

中国老科学技术工作者协会教育分会组织编写

高考 考你什么



专家解读高考命题

数学

丘维声 著



当代中国出版社
Contemporary China Publishing House

《高考考你什么》丛书编委会

孔庆东：北京大学教授，语文专家。

张国富：北京大学附属中学高级教师，语文教研组组长。

丘维声：北京大学数学科学学院教授，博士生导师。国家教育部高等学校数学与力学教学指导委员会基础数学教学指导组成员，中国组合数学研究会理事，北京数学会普及委员会副主任，《数学通报》副主编。

章晓英：北京外国语大学副教授，英语学院副院长。

陈秉乾：北京大学物理学院教授，曾任北京大学物理系普通物理教研室主任，教育部物理教学指导委员会委员，全国高校电磁会研究会理事长，国际中学生物理奥林匹克竞赛中国队领队、主教练等职务。

严宣申：北京大学化学院教授，化学奥林匹克竞赛国家级教练，曾担任国际中学生化学奥林匹克竞赛中国队领队、总教练。

王勇：中国人民大学附属中学特级教师，担任生物教研组组长三十余年。

李奕强：北京一六一中学高级教师，西城区历史教研室兼职教研员。

王恩涌：北京大学环境学院教授，地理学科教学指导委员会副主任，《人文地理》杂志副主编。

ISBN 978-7-80170-769-7



9 787801 707697 >

ISBN 978-7-80170-769-7 / G · 134

定价：20.00元

中国老科学技术工作者协会教育分会组织编写

高考 考你什么

专家解读高考命题

数学

丘维声 著



当代中国出版社
Contemporary China Publishing House



图书在版编目(CIP)数据

高考考你什么：专家解读高考命题. 数学/丘维声著. —北京：
当代中国出版社，2008. 11 (2009.1 重印)

ISBN 978-7-80170-769-7

I. 高… II. 丘… III. 数学—高中—升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2008)第 166253 号

出 版 人 周五一
策划编辑 谈 鸣
责任编辑 宗 边
责任校对 郭 雪
封面设计 古 手
出版发行 当代中国出版社
地 址 北京市地安门西大街旌勇里 8 号
网 址 <http://www.ddzg.net> 邮箱: ddzgcb@sina.com
邮政编码 100009
编 辑 部 (010)66572152 66572264 66572154 66572155
市 场 部 (010)66572281 或 66572155/56/57/58/59 转
印 刷 北京润田金辉印刷有限公司
开 本 880×1230 毫米 1/32
印 张 6.25 印张 77 千字
版 次 2008 年 12 月第 1 版
印 次 2009 年 1 月第 2 次印刷
定 价 20.00 元

版权所有，翻版必究；如有印装质量问题，请拨打(010)66572159 转出版部

总序

自1977年恢复普通高等学校招生全国统一考试以来,迄今已有31年。在这31年里,教育改革不断推进,高等教育也随之发展,全国普通高等学校招生考试的报名人数和录取人数逐年递增。1977年报名参加高考的人数是570多万人,录取20多万人,到2008年,全国总报名人数1010万人,录取599万人(其中普通本科300万人,高等职业教育299万人)。招生规模虽然已经大大扩大了,但谈到高考,仍很少有学生、家长、教师能轻松处之。每年高考之期,举国关注,气氛凝重,那真是考生紧张、家长揪心、教师忐忑。高考,真有那么可怕么?

要赢得高考,我们首先需要明确,高考究竟是一个什么性质的考试?

高考是全国普通高等学校的招生考试,也就是高校的选拔考试。高考试题作为选拔的唯一载体,力求体现的是高等学府对考生的知识储备和学科能力的综合考查。也就是说,在高考这个大舞台上,主导者并非中学而是高校。

这就有了另外的一个疑问。市场上指导高考的书籍可谓汗牛充栋,但迄今却没有一本从高校角度对高考所希望达到的考查目的进行解读的图书,全部是中学教师仅仅从应试角度进行的高考研究分析、经验总结或优秀试题精选汇编等等。

针对这种现象,中国老科学技术工作者协会教育分会组织并邀请了北京大学、北京外国语大学、北京师范大学等高校的著名教授,以及北京大学附属中学、中国人民大学附属中学和北京一六一中学的知名教师,共同编写了这套《高考考你什么》系列丛书,力图从高等学校的需

求角度来分析高考考查的核心知识、学科能力和命题规律,帮助广大中学生更好地进行学科复习,顺利通过高考。

其实,高考没有那么可怕也没有那么困难,通过本书你能够厘清两个问题:

第一,学科是什么?作为在各自学科领域卓有建树的著名教授以及初高中教材编写者,汇集多年教学经验、感受,来阐释学科的本质、该学科在大学的发展方向和未来可能从事的工作。告诉你:你现在的所学是一生有用的知识,你进入大学后它会延展成不同的有趣的方向,不同专业方向会成为毕业后你可能从事的丰富多彩的工作。学习的目的绝不仅仅是为了高考,应该享受学习、爱上学习,这样才能获得最基本的知识和能力。

第二,高考考你什么?作为目前唯一的考核手段,高考无法回避也不必回避,有兴趣的学和高水平的考是否可以统一?答案是肯定的。高校不希望选拔到高分低能的“答题机器”,考生也不愿扎进一片黑暗的“题山卷海”。在了解了学科的本质后,教授们在书中将带领你探讨中学阶段每个基础学科你所需要掌握的核心知识和必须培养的基本能力,告诉你怎样高效的学习。掌握了这些高考选拔测试的根本内容,顺利解题、答题则成为水到渠成的事情。

本丛书在编写过程中,得到了北京大学、北京外国语大学、北京师范大学、教育部考试中心、北京大学附属中学、中国人民大学附属中学、北京一六一中学等单位的专家学者的帮助和支持,在这里一并致谢。由于编写时间所限,有些问题研究不够深入,一定会有不当之处,敬请读者批评指正。

中国老科学技术工作者协会教育分会

张文曾 马庆生

2008年11月

前言

高考是人的一生中最重要的一次考试，每位同学都渴望在高考中取得好成绩。很高兴应邀与同学们谈高考，我想以自己在四十七年前参加高考的亲身经历，在北京大学数学科学学院（数学系）任教三十多年的教学经验，以及多次参加全国高考数学命题的体会，与同学们进行交流。

从小养成自觉学习的习惯，勤奋、扎实地学习，真正掌握知识，平时学得好，考试就能取得好成绩。怎样才能学好数学呢？数学科学的最显著的特点是它提供了有特色的思考方式，训练人们清晰思维的智力，因此学好数学的正确途径是按照数学的思维方式来学习数学。数学的思维方式是由“观察—抽象—探索—猜测—论证”这五个环节构成的，即观察客观现象，抓住主要特征，抽象出概念或建立模型；运用直觉、类比、归纳、联想、推理等进行探索，猜测可能有的规律；然后进行深入分析、逻辑推理和计算，揭示事物的内在规律。数学科的高考在考查基础知识的同时，注重考查能力。能力要求包括思维能力、运算能力、空间想象能力以及实践能力和创新意识，其中思维能力是核心。数学思维能力就是按照数学思维方式去思考、分析和解决问题的能力。为了培养数学思维能力，一是要掌握理论，二是要做题，三是在做题中要特别强调分析。掌握理论就是要知道概念和定理是怎么来的？它们的实质是什么？它们

之间的内在联系是什么？在理解的基础上记住这些概念和定理，并且能融汇贯通。通过做题进一步掌握理论，学会有条理地思考，善于分析，找出解题思路；在解题中要准确、快捷进行运算，得出正确结果。做完题后要回味解题的关键——一品一品。

本书把高考中要考查的数学基础知识、数学思想和方法整合成八个部分。在每一部分中按照数学思维方式阐述数学基础知识；结合例题讲解如何分析、探索解题思路；解完题后通过点评，回头品味其中的奥妙，总结经验。

