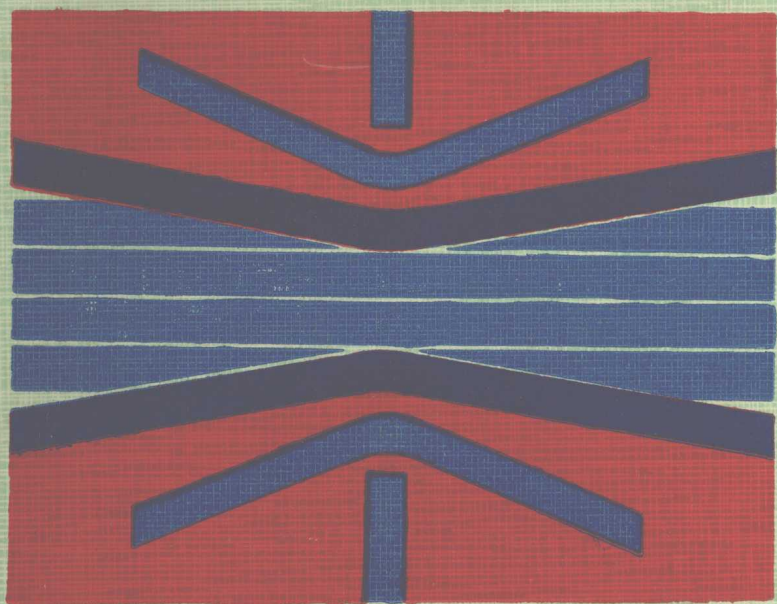


材料力學

原著 Timoshenko · Gere
譯者 陳嘉煒 陳國書 胡台雲



曉園出版社

版權所有・翻印必究

中華民國六十六年十月初版

材 料 力 學

定價：新台幣玖拾元整

原著者：Timoshenko . Gere

譯者：陳嘉煒・陳國書・胡台雲

發行人：黃 旭

發行所：曉 園 出 版

台北市永康街12巷3—2號

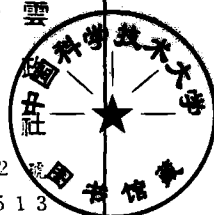
電話：341-9702 351-4513

郵撥：一 九 四 五 三 號

印刷所：遠 大 印 刷 廠

台北市武成街36巷16弄15號

登記證：局版台業字第1244號



原 序

寫一本有關“材料力學”教科書，使能滿足初次學習此課程之大學生及需要可靠參考資料的已畢業工程師的需要。作者的目標已滿足這兩方面的需要。我們已試圖以可教和易學的方式來介紹各種理論及方法，加上廣泛的討論及說明的例題，使大學生迅速地能熟練各種原理。不過，本書通常超出基本的程度，所以更高深的主題及更專門的課程亦包括在內。因此，對於已畢業的工程師，不論他從事的是設計或研究，或者他是主動地擴充其學問，皆可獲得令其感到興趣的額外資料。

只要看過本書的目錄，即可瞭解本書所含蓋的主題。這些主題包括分析承受軸向載重，扭矩，和彎曲力矩作用之結構構材，以及材料力學所有的基本觀念，如像應變能，應力和應變之轉換，非彈性行為等等。令工程師感到興趣的特殊主題，包括熱效應，非等剖面梁，大撓度之梁，不對稱梁之彎曲，剪力中心，以及其他等等。最後，本書之最後一章介紹了結構分析和能量法，包括單位 - 載重法，交互定理，柔性和勁性法，應變能定理，位能定理，瑞萊 - 李茲法，以及補能定理。本章能為讀者提供學習近代結構理論之基礎。

很顯然的，本書中所包含之內容較標準的大學課程為多，因此，每一位教師有機會去選擇他認為是最基本且最重要的材料，教師們將亦會欣賞本書內幾百題新的習題（總共超過六百題），這些習題是適於作為家庭作業，或者使用於課堂討論。

