的领域,许多难以认清的动态现象经频谱分析可以一目了然。

傅里叶级数还可以用复指数形式展开,根据欧拉公式

$$\cos n\omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{-jn\omega_0 t} + e^{jn\omega_0 t}) \quad (2.6)$$

$$\sin n\omega_0 t = \frac{1}{2j} (e^{-jn\omega_0 t} - e^{jn\omega_0 t}) \quad (2.7)$$

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots) \quad (2.8)$$

式中,  $C_n$  可由下式计算: