应用型本科电子信息类规划教材

信号与系统

□主编　周昌雄　□主审　王松林

西安电子科技大学出版社
http://www.xduph.com

应用型本科电子信息类规划教材

信号与系统

主　编　周昌雄

副主编　俞兴明　王　峰　张　培

主　审　王松林

西安电子科技大学出版社

2008

内 容 简 介

本书主要内容包括：信号与系统的基本概念，信号与系统的时域分析，连续时间信号与系统的频域分析，连续时间信号与系统的复频域分析，离散时间系统的 z 域分析，离散傅里叶变换及快速傅里叶变换，数字滤波器设计等。

每章的最后一节安排了 MATLAB 语言的相关内容，以提高读者的计算机作图能力，使读者加快对本课程知识点的理解与掌握。

本书可作为应用型本科院校的电子信息、通信、应用电子、自动化等专业的教材，也可作为其他本科相关专业教材。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/周昌雄主编. 一西安：西安电子科技大学出版社，2008.5

应用型本科电子信息类规划教材

ISBN 978-7-5606-2010-7

Ⅰ. 信…　Ⅱ. 周…　Ⅲ. 信号系统一高等学校一教材　Ⅳ. TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 030379 号

策　　划　张晓燕

责任编辑　杨宗周

出版发行　西安电子科技大学出版社(西安市太白南路 2 号)

电　　话　(029)88242885　88201467　　邮　编　710071

http://www.xduph.com　E-mail：xdupfxb001@163.com

经　　销　新华书店

印刷单位　陕西天意印务有限责任公司

版　　次　2008 年 5 月第 1 版　2008 年 5 月第 1 次印刷

开　　本　787 毫米×1092 毫米　1/16　印　张　13.625

字　　数　319 千字

印　　数　1～4000 册

定　　价　20.00 元

ISBN 978-7-5606-2010-7/TN·0415

XDUP 2302001-1

前　　言

信号与系统的概念及分析方法广泛地应用于通信、自动控制、航空航天、电子信息、生物工程等领域，因此“信号与系统”是许多应用型本科院校相关专业的重要基础课。

“信号与系统”的内容是传统经典的，但在实际教学过程中总感觉有许多内容与“数字信号处理”课程存在重复，因此编写一本符合通信、自动控制、电子信息等专业教学实际要求的通用教材是非常必要的。随着计算机知识的普及，编者尝试将具有强大计算功能的MATLAB软件引入本课程，将经典理论与现代计算技术相结合。考虑到传统教学的习惯，为了更加突出基础知识、基本概念，并保持结构的相对完整，把与MATLAB相关的部分放在每章的最后一节，主要是通过例题验证的方式引入，帮助读者掌握并应用MATLAB工具，提高读者计算及作图能力。

目前许多普通高等院校不开设“积分变换”和“数字信号处理”课程，而只开设“信号与系统”这门课。为尽量照顾到教学内容的系统性，以及后续课程“数字信号处理器DSP及其应用”的知识点的需求，本书采用了以下编写原则：

1. 有机整合“信号与系统”与“数字信号处理”课程的内容，删去重复和次要内容，保留主要部分。本书包含“积分变换”、“信号与系统”、“数字信号处理”三门课程的主要内容，以一当三。

2. 以变换域分析为主，时域分析为辅；以信号与系统分析为主，系统设计为辅；以讲理论为主，MATLAB语言实验为辅。

3. 在变换域分析中，以傅里叶变换为主，拉普拉斯变换、$\mathscr{Z}$变换和DFT变换为辅。

4. 在傅里叶变换中，以频域分析为主；在拉普拉斯变换和$\mathscr{Z}$变换中，以系统变换域分析为主；在DFT变换中，重点讨论FFT算法原理。在数字滤波器中，只讨论窗口法设计FIR和双线性法设计IIR。

本书适用于应用型本科院校的电子信息、通信、应用电子、自动化等电类专业。教学计划可按72学时安排，第6章和第7章的内容可供不同专业选学。

本书第1、5章由俞兴明编写，第2章由王峰编写，第3、4章由张培编写，第6、7章由周昌雄编写。周昌雄任本书主编并统稿。王松林教授审阅了全书，并提出了许多宝贵意见，在此表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中错误和不足在所难免，恳请读者批评指正。

编者

2008年3月

目 录

第 1 章　信号与系统的基本概念

1.1　概　　述

信号与系统理论包括信号理论和系统理论两个方面。

信号理论主要研究信号分析理论，包括时域法和频域法两种基本方法。时域法研究信号的时域特性、波形参数、波形变化、重复周期的大小和信号的时域分解与合成等。频域法是将信号分析变换为另一种方法来研究其频域特性，例如，用傅里叶变换可把信号表示为无穷多个正弦分量的组合，再用这种变换来分析信号的频率结构（频谱分析）、各频率分量的相对大小以及信号占有的频率范围等，以揭示信号的频率特性。

系统理论的研究包括系统分析和系统综合两个方面。系统分析是指在给定系统的条件下，求取输入（激励）所产生的输出（响应）；系统综合是指在给定的输入下，为了获得预期的输出去求系统的构成。本课程主要讨论系统分析，学好分析是学习综合的基础。

本书只讨论线性时不变系统，因为，第一，大多数系统是线性时不变系统；第二，许多非线性系统和线性时变系统经过适当处理后，可以近似地化作线性时不变系统来分析。另外，虽然系统分析研究的是系统的输入和输出关系，一般不涉及到系统内部的具体结构，但为了使分析过程和分析结果有明显的物理意义，因而用具体的电网络并应用电路分析的方法作例子，所以本课程与“电路分析”课程的关系是十分紧密的。

1.2　信号的分类和运算

1.2.1　信号的概念和分类

广义地说，信号（Signal）是随时间变化的反映某种信息的物理量，如光、电、声、位移、速度、加速度、力、温度等。在通信技术中，一般将语言、文字、图像或数据等统称为消息（Message），在消息之中包含有一定数量的信息（Information）。消息一般是不能直接传送的，必须借助于一定形式的信号（光信号、电信号等）才能进行远距离快速传输和进行各种处理。因而，信号是消息的表现形式，它是通信传输的客观对象；而消息是信号的具体内容，它蕴藏在信号之中。

由于电信号比较容易产生和处理，传送速率快，也容易实现与非电信号的相互转换，因此，本课程中只讨论电信号，即随时间变化的电压或电流。由于电信号随时间而变化，

在数学上可以用时间 t 的函数来表示，因此本课程常常交替使用“信号”与“函数”这两个名词。

信号的分类方法很多，可以从不同的角度对信号进行分类。在信号与系统分析中，我们常以信号所具有的时间函数特性来加以分类。

1. 确定信号与随机信号

确定信号(Determinate Signal)是指能够以确定的时间函数表示的信号，在其定义域内任意时刻都有确定的函数值。例如电路中的正弦信号和各种形状的周期信号等。随机信号(Random signal)不能预知它随时间变化的规律，不是时间的确定函数。例如，半导体载流子随机运动所产生的噪声和从目标反射回来的雷达信号(其出现的时间和强度是随机的)都是随机信号。

虽然实际应用中的大部分信号都是随机信号，但在一定的条件下，可把许多随机信号近似地作为确定信号来分析，从而可使分析过程简化，便于实际应用。理论上，应首先研究确定信号，在此基础上再根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特性。

2. 连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号是指在信号的定义域内，任意时刻都有确定的函数值的信号，如图 1－1 所示，通常用 $f(t)$表示。连续时间信号最明显的特点是自变量 t 在其定义域上除有限个间断点外，其余是连续可变的。仅在离散时刻点上有定义的信号称为离散时间信号，如图 1－2 所示。这里“离散”一词表示自变量只取离散的数值，相邻离散时刻点的间隔可以是相等的，也可以是不相等的。在这些离散时刻点以外，信号无定义。信号的值域可以是连续的，也可以是不连续的。定义在等间隔离散时刻点上的离散信号也称为序列，通常用 $f(nT_s)$来表示，简记为 $f(n)$，其中 n 为序号，T_s 为相邻离散时刻点的间隔。