讀者不久將會發現在本書的後面收集了廣泛參考資料。這些參考資料說明了有關課題的歷史發展和原始來源。況且，因為對於發展等

項課題之先驅有更大的興趣，在這些參考資料的許多地方，我們亦將其生平小傳包括在內。

在感覺上本書是“新的”，因為其介紹了材料力學中之完全新的題材，包含了流行的題材。但是在另一個觀點來看它是“舊的”，因為本書是由 Timoshenko 教授兩本著名的巨著“材料强度”（Strength of Materials）發展而成。“材料强度”一書最後是在 1955 年修訂，而在 1956 年出版第三版。該書的第二版是在 1940 年和 1941 年發行，而第一版是在 1930 年印行。此外，第一版實際上是基於若干篇較早用俄文出版之著作改編，最早的一篇可遠溯至 1908 年。這些早期俄文著作，能在出現於他的自傳“我的回憶”（As I Remember）中 Timoshenko 的書目摘要中以表列出。作者希望本書將和較後之著作“高等材料力學”（Advanced Mechanics of Materials）形成一系列合乎潮流的教科書。

要以某種方式來感謝曾對本書有貢獻之人士，顯然是不可能的，但是主要歸功於 D.H. Young 教授，他曾閱讀過整個原稿，同時提供了許多有價值的建議。我們亦感謝另一位同仁 William Weaver, Jr 教授，他對結構分析和能量法這一章，提出許多建議。此外還要感謝曾學習過本書較早版本之同學們，由他們作者學得如何去編寫一本較好的教科書。當然，任何一本書皆需要敬業秘書們之協助—Mark F. Nelson 夫人，Teanne Mackenzine 小姐，Richard E. Platt 夫人，以及 Susan Bennett 小姐等。對於上述人士以及許多未提及者，作者由衷的表示感謝之忱。

Stanford, California
July, 1971

S.P. Timoshenko
J.M. Gere

符 號 說 明

A	面積，作用（力或力偶），常數
$a, b, c,$	尺寸，距離，常數
C	積分常數，形心
c	自梁上中性軸至最外表面之距離
D	位移，運動學之未知數
d	直徑，尺寸，距離
E	彈性模數，第二種橢圓積分
$E,$	已降低之彈性模數
e	偏心距，尺寸，距離
F	力，第一種橢圓積分，柔性係數
f	剪力流，塑性彎曲之形狀因數
f_s	剪力之形狀因數
G	剪力之彈性模數
g	重力加速度
H	距離，力，反作用力，馬力
h	高，尺寸
I	一平面面積之慣性矩（或二次矩）
I_x, I_y, I_z	對 x, y, z 軸之慣性矩
I_1, I_2	主慣性矩
$I_x,$	一平面面積對 x 及 y 軸之慣性積
J	極慣性矩，扭轉常數
K	彎曲彈性模數，一柱之有效長度因數
k	$\sqrt{P/EI}$ 之符號
L	長度，跨度
M	彎矩，反力偶
M_p	梁之塑性力矩
M_s	梁之降伏力矩
N	軸向力
n	安全因數，數目，比值，整數，每分鐘之轉速
O	座標原點
P	集中力，載重，軸向力
P_{cr}	柱之臨界載重
P_u	極限載重
P_w	工作載重或容許載重
P_s	降伏載重
p	壓力
Q	集中力，平面面積之一次矩（或靜力矩）

q	均布載重之強度 (每單位長度之載重)
q_u	極限載重
q_v	降伏載重
R	反力, 半徑
r	半徑, 距離, 迴轉半徑 ($r = \sqrt{I/A}$)
S	力, 梁之剖面模數, 剪力中心, 勁度係數
s	距離, 曲線之長度
T	溫度, 扭曲力偶或扭矩
T_u	極限扭矩
T_v	降伏扭矩
t	厚度
U	應變能
u	每單位體積之應變能
U^*	餘能
u^*	每單位體積之餘能
V	剪力, 體積
v	撓度, 運度
$v', v'', \text{etc.}$	dv/dx , d^2v/dx^2 , 等
W	重量, 功
W^*	餘功
X	靜定贅餘
x, y, z	矩形座標, 距離
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$	形心座標
Z	梁之塑性模數