本书可作为高考复习的数学教材，并且可作为准备参加高考的同学们的复习用书。

本书例题中有一部分题目引用了全国高考的数学试题和样题，以及 2008 年北京市的高考数学试题。在此向教育部考试管理中心和北京市教委考试院表示感谢。

本书是应中国老年科学工作者协会教育分会的邀请而写的，在此向有关领导表示感谢。

当代中国出版社的各位领导和编辑对本书的出版给予了热切的关心，并且付出了辛勤的劳动，特此向他（她）们表示感谢。

欢迎广大读者对本书提出宝贵意见。

丘维声

于北京大学数学科学学院

2008 年 8 月

目录

前言	1
第一篇 我的高考经历	1
第二篇 怎样学好数学	5
第三篇 怎样在高考中取得好成绩	9
(一) 熟悉数学语言, 提高解题能力	11
1. 集合	11
2. 逻辑用语	13
(二) 理解不等式的性质, 掌握不等式的解法 和证明	18
1. 不等式的性质	18
2. 不等式的解法	19
3. 不等式的证明	24
(三) 贯穿数形结合, 把握函数的性质	29
1. 函数的概念与性质	29
2. 指数函数与对数函数	55
3. 三角函数	61
4. 数列	73

(四) 运用向量法、坐标法和综合法, 研究几何	
图形	84
1. 向量	84
2. 直线和圆的方程	96
3. 圆锥曲线	121
4. 立体几何	134
(五) 掌握计数原理, 解决有关问题	153
1. 计数原理	153
2. 排列, 组合	153
3. 二项式定理	154
(六) 理解概率统计思想, 揭示随机现象的	
规律	156
1. 随机事件及其概率	156
2. 随机变量	159
3. 统计估计	163
4. 线性回归	163
(七) 了解复数, 开阔视野	169
1. 复数的概念	169
2. 复数的运算	170
3. 复数的几何表示	170
* 4. 复数的三角形式	171
* 5. 复数的指数形式	172
6. 复数的一些应用	172
(八) 运用导数的知识, 深入研究函数的	
性质	174
1. 函数的极限, 数列的极限	174
2. 函数的连续性	178
3. 导数	179

原书缺页



原书缺页



与

同学们谈高考，四十七年前自己参加全国高考的情景又历历在目。从小自己就喜欢看书，养成了自觉学习的习惯。到了高中阶段，自己更加勤奋地学习每一门课程，上课时专心听讲，积极开动脑筋理解、思考老师讲的内容。每天晚上都要把当天学习的课程内容自己回忆一遍，抓住主线，理解概念和结论，掌握基本方法，然后才做作业。对于每一道题都仔细审题，分析出解题思路，准确地进行运算求解。由于平时学得扎实，因此每次考试都取得优秀成绩。到了高中三年级，周密校长找我谈话，鼓励我在全国高考中“争当红色状元”。起初我连想都不敢想，认为这是不可能做到的事情。那年正好《毛泽东选集》第四卷出版，《人民日报》经常刊登学习毛主席军事思想的文章。“战略上藐视困难，战术上重视困难”这句话鼓舞着我奋发向上，更加扎实地学习。终于在1961年的全国高考中取得了好成绩（数学、物理、化学、政治四门课都是满分100分，语文89分，俄语99.2分，总分为全国第一名），被北京大学数学力学系录取。

高考考你什么

数 学

第二篇

怎样学好数学



首

首先要认识数学科学的特点：数学是研究空间形式和数量关系的科学。数学科学是自然科学和技术科学的基础，并且在经济科学、社会科学和人文科学中发挥着越来越大的作用。数学的应用越来越广泛，直接为金融、商业、健康、通信和国防等作出贡献。数学训练人们科学思考的能力，增长各级人才的实力。

数学为什么有如此巨大的威力呢？一方面是数学知识反映了客观世界的规律，另一方面是数学提供了有特色的思考方式。这两方面都源于数学思维方式。数学思维方式的全过程由五个环节构成：

观察——抽象——探索——猜测——论证

即，观察客观现象，抓住主要特征，抽象出概念或者建立模型；运用直觉、类比、归纳、联想、推理等进行探索，猜测可能有的规律；然后进行深入分析、逻辑推理和计算，揭示事物的内在规律。由于数学的概念和模型是从观察客观现象抓住其主要特征抽象出来的，因此它们有广泛的应用。由于数学的定理是经过逻辑推理被严格地证明了的，因此它们是可信的，精确的。由于数学的思维方式是由上述五个环节构成的，因此数学训练人们清晰思维的智力，使人们终身受益。

认识了数学科学的特点之后，自然而然就知道学好数学的正确途径是按照数学的思维方式来学习数学。具