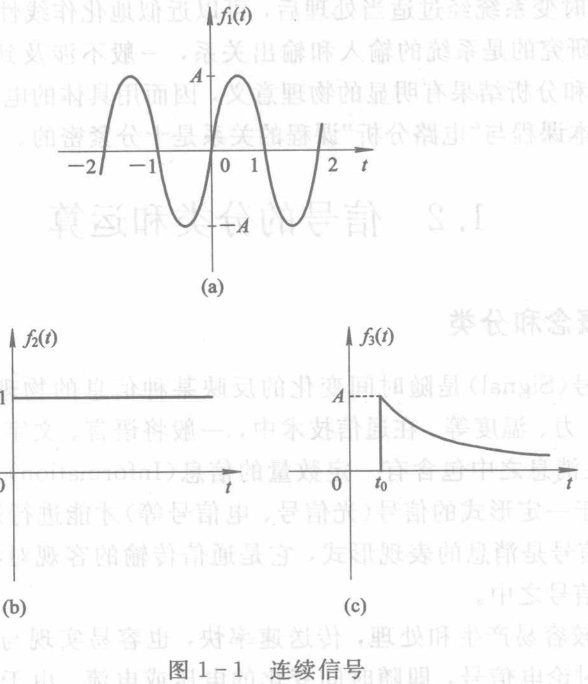


图 1－1　连续信号

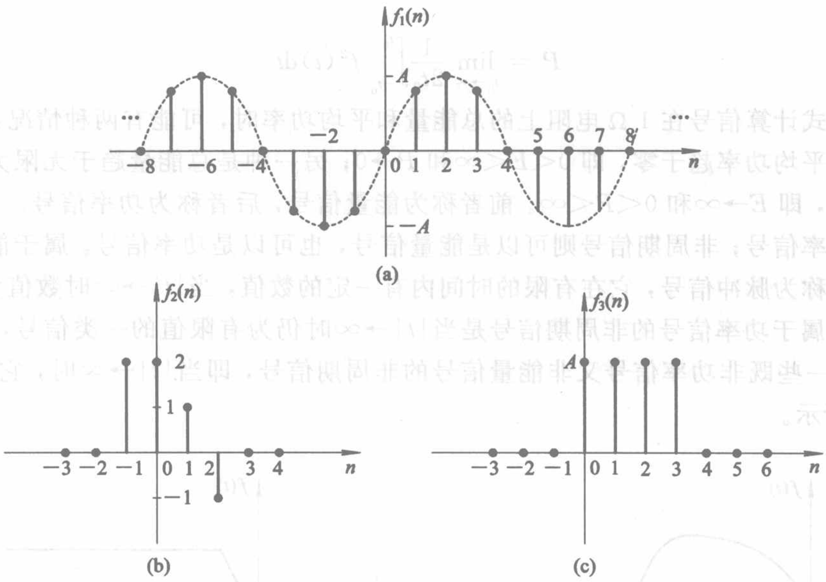


图 1-2　离散时间信号

3. 周期信号与非周期信号

确定信号又可分为周期信号(Periodic Signal)与非周期信号(Aperiodic Signal)。

周期信号是每隔一定的时间间隔重复变化的信号，如图 1-3 所示。连续周期信号与离散周期信号的数学表达式分别为

$$f(t)=f(t+nT)\quad n=0,\pm1,\pm2,\cdots,\pm\infty,-\infty<t<\infty \tag{1-1}$$

$$f(n)=f(n+mN)\quad m=0,\pm1,\pm2,\cdots,n\text{ 取整数} \tag{1-2}$$

式中，T 和 N 分别称为信号的周期。周期信号有两个要素：重复性和无限性。

非周期信号是不具有重复性的信号，实际信号一般都是非周期信号。

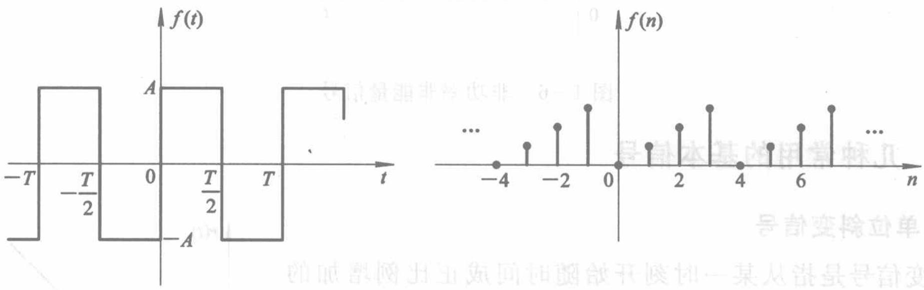


图 1-3　周期信号

4. 能量信号与功率信号

若将信号 $f(t)$ 设为电压或电流，则加载在 1 Ω 电阻上产生的瞬时功率为 $f^2(t)$，在一定的时间区间$[-t_0, t_0]$内会消耗一定的能量 $E=\int_{-t_0}^{t_0} f^2(t)\mathrm{d}t$。当 $t_0\to\infty$时，总能量为

$$E=\lim_{t_0\to\infty}\int_{-t_0}^{t_0} f^2(t)\mathrm{d}t \tag{1-3}$$

平均功率为

$$P=\lim_{t_0\to\infty}\frac{1}{2t_0}\int_{-t_0}^{t_0}f^2(t)\,\mathrm{d}t \tag{1-4}$$