α	角度, 熱膨脹係數, 比值
α_s	剪力係數
β	角度
γ	剪應變, 每單位體積重
$\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$	在 xy , yz , 及 zx 平面中之剪應變
γ_θ	斜軸上之剪應變
δ, Δ	撓度, 位移, 伸長
ϵ, ϵ	正交應變
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	在 x , y 及 z 方向之正交應變
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$	主正交應變
ϵ_v	降伏應變
ϵ_θ	斜軸上之正交應變
θ	角度, 每單位長之扭角, 梁軸之旋轉角
θ_p	與主平面或主軸所成之角
θ_s	與最大剪應力平面所成之角度
κ	曲率 ($\kappa = 1/\rho$)
κ_v	降伏曲率
λ	距離
ρ	半徑, 曲率半徑, 在極座標內之徑向距離
ν	鮑生比
σ	正交應力

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	重直於 x, y 及 z 各軸綫平面之正交應力
σ_θ	斜面上之正交應力
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	主應力
σ_{cr}	柱之臨界應力 ($6cr = P cr / A$)
σ_r	徑向應力
σ_u	極限應力
σ_w	工作應力或容許應力
σ_y	降伏應力
τ, τ	剪應力
$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	重直於 x, y 及 z 軸及平行於 x, y 及 z 軸之剪應力
τ_θ	斜面上之剪應力
τ_u	剪力中之極限應力
τ_w	剪力中之工作應力或容許應力
τ_y	剪力中之降伏應力
ϕ	角度, 扭角
ψ	無因次因數
ω	角速度

目 錄

第一章	拉力、壓力和剪力.....	1
1-1	緒 言	1
1-2	應力與應變	2
1-3	拉力試驗	3
1-4	線性彈性與虎克定律	8
1-5	軸向載重時桿之撓度	11
1-6	靜不定結構	15
1-7	熱及預加應變效應	25
1-8	非線性行爲	28
1-9	剪應力和剪應變	32
1-10	應變能	35
	習 題	43
第二章	應力與應變之分析.....	57
2-1	斜面上之應力	57
2-2	雙軸應力	61
2-3	純剪力	66
2-4	雙軸應力的莫爾圓	68
2-5	平面應力	72
2-6	平面應力的莫爾圓	77
2-7	三軸應力	80
2-8	平面應變	83
	習 題	89
第三章	扭 轉.....	95
3-1	圓桿之扭轉.....	95
3-2	空心圓形桿的扭轉	101
3-3	扭轉中之應變能	104
3-4	薄壁管	106
3-5	圓桿之非彈性扭轉	113

習 題	116
第四章 剪力及彎曲力矩	123
4-1 梁之型式	123
4-2 梁中之應力合力	125
4-3 載重、剪力和彎曲力矩間之關係	129
4-4 剪力圖和彎曲力矩圖	132
習 題	139
第五章 梁中之應力	147
5-1 梁中之正交應力	147
5-2 梁之設計	155
5-3 梁中之剪應力	159
5-4 圓形橫剖面梁上剪應力	167
5-5 組合梁	169
5-6 梁中之主應力	172
5-7 非等剖面梁之應力 (近似理論)	175
5-8 合成梁	183
5-9 彎曲與扭轉之結合	191
5-10 彎曲及軸向載重之結合	194
習 題	199
第六章 梁之撓度	213
6-1 撓度曲線之微分方程式	213
6-2 簡支梁	217
6-3 懸臂梁	222
6-4 力矩 - 面積法	224
6-5 重疊法	230
6-6 非同剖面梁	235
6-7 有限差分法	239
6-8 彎曲之應變能	244
6-9 與撓度成比例之載重	248
6-10 熱效應	252
6-11 剪力變形之效應	254

6-12	梁之大撓度	263
	習 題	268
第七章	靜不定梁	281
7-1	靜不定梁	281
7-2	撓度曲線微分方程式	383
7-3	重疊法	287
7-4	力矩 - 面積法	297
7-5	有限差分法	301
7-6	連續梁	303
7-7	熱效應	311
7-8	梁端之水平位移	313
	習 題	316
第八章	不對稱彎曲	325
8-1	載有斜載重之對稱梁	325
8-2	不對稱梁之純彎曲	328
8-3	承載側向載重之不對稱梁	334
8-4	薄壁、開口剖面之梁中剪應力	337
8-5	薄壁、開口剖面之剪力中心	345
8-6	對非主軸彎曲之梁中應力	352
	習 題	360
第九章	非彈性彎曲	367
9-1	緒 言	367
9-2	非彈性彎曲之方程式	367
9-3	塑性彎曲	369
9-4	塑性鉸	377
9-5	梁之塑性分析	380
9-6	撓 度	389
9-7	非彈性彎曲	393
9-8	殘餘應力	402
	習 題	403

