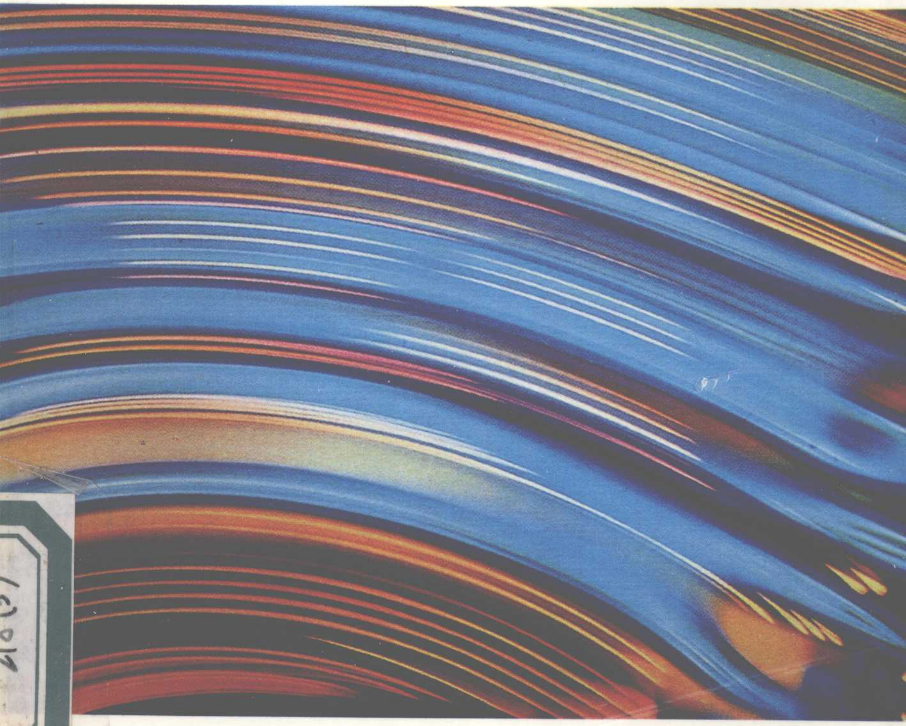
·CHUZHONG
·SHUXUE
·JINGBIAN

初中数学精编

代　数

第三册

浙江教育出版社



初 中 数 学 精 编

代　数

第三册

蔡文元　刘子霞

浙江教育出版社

（浙）新登字第6号

责任编辑：吴明华

初中数学精编

代　数

第三册

蔡文元　刘子葭

浙江教育出版社出版　　浙江松阳印刷二厂印刷

浙江省新华书店发行

开本 787×1092　1/32　印张 6.5　字数 160000

1996年2月第2版　　1996年2月第3次印刷

ISBN 7-5338-2357-5/G·2340　　定　价：5.70元

说　明

为了帮助初中学生正确理解数学概念，发展智力，培养能力；同时也为教师在因材施教，辅导不同程度的学生时提供方便，我们根据国家教委《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》的要求，按照新教材的内容，重新修订编写了这套《初中数学精编》。

在修订编写过程中，我们保持了本书原有的特色，同时熔进了编者自己新的教学体会。在每章前仍安排“学习导引”，使其对本章内容和要点具有概括性，所揭示的规律具有指导性。在习题中适当插入一些“典型例题”，以便对学生解题有所启发、引导，做到举一反三，触类旁通。在部分题后又以“注意”、“提示”、“分析”等形式帮助学生揭示解题规律，提高解题能力。

修订后的这套丛书具有以下特点：

1. 紧密配合教材。全书内容分章节进行编写，教师和学生可按教学进度与课本同步使用。

2. 习题分A、B、C三组，而以A组题为主。A组题侧重于对有关数学概念的理解，以双基训练题为主；B组题侧重于分析问题，以本章（节）知识综合应用为主，数量少于A组题；在有些章节之后还安排了少量C组题，它着重沟通各章节间的知识，进行综合训练，灵活性较大，难度也稍高，可供学有余力的学生练习。每章结束时配有一套自我测验题，让学生自己衡量是否达到教学要求。