应用上述两式计算信号在 1 Ω 电阻上的总能量和平均功率时，可能有两种情况：一种是总能量有限而平均功率趋于零，即 $0<E<\infty$ 和 $P\to0$；另一种是总能量趋于无限大而平均功率为有限值，即 $E\to\infty$ 和 $0<P<\infty$。前者称为能量信号，后者称为功率信号。一般，周期信号都是功率信号；非周期信号则可以是能量信号，也可以是功率信号。属于能量信号的非周期信号称为脉冲信号，它在有限的时间内有一定的数值，当 $|t|\to\infty$ 时数值为零，如图 1-4 所示。属于功率信号的非周期信号是当 $|t|\to\infty$ 时仍为有限值的一类信号，如图 1-5 所示。还有一些既非功率信号又非能量信号的非周期信号，即当 $|t|\to\infty$ 时，它为无穷大，如图1-6 所示。

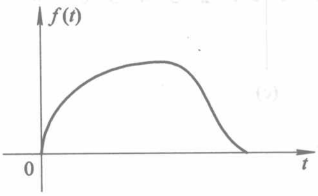


图 1-4　非周期能量信号

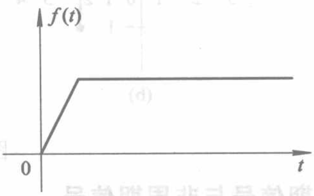


图 1-5　非周期功率信号

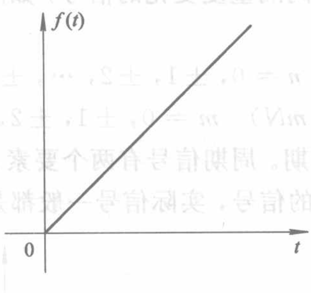


图 1-6　非功率非能量信号

1.2.2　几种常用的基本信号

1. 单位斜变信号

斜变信号是指从某一时刻开始随时间成正比例增加的信号。斜变信号也称斜坡信号。若斜变信号增长的变化率为 1，斜变的起始点发生在 $t=0$ 时刻，就称其为单位斜变信号（如图 1-7 所示），其数学表达式为

$$r(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ t, & t\geqslant0\end{cases} \tag{1-5}$$