第十章	柱	413
10-1	具有偏心軸向載重之柱	413
10-2	柱之臨界載重	418
10-3	柱中之應力	427
10-4	柱之正割公式	430
10-5	柱中之缺陷	432
10-6	柱之設計公式	436
	習 題	439
第十一章	結構分析及能量法	447
11-1	緒 言	447
11-2	虛功原理	448
11-3	計算位移之單位 - 載重法	452
11-4	梁之剪力撓度	470
11-5	交互定理	476
11-6	柔性法	484
11-7	勁性法	499
11-8	應變能和補能	515
11-9	應變能法	526
11-10	位能法	538
11-11	瑞萊 - 李茲法	542
11-12	補能原理	556
11-13	作用力法	565
11-14	卡氏第二定理	569
11-15	應變能和勁性法	572
11-16	其他各種結構分析法	575
	習 題	576
附錄 A	面積之性質	594
A-1	面積之形心	594
A-2	組合面積之形心	597
A-3	面積之慣性矩	599
A-4	極慣性矩	602
A-5	平行軸定理	605

A - 6	慣性積	607
A - 7	旋轉軸	610
A - 8	主 軸	612
	習 題	615
附錄 B - 平面面積之性質		621
附錄 C - 摘選結構型鋼之性質		623
附錄 D - 梁之撓度及斜度		629
摘選問題解答		635
英漢名詞對照表		657

第一章

拉力、壓力和剪力

1-1 緒言

材料力學是應用力學的一部門，它討論固體材料承受不同型式載重下所發生之行爲。其另具有各種不同之名稱，包括“材料強度”(Strength of materials)和“變形體力學”(mechanics of deformable bodies)。本書中所討論之固體材料包括軸向載重之桿、軸、梁和柱以及由此等構件所組成之結構物。通常我們分析的目的乃是決定應力、應變和由載重所產生之變形。若能將一物體，其承受載重值在普通載重至破壞載重間，求得所有應力、應變、變形等之數值，則可對此物體之力學行爲得到一完整認識。

對研究材料力學而言，理論分析和試驗結果是同樣重要。在許多情況中，我們可以合理地推演出很多公式和方程式，用以預示力學行爲。但是同時我們必須了解，除非對於該材料之某些性質有所認識，否則這些公式不能使用於實際情況。某些性質祇有在試驗室裏做過適宜之試驗，才能爲我們所用。另外在工程中許多重要的問題，單靠理論無法做有效之處理，而必須借重於試驗方法。材料力學之發展，理論和試驗是交互進行的。某些例子中，試驗證實有用的結果，而在其他例子，則在理論上證實有效。著名人物中如達文西(Leonardo da Vinci 1452-1519)及伽利略(Galileo Galilei 1564-1642)等均曾作過試驗以決定線、桿及梁之強度。雖然他們沒有發展出任何適當之理論來解釋其試驗結果，相反地，著名的數學家尤勒(Leonhard Euler 1707-1783)於1744年發展出柱之數學理論和算出柱之臨界載重。遠在此之前，尚無任何實驗根據存在可以證實他的理論之重要性，以致於尤勒的理論結果被擱置若干年都未被採用，但是它

們已成為今日柱之理論基礎。

在研習材料力學的過程中，我們即可發現，理論之誘導與試驗所決定的材料性質，其合併研究之重要性。於本章中，我們將先討論若干基本觀念，諸如應力、應變，然後再研究簡單構件承受拉力、壓力及剪力等所發生之行爲。