3. 习题中选入一些与生活、生产实际有联系的题目，让这

些数学问题进入练习，能为学生所喜爱，培养学生创新和解决实际问题的能力。

4. 全书最后附有习题的答案或提示（或简解），供学生做完习题后进行对照，以便及时了解自己解题、证题是否正确。

本丛书共7册，其中代数4册，分第一册（上）（供初一第一学期使用），第一册（下）（供初一第二学期使用），第二册（供初二全学年使用），第三册（供初三全学年使用），由吕敏寅、郑启道审稿；几何3册，分第一册（供初一第二学期使用），第二册（供初二全学年使用），第三册（供初三全学年使用），由乐嗣康审稿。

编　者

1996年2月

目　　录

第十二章　一元二次方程

一、一元二次方程

【学习导引】

1　任何一个关于 x 的一元二次方程都可以化成 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ 的形式，研究其解法的基本思想是二次方程转化为一次方程，然后通过一元一次方程来求解，研究的方法是从简单的、特殊的情况入手.

最简单的一元二次方程是 $ax^2=0\ (a\neq 0, b=c=0)$，这个方程的根只可能是零.

其次就是：$ax^2+c=0$（$a\neq 0$，$b=0$，$c\neq 0$）和 $ax^2+bx=0$（$a\neq 0$，$b\neq 0$，$c=0$）.

2　$ax^2+c=0$ 即是 $x^2=-\dfrac{c}{a}$，可记作 $x^2=p\left(p=-\dfrac{c}{a}\neq 0\right)$.

由开方的知识知：

如果 $p<0$，则方程无实数解；

如果 $p>0$，则 $x=\pm\sqrt{p}$.

由此可以推知：当方程一边是一个含有未知数 x 的一次式的平方 $(mx+n)^2$，而另一边是一个非负数 p（或值是非负数的代数式），或者也是一个 x 的一次式的平方 $(px+q)^2$ 时，就可以用开平方的方法来解.

由此还可推知：如果能将 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$ 转化成 $(mx+n)^2=p$ $(p\geq0)$ 的形式，方程也能求出它的解，这就是"配方法".

由于配方法有一定的规律，从而抽象出求根的公式，这就是"公式法".

3　$ax^2+bx=0$ 即是 $x(ax+b)=0$，根据积为零的特性就是 $x=0$，或 $ax+b=0$，从而得到两个根 $x_1=0$，$x_2=-\frac{b}{a}$.

由此可知，如果方程的一边是两个一次因式的积而另一边是零，就能很快写出它的根.

由此又想到，如果能将 $ax^2+bx+c=0$ 左边分解为两个一次因式的积，方程就能解出，这就是"因式分解法".

反过来，如果方程的两个根为 x_1，x_2，那么这个方程就是 $(x-x_1)(x-x_2)=0$.

"直接开平方法"、"配方法"和"因式分解法"实质上是有联系的：$x^2=p$ 就是 $(x+\sqrt{p})\cdot(x-\sqrt{p})=0$.

4　除了可以直接用开方或易于用因式分解的方法求解的一元二次方程外，一般都用"公式法"来解，它有如下优点：

（1）求根公式反映了根的结构情况；

（2）它能较早判别出方程根的情况（有解或无解）；

（3）公式法所用的是一种机械的算法，只要每步计算正确，总能得到圆满的结果.

*5　由求根公式可推出根和系数的关系：

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}，x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

---

*　本书标有"*"号的内容为选学内容，不属于毕业考试的命题范围，但可作为升学考试的内容.

这个关系常称为韦达定理.

与一元二次方程的因式分解法联系起来，又可推知一个二次三项式 ax^2+bx+c 可以通过求出方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根来分解因式：

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2).$$

(应该注意因式分解时不要遗漏二次项系数 a) 根与系数关系可应用于很多方面，要很好理解课本中的例题，体会它的作用.

6 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$ 的判别式为 $\Delta=b^2-4ac$. 当 $\Delta>0$ 时，方程有两个不相等的实数根 $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，$x_2=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$；当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等的实数根 $x=-\dfrac{b}{2a}$；当 $\Delta<0$ 时，方程没有实数根.

在初中阶段所研究的一元二次方程都是在实数范围内来考虑的，因此在任何情况下要注意到 $\Delta\geqslant 0$.