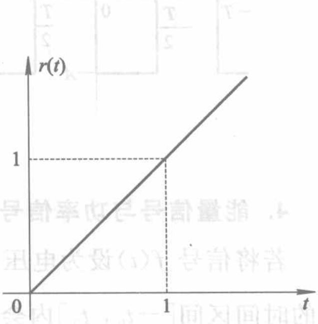


图 1-7　单位斜变信号

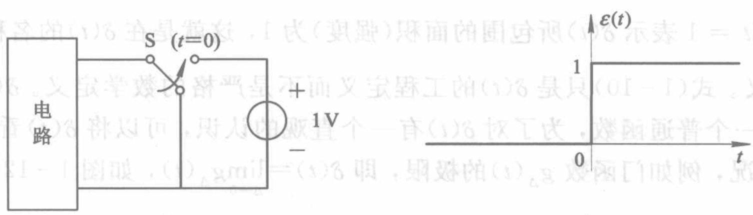
2. 单位阶跃信号和单位阶跃序列

单位阶跃信号定义为

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases} \tag{1-6}$$

在 $t=0$ 处，函数值未定义。

单位阶跃信号是对某些物理对象从一个状态瞬间突变到另一状态的描述。如图 1-8(a)所示，在 $t=0$ 时刻对某一电路接入 1 V 的直流电压源，并且无限持续下去，这个电路获得电压信号的过程可以用单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 来描述，如图 1-8(b)所示。



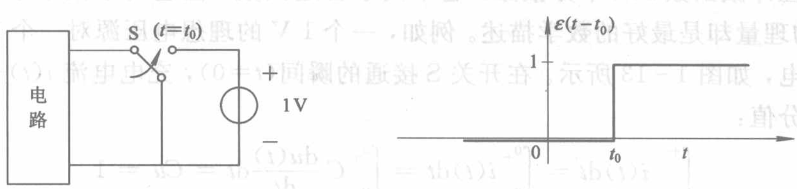
(a)　　(b)

图 1-8　单位阶跃信号

如果接入电源的时间推迟 t_0 时刻($t_0>0$)，如图 1-9(a)所示，这时就可以用一个延时的单位阶跃信号来表示

$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}0, & t<t_0\\ 1, & t>t_0\end{cases} \tag{1-7}$$

其波形如图 1-9(b)所示。



(a)　　(b)

图 1-9　延迟 t_0 的单位阶跃信号

用阶跃函数的组合可以表示分段信号。例如图 1-10 所示的脉冲宽度为 τ 的单位矩形脉冲信号可以用阶跃信号的组合表示为

$$g_\tau(t)=\varepsilon\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-\varepsilon\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$$

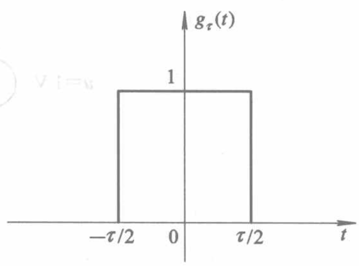


图 1-10　单位矩形脉冲信号

单位斜变信号 $r(t)$ 与单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 之间有下列微积分的关系：

$$r(t)=\int_{-\infty}^{t}\varepsilon(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-8a}$$

$$\varepsilon(t)=\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-8b}$$

同样地，离散时间的单位阶跃序列定义为

$$\varepsilon(n)=\begin{cases}0, & n<0\\ 1, & n\geqslant 0\end{cases} \tag{1-9}$$

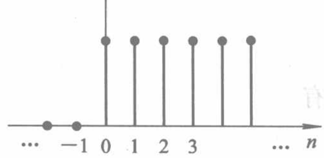


图 1-11　单位阶跃序列

其波形如图 1-11 所示。

3. **单位冲激信号和单位序列**

单位冲激信号记为 $\delta(t)$，其工程定义为

$$\begin{cases} \delta(t)=0, & t\neq 0 \\ \delta(t)=\infty, & t=0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1 \end{cases} \tag{1-10}$$