1-2 應力與應變

我們以等剖面桿承受延伸的基本方法，來說明應力與應變的觀念。一等剖面桿就是一直桿，其全長中之剖面保持固定且具有一直線軸。在此說明中，假定桿在其兩端承受軸向力 P 作用，因而產生一均勻之延伸或拉力。在垂直於桿軸之方向，截一切面（剖面 $m m$ ）即可使桿件部份分離，而形成一自由體（圖 1-1b）

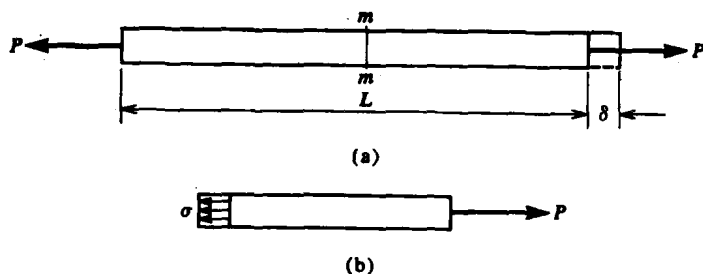


圖 1-1 受拉力作用之等剖面桿

於其右端，存在一作用拉力 P ，在另一端，另有被移去部份施加於剩餘部份上的作用力，這些力是連續分布在該剖面上。此情況類似靜水壓力連續分布於浸在水中的表面上。此力之強度，即單位面積上之力，被稱為應力。通常用希臘字母 σ 表示之。今假定應力係均勻分佈於該剖面上（參閱圖 1-1b），我們能夠很容易觀察出，它的合力等於強度 σ 乘以該桿之剖面面積 A ，進一步而言，由圖 1-1b 所示。物體之平衡，也可觀察出，此一合力一定與力 P 大小相等而方向相反，故可得

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (1-1)$$

此乃等剖面桿之均佈應力方程式。此方程式表示應力之單位爲力除以面積——例如，每平方英吋若干磅（psi）或每平方吋若干千磅（ksi）*。當桿被力 P 所拉長時，如圖所示，所生之應力，稱爲**拉應力**（tensile stresses）。如果方向相反，使得桿被壓縮，那麼所生之應力，稱爲**壓應力**（compressive stresses）。

方程式 (1-1) 爲有效時之必要條件，乃是應力 σ 必須均勻分佈在此桿之剖面上。如果軸向力 P 作用時通過此剖面之形心，則上述之條件即能符合，亦可用靜力學加以說明（參閱習題 1.2-1）。當載重 P 作用時不通過此形心，則此桿將產生彎曲，同時需要一種更複雜之分析（見 5.10 節）。不過在本書中，除非有特別之說明，否則皆假定軸向力作用於剖面之形心。同時除非有其他之說明，一般都假定物體本身之重量忽略不計，如同討論圖 1-1 之桿時所作之假設。

一支承受軸向力之桿，其總伸長量是用希臘字母 δ 來表示（見圖 1-1a），同時每單位長度之伸長量，或應變，可用下式決定。

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} \quad (1-2)$$

L 爲此桿之全長。注意應變 ϵ 是一無單位之量。祇要此桿全長中應變是均勻的，那麼由式 (1-2)，應變即能精確的求得。如果此桿是受拉力，此應變是一**拉應變**（tensile strain），代表該材料之拉長或伸長。如果此桿是受壓力，此應變是**壓應變**，其意指桿內相鄰接之各截面相互移動得更爲接近。

1-3 拉力試驗

對於任一特殊之材料其應力與應變之關係，可藉着拉力試驗來決

* 一個 kip，表示 1000 lb 之意，簡寫成 k。

4 1-3 拉力試驗

定。通常係將一形如圓桿之材料試樣，放置於材料該驗機內，施以拉力，當載重增加時，桿上之作用力和桿之伸長量可以量取。同時桿內之應力，係由作用力除以剖面之面積得之，應變係由伸長量除以桿長而得之。依此種方式，即可求得該材料之完整應力 - 應變圖。