7 关于根和系数关系的说明：

(1) 关系式 $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a}$ 的两个式子对 x_1，x_2 来说它们是对称的（即两者对换后仍得到原来的关系式），称为根的基本对称式. 而有关两根的对称式都可用基本对称式 (x_1+x_2) 和 $x_1\cdot x_2$ 去表达. 例如：

$$\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}+(x_1-2)(x_2-2)$$

$$=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}+x_1x_2-2(x_1+x_2)+4;$$

(2) 含有一个字母系数的方程，只要知道两根之间的一个函数关系，就可确定这个字母并求出方程的解. 例如：

"方程 $5x^2-2mx+1=0$ 的两根为 α，β，且 $2\alpha\beta=\alpha-3\beta$，求 m". 这两根的关系即 $2\alpha\beta+(\alpha+\beta)=2(\alpha-\beta)$，两边平方后整理

得：

$$4(\alpha\beta)^2+4(\alpha\beta)(\alpha+\beta)+(\alpha+\beta)^2=4(\alpha+\beta)^2-16(\alpha\beta).$$

由 $\alpha\beta=\dfrac{1}{5}$，$\alpha+\beta=\dfrac{2m}{5}$代入即能求得 m，从而解得这个方程.

（A）

【一元二次方程】

1. 填空题：方程是__________，方程的解是__________，解方程是__________，__________叫做一元一次方程，__________叫做一元二次方程.

2. 选择题[①]：下列方程不是整式方程的是（　　）

(A) $\dfrac{1}{2}x^2-1=\sqrt{3}x.$　　(B) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}x^2-2x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

(C) $0.7x^3-5=0.4x^2.$　　(D) $\dfrac{5}{2+x}=4.$

3. 判断题[②]：下列方程是否是关于 x 的一元二次方程.

(1) $5x^2=3$；（　　）

(2) $x^2=0$；（　　）

(3) $bx+b^2=8$；（　　）

(4) $mx+m^2x=7$；（　　）

(5) $\sqrt{5}x^2-8=\sqrt{3}x$；（　　）

(6) $\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{2}{3}$；（　　）

(7) $x^2-27=0$；（　　）

---

① 若不作特别说明，则答案是唯一的，下同.

② 对的打“√”，错的打“×”，下同.

(8) $(m-3)x^2+4x+\frac{\sqrt{3}}{2}=0$ $(m\neq 3)$；(　　)

(9) $\frac{\sqrt{2}}{2}x^2-\frac{\sqrt{3}}{3}x+1=0$；(　　)

(10) $a(\frac{1}{x^2})+b(\frac{1}{x})+c=0$ $(a\neq 0)$．(　　)

选择题（4～5）

4．(1) 下列方程是一元二次方程的是（　　）

(A) $12x^4-5x^3=0$.

(B) $(3x^2-1)^2-3=0$.

(C) $\frac{1}{3}x^2-5x+\frac{\sqrt{3}}{2}=0$.

(D) $(x+2)^2=\frac{1}{x+3}\cdot\frac{1}{x-3}$.

(2) 我们把方程 $ax^2+bx+c=0$ 中，a，b，c 都不是零的方程叫做完全一元二次方程．下列方程是完全一元二次方程的是（　　）

(A) $3x^2-2=5x$.　　(B) $13x^2=0$.

(C) $4x-9x^2=0$.　　(D) $16x^2-1=0$.

(3) 我们把方程 $ax^2+bx+c=0$ 中，b，c 中至少有一个是零的方程叫做不完全一元二次方程．下列方程是不完全一元二次方程的是（　　）

(A) $2x(x-1)=3$.

(B) $5x^2-x=7$.

(C) $(2x)^2-(x+1)^2=0$.

(D) $x^2-3(x+2)(x-2)=0$.

5．一元二次方程的一般形式是（　　）

(A) $x^2+bx+c=0$.　　(B) $ax^2+bx+c=0$.

(C) $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$.　　(D) 以上答案都不对.

6. 填空题：

(1) 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$，其中 ax^2 叫做____，a 叫做____；bx 叫做____，b 叫做____；c 叫做____；b，c 可以是____实数，a 是____实数；

(2) 把方程 $(4x+3)(2x-5)=2$ 整理成一般式后，得________（要求二次项系数是正数），它的二次项系数是____，一次项系数是____，常数项是____．

7. 选择题：

(1) 方程 $8x^2-7=0$ 的一次项系数是（　　）

(A) -7.　　(B) 8.

(C) 0.　　(D) 以上答案都不对.