式中 $\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1$ 表示 $\delta(t)$ 所包围的面积(强度)为 1，这就是在 $\delta(t)$ 的名称前面冠以“单位”两字的意义。式(1-10)只是 $\delta(t)$ 的工程定义而不是严格的数学定义。$\delta(t)$ 是一个广义函数，而不是一个普通函数，为了对 $\delta(t)$ 有一个直观的认识，可以将 $\delta(t)$ 看成是某些普通函数的极限情况，例如门函数 $g_\Delta(t)$ 的极限，即 $\delta(t)=\lim\limits_{\Delta\to 0}g_\Delta(t)$，如图 1-12 所示。

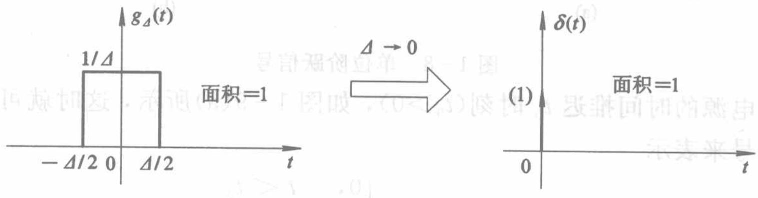


图 1-12 单位冲激信号为门函数的极限

尽管单位冲激函数 $\delta(t)$ 十分抽象，它不同于普通函数，但它对于集中于一瞬间(或一点)出现的物理量却是最好的数学描述。例如，一个 1 V 的理想电压源对一个 1 F 的理想电容器进行充电，如图 1-13 所示。在开关 S 接通的瞬间($t=0$)，充电电流 $i(t)\to\infty$，但是充电电流的积分值：

$$\int_{-\infty}^{+\infty}i(t)\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{0_+}i(t)\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{0_+}C\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t=Cu=1 \tag{1-11}$$

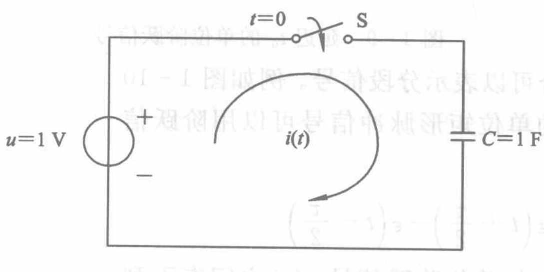


图 1-13 单位冲激电流的产生

根据 $\delta(t)$ 函数的定义，可以建立单位阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 和单位冲激函数 $\delta(t)$ 的确切关系。由于 $\delta(t)$ 只在 $t=0$ 时存在，因此

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{0_+}\delta(t)\mathrm{d}t=1$$

故有

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

根据 $\varepsilon(t)$ 的定义，应有

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-12}$$

上式表明，单位冲激信号的积分为单位阶跃信号；反过来，单位阶跃信号的导数应为单位冲激函数，即

$$\delta(t) = \frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-13}$$

应当指出，当 $t=0$ 时，$\varepsilon(t)$ 不连续，普通意义上函数在该点无导数。而上式表明单位冲激函数可表示函数在不连续点的导数。

在理论分析中，还经常用到 $\delta(t)$ 的导数，即

$$\delta'(t) = \frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-14}$$

它可看做是位于原点的极窄矩形脉冲的导数极限，因而 $\delta'(t)$ 的波形可认为是由两个分别出现在 0_- 和 0_+ 的强度相等的正负冲激函数组成，如图 1-14 所示。通常把 $\delta'(t)$ 称为冲激偶。

图 1-14　冲激偶信号

下面研究冲激函数 $\delta(t)$ 的性质。

1) 偶对称性质

$$\delta(t) = \delta(-t) \tag{1-15}$$

因为 $\delta(t)$ 是门函数 $g_\Delta(t)$ 当 $\Delta\to 0$ 时的极限，而 $g_\Delta(t)$ 是偶函数，不难想象 $\delta(t)$ 也是偶函数。