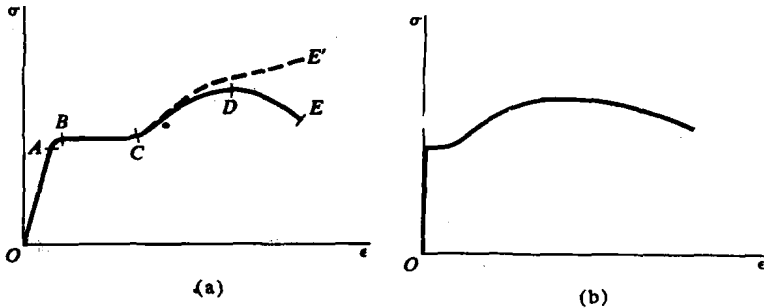


圖 1-2 建築鋼之標準應力 - 應變曲線：
(a) 不依比例之圖
(b) 依比例之圖

圖 1-2a 所示為結構鋼之標準應力 - 應變圖，圖中橫軸是軸向應變，縱軸是對應之應力，如此得到曲線 $O A B C D E$ 。從 O 到 A ，應力和應變是成正比，所以圖形成一直線。超過 A 點，這種直線關係不再存在，所以在 A 點之應力，被稱為比例極限 (Proportional limit)。對低碳鋼 (結構鋼) 而言，比例極限通常是介於 $30000psi$ 之間 $36000psi$ 之間。但是對高强度鋼而言，這個極限值也許更大。如載重繼續增加，此時應變增加的速度遠較應力為快，一直到 B 點，拉力沒有明顯的增加而一相當大之伸長量開始發生，這種現象，稱為材料之降伏 (yielding)。同時 B 點之應力，稱為降伏點 (yield point) 或降伏應力 (yield stress)。在 $B C$ 範圍內，該材料即成為塑性 (plastic)。同時此桿在塑性時之實際伸長量，約為至此例極限時所產生之伸長量的 10 倍或 15 倍。在 C 點，該材料開始應變硬化 (strain harden)，此時載重增加，須提供額外的抵抗力。因此，如應變隨應力之增加而再進一步伸長，結果在 D 點，應變達到它的最大值或極限

應力 (ultimate stress)。超過這點，載重減少而桿之伸長會繼續發生，最後在圖上 E 點處，試樣發生破裂。

在桿伸長之期間，一種側向收縮發生，造成桿之剖面面積減少，這種現象大約在 C 點之前，對應力 - 應變圖沒有影響。但是超過 C 點，面積之減少將會對應力計算值有顯著之影響。該桿發生一明顯之頸縮 (necking) 現象 (見圖 1-3)。



圖 1-3 一受拉力作用桿之頸縮

假使在計算 σ 時，使用頸縮之狹窄部份真正之剖面面積，將會發現真實的應力 - 應變曲線為虛線 $C E'$ 。然而，在到達極限應力 (線 $D E$) 後，該桿能夠承載之總量確實將會縮小。此一減少之量係由於面積減小所致，並非材料本身強度損失之故。材料實際上能抵抗應力之增加直到破壞點為止。無論如何，在大多數實際應用上，根據試樣原有的剖面面積所製成的習用應力 - 應變曲線 $O A B C D E$ ，對設計能提供滿意的資料。

圖 1-2a 所示之圖形，用來顯示鋼之應力 - 應變曲線之一般特性，但是它並不是依照實際的比例。因為剛才已經提過，從 B 到 C 所發生之應變，大約為從 O 到 A 所發生應變之 15 倍大。同樣，從 C 到 E 之應變甚至較從 B 到 C 之應變更大。在圖 1-2b 中所示為一依適當比例所繪之圖形，在此圖形中，從 O 到 A 之應變和從 A 到 E 之應變相比是非常的小，以致於它們不能察知。圖中之直線部份視為一垂直線。在一明顯之降伏點之後隨著巨大的塑性變形，此為鋼之獨特性質。鋼是今日所使用最普遍之結構金屬材料，鋁合金從直線到非直線區域，呈現一種更和緩的轉變，如圖 1-4 中所示之應力 - 應變圖。鋼和許多鋁合金在破壞之前能承受較大之應變，所以被歸類於延展性之材料。應變值相當低的乃屬易脆材料，包括陶器、鑄鐵、混凝土，若干金屬合金以及玻璃等。

對於各種受壓力作用之材料，亦可求得與受拉力作用所得類似之