(2) 方程 $(x+3)^2+(2x-1)^2=11x$ 的二次项系数是（　　）

(A) 9.　　(B) -9.　　(C) 5.　　(D) 10.

(3) 方程 $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})+(2x+1)^2=x-2$ 的常数项是（　　）

(A) 5.　　(B) 3.　　(C) -3.　　(D) 0.

(4) 一元二次方程 $-5x^2+6x+3=0$，把二次项系数变为正数，且使方程的根不变的是（　　）

(A) $5x^2+6x+3=0$.　　(B) $5x^2-6x-3=0$.

(C) $5x^2+6x-3=0$.　　(D) $5x^2-6x+3=0$.

8. 填空题：

方　　程	化为一般形式 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$	a	b	c
$(x-4)^2-5x=0$	$x^2-13x+16=0$	1	-13	16
$(x+3)-4x-3=0$				
$3x^2=0$				

方　　程	化为一般形式 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$	a	b	c
$7x^2-1=6x$				
$3-2x=8x^2-5$				
$5x=4x^2$				
$25-16x^2=0$				
$(y+2)(y-2)=y^2-2y$				
$7y(y+3)=2(y+3)$				
$(y-2)^2+7(y-2)+12=0$				
$3(x-3)^2-(x-3)^2$ $=2(x-5)(x+1)$				

【一元二次方程的解法】

9. 填空题：如果一元二次方程的一边是________，另一边是________，一般可用直接开平方法来解.

10. 下列解法对吗？如果不对，怎样改正？

(1) 解方程：$16x^2+9=0$.

解： $\because\ 16x^2+9=0$,

$\therefore\ 4x=\pm\sqrt{9}$,

$\therefore\ x=\pm\dfrac{3}{4}$;

(2) 解方程：$(x-7)^2=1$.

解： $\because\ (x-7)^2=1$,

$\therefore\ x-7=1$,

$\therefore\ x=8$.

11. 用直接开平方法解下列方程：

(1) $x^2=169$;
(2) $\frac{1}{3}x^2=75$;
(3) $y^2-63=0$;
(4) $25t^2-16=0$;
(5) $(3t)^2=4$;
(6) $2(t)^2=3$;
(7) $3y^2+7=19$;
(8) $(5x)^2-4=6$;
(9) $(x+2)^2=36$;
(10) $(3x-2)^2-49=0$;
(11) $2(y-3)^2=72$;
(12) $\frac{1}{2}(3x-1)^2-8=0$.

12. 用开平方法解关于 x 的方程:

(1) $81x^2-1=0$;

(2) $49-25x^2=0$;

(3) $2x^2-\frac{1}{3}=0$;

(4) $\frac{2}{3}x^2-\frac{1}{6}=0$;

(5) $\frac{1}{64}=2(\frac{1}{8}x)^2$;

(6) $(5-x)^2=9$;

(7) $2(6-x)^2=128$;

(8) $(\sqrt{2}x+\sqrt{3})^2=27$;

(9) $\sqrt{5}(x-\sqrt{3})^2=3\sqrt{5}$;

(10) $4(\sqrt{3}x+\sqrt{2})^2-8=0$.

13. 选择题:

(1) 方程 $2x^2=1$ 的解是 (　　)

(A) $x=\pm\frac{1}{2}$.
(B) $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(C) $x=\frac{1}{2}$.
(D) $x=\sqrt{2}$.

(2) 方程 $2x^2-0.15=0$ 的解是 (　　)

(A) $x=\sqrt{0.075}$.

(B) $x=-\frac{1}{20}\sqrt{30}$.

(C) $x_1=0.27$，$x_2=-0.27$.

(D) $x_1=\frac{1}{20}\sqrt{30}$，$x_2=-\frac{1}{20}\sqrt{30}$.

(3) 方程 $5x^2-7=0$ 的解是（　　）

(A) $x=\frac{7}{5}$.　　　(B) $x=\pm\frac{7}{5}$.

(C) $x=\pm\frac{\sqrt{35}}{5}$.　　　(D) $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{5}$.

(4) 对形如 $(x+m)^2=n$ 的方程（　　）

(A) 都可以用直接开平方法求解，且 $x=\pm\sqrt{n}$.

(B) 当 $n\geqslant 0$ 时，都可以用直接开平方法求解，且 $x=\pm\sqrt{n}-m$.