2) 采样(筛选)性质

若函数 $f(t)$ 在 $t=0$ 时连续，由于 $\delta(t)$ 只在 $t=0$ 时存在，则有

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \tag{1-16}$$

若 $f(t)$ 在 $t=t_0$ 时连续，则有

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1-17}$$

对上面两式取积分，可得到下面两个重要的积分结果：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t = f(0)\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t = f(0) \tag{1-18}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t = f(t_0) \tag{1-19}$$

式(1-19)说明，$\delta(t)$ 函数可以把信号 $f(t)$ 在某时刻的值采样(筛选)出来，这就是 $\delta(t)$ 的筛选性。

同样地，在离散信号中，单位序列(如图 1-15 所示)定义为

$$\delta(n) = \begin{cases} 0, & n \neq 0 \\ 1, & n = 0 \end{cases} \tag{1-20}$$

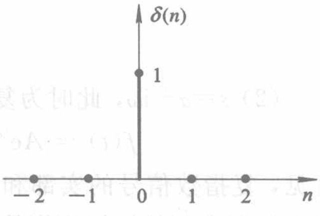


图 1-15　单位序列

单位序列 $\delta(n)$ 与单位阶跃序列 $\varepsilon(n)$ 的关系为

$$\delta(n) = \varepsilon(n) - \varepsilon(n-1) \tag{1-21}$$

$$\varepsilon(n) = \sum_{k=0}^{+\infty} \delta(n-k) \tag{1-22}$$

从式(1-22)可见 $\varepsilon(n)$ 是由无穷多个单位序列叠加而成的。

例 1-1 试分别化简下列各信号的表达式：

(1) $f(t)=t\delta(t-2)$；

(2) $f(t)=(t^3+2t^2+3)\delta(t-2)$；

(3) $f(t)=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)]$；

(4) $f(t) = \int_{-5}^{5}(t^2+2t+1)\delta(t-1)\mathrm{d}t$。

解 根据冲激函数的性质进行化简可得：

(1) $f(t)=t\delta(t-2)=2\delta(t-2)$；

(2) $f(t)=(2^3+2\times 2^2+3)\delta(t-2)=19\delta(t-2)$；

(3) $f(t)=-2\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)+\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)=-2\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)+\delta(t)$；

(4) $f(t) = \int_{-5}^{5}(1^2+2\times 1+1)\delta(t-1)\mathrm{d}t = \int_{-5}^{5}4\delta(t-1)\mathrm{d}t = 4$。

4. 指数信号

指数信号的一般数学表达式为

$$f(t) = A\mathrm{e}^{st} \tag{1-23}$$

根据式中 s 的不同取值，可以分下列两种情况讨论：

(1) $s=\sigma$ 时，此时为实指数信号，即

$$f(t) = A\mathrm{e}^{\sigma t} \tag{1-24}$$

当 $\sigma>0$ 时，信号呈指数规律增长；当 $\sigma<0$ 时，信号随指数规律衰减；当 $\sigma=0$ 时，指数信号变成恒定不变的直流信号，如图 1-16 所示。