(C) 当 $n\geqslant 0$ 时，都可以用直接开平方法求解，且 $x=m\pm\sqrt{n}$.

(D) 当 $n\geqslant 0$ 时，都可以用直接开平方法求解，且 $x=\pm\sqrt{n-m}$.

14. 用开平方法解关于 x 的方程：

(1) $(x-2)(x-2)=3$;

(2) $(x-5)(x+5)=36$;

(3) $x^2-2x+1=9$;

(4) $x^2+2x+1=16$;

(5) $(x-2)^2=(2x+3)^2$;

(6) $(2x-3)(2x-3)=x^2-6x+9$;

(7) $(4x-1)^2+2x=x^2+1$;

(8) $5x^2+2x=2x+80$;

(9) $(2x-1.5)^2=6.25$;

(10) $(x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})=30$.

【注意】 (1) 方程的根若是二次根式，则要化简；分母中若有根号，分母应有理化；

(2) 可化为形如 $(x+m)^2=n\ (n\geq 0)$ 的方程都可以用开平方法来解.

15. 填空题：

(1) x^2-18x+____$=(x-$____$)^2$；

(2) x^2+x+____$=(x+$____$)^2$；

(3) x^2+5x+____$=(x+$____$)^2$；

(4) $x^2-\frac{2}{3}x+$____$=(x-$____$)^2$；

(5) $x^2+\frac{3}{5}x+$____$=(x+$____$)^2$；

(6) ____$-18x+$____$=(x-9)^2$；

(7) ____$+7x+$____$=(x+\frac{7}{2})^2$；

(8) ____$+\frac{4}{7}y+$____$=(y+\frac{2}{7})^2$；

(9) x^2-____$+36=(x-$____$)^2$；

(10) y^2+____$+\frac{25}{36}=(y+$____$)^2$；

(11) y^2-____$+16m^2=(y-$____$)^2$；

(12) x^2-px+____$=(x-$____$)^2$；

(13) ____$+16x+$____$=2(x+4)^2$；

(14) $a(x^2+\frac{b}{a}x+$____$)=a(x+$____$)^2$.

16. 判断题：

(1) $x^2+2x=(x+1)^2+1$；(　　)

(2) $x^2+4x-2=(x+2)^2-6$；(　　)

(3) $x^2+x=(x+\frac{1}{2})^2-\frac{1}{2}$；(　　)

(4) $x^2-x+\frac{1}{2}=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$；(　　)

(5) $x^2+\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}=(x+\frac{1}{3})^2+\frac{1}{9}$；(　　)

(6) $x^2-\frac{2}{3}x+4=(x-\frac{1}{3})^2+\frac{35}{9}$；(　　)

(7) $x^2+ax+b=(x+\frac{a^2}{4})^2-\frac{a^2}{4}+b$；(　　)

(8) $x^2-\frac{1}{m}x+\frac{1}{n}=(x-\frac{1}{2m})^2-\frac{1}{4m^2}+\frac{1}{n}$.　(　　)

17. 选择题：

(1) 方程 $x^2-8x+5=0$ 左边配成一个完全平方式后，所得的方程是（　　）

(A) $(x-6)^2=11$.　　(B) $(x-4)^2=11$.

(C) $(x-4)^2=21$.　　(D) 以上答案都不对.

(2) 方程 $x^2+\frac{3}{2}x+4=0$ 左边配成一个完全平方式后，所得的方程是（　　）

(A) $(x+\frac{3}{4})^2=-\frac{55}{16}$.　　(B) $(x+\frac{3}{4})^2=\frac{55}{16}$.

(C) $(x+\frac{3}{2})^2=-\frac{15}{4}$.　　(D) 以上答案都不对.

(3) 方程 $3x^2+\sqrt{2}x-6=0$ 左边配成一个完全平方式后，所得的方程是（　　）

(A) $(x+\frac{\sqrt{2}}{6})^2=-\frac{37}{18}$.　　(B) $(x+\frac{\sqrt{2}}{6})^2=\frac{37}{18}$.

(C) $(x+\frac{\sqrt{2}}{6})^2=\frac{35}{18}$.　　(D) 以上答案都不对.

(4) 方程 $\frac{1}{3}x^2-x-4=0$ 左边配成一个完全平方式后，所得的方程是（　　）