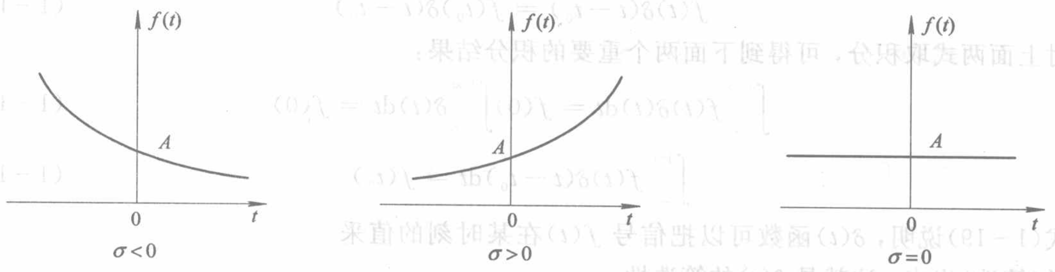


图 1-16 实指数信号

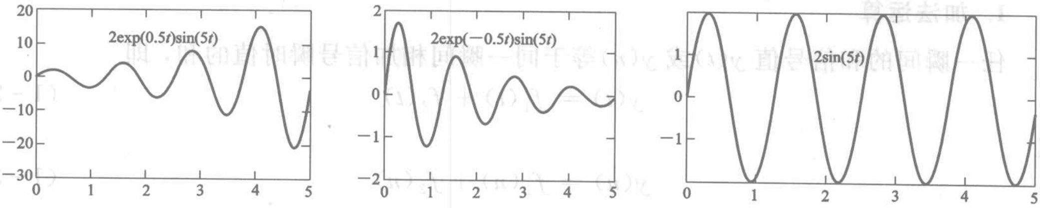
(2) $s=\sigma+\mathrm{j}\omega$，此时为复指数信号。利用欧拉公式，可以进一步表示为

$$f(t) = A\mathrm{e}^{(\sigma+\mathrm{j}\omega)t} = A\mathrm{e}^{\sigma t}\cdot \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} = A\mathrm{e}^{\sigma t}[\cos(\omega t)+\mathrm{j}\sin(\omega t)] \tag{1-25}$$

可见，复指数信号的实部和虚部都是振幅按指数规律变化的正弦振荡，当 $\sigma>0(\sigma<0)$ 时，其实部和虚部的振幅按指数规律增长(衰减)；当 $\sigma=0$ 时，复指数信号变为虚指数信号

$$f(t) = A\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t} = A[\cos(\omega t)+\mathrm{j}\sin(\omega t)] \tag{1-26}$$

此时信号的实部和虚部都是等幅振荡的正弦波。复指数信号虚部的波形如图 1-17 所示。



(a) $\sigma>0$ 增幅振荡　(b) $\sigma<0$ 衰减振荡　(c) $\sigma=0$ 等幅振荡

图 1－17　复指数信号虚部的波形

利用欧拉公式，可以把正弦和余弦信号用虚指数信号的组合表示：

$$\sin(\omega t)=\frac{1}{\mathrm{j}2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}) \tag{1-27a}$$

$$\cos(\omega t)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}) \tag{1-27b}$$

复指数信号 e^{st} 是连续时间信号与系统分析中使用的基本信号，其中复频域 s 中的实部 σ 绝对值的大小反映了信号增长或衰减的速率，虚部 ω 的大小反映了信号振荡的频率。虽然实际中不能产生复指数信号，但是可以利用复指数信号来描述各种基本信号，如指数信号，正弦、余弦信号，直流信号等。指数信号的重要性还在于它的微积分结果仍然是同幂的指数信号。

5. 抽样信号

抽样信号的数学表达式为

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin(t)}{t} \tag{1-28}$$

其波形如图 1－18 所示。它在 $t=0$ 时取得最大值，在 $t=\pm k\pi$ 时为零。

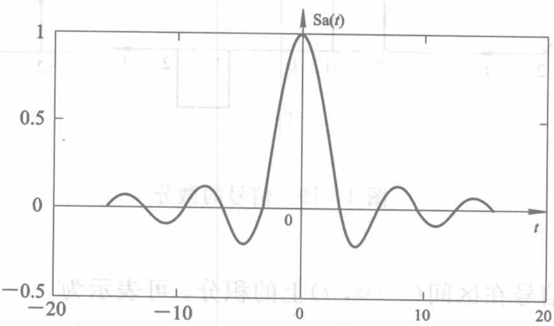


图 1－18　抽样信号 Sa(t)

1.2.3　信号的基本运算

为了研究信号通过加法器、乘法器、放大器、延时器、积分器和微分器等部件后的波形变化，经常涉及到对信号进行运算和波形变换。因此，掌握信号的各种基本运算及其对应的波形是非常必要的。

下面分别讨论信号的几种基本运算及其对应的